

**Introduction à l'analyse**

PARCOURS PEIP

PLANCHE 4BIS EQUATIONS DIFFÉRENTIELLES

Résoudre les équations différentielles suivantes :

1.  $y'(x) + 2y(x) = x^2 - 2x + 3$  ;

2.  $y'(x) + y(x) = xe^{-x}$  ;

3.  $y'(x) - 2y(x) = \cos(x) + 2\sin(x)$  ;

4.  $y'(x) + y(x) = \frac{1}{1+e^x}$  ;

5.  $(1+x)y'(x) + y(x) = 1 + \ln(1+x)$  sur  $] -1, +\infty[$  ;

6.  $y'(x) - \frac{y(x)}{x} = x^2$  sur  $]0, +\infty[$  ;

7.  $y'(x) - 2xy(x) + (2x-1)e^x$  ;

8.  $y'(x) - \frac{2y(x)}{x} = x^2$  ;

9.  $y'(x) + \tan(x)y(x) = \sin(2x)$  sur  $] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$  ;

10.  $(1+x)y'(x) + xy(x) = x^2 - x + 1$  sur  $] -1, +\infty[$  ;

11.  $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = x$  ;

12.  $y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = (2x+1)e^{-x}$  ;

13.  $y''(x) - 4y'(x) + 3y(x) = (2x+1)e^x$  ;

14.  $y''(x) + 9y(x) = x + 1$  ;

15.  $y''(x) + 6y'(x) + 9y(x) = x^2e^{2x}$  ;

16.  $y''(x) - 2y'(x) + y(x) = \operatorname{ch}(x)$  ;

17.  $y''(x) - 2y'(x) + 2y(x) = x \cos(x) \operatorname{ch}(x)$ .

Solutions : dans ce qui suit, on donne directement les familles de solutions avec  $A, B \in \mathbb{R}$ .

1.  $\left(x \mapsto \frac{x^2}{2} - \frac{3x}{2} + \frac{9}{4} + Ae^{-2x}\right)$ ;
2.  $\left(x \mapsto \left(\frac{x^2}{2} + A\right)e^{-x}\right)$ ;
3.  $\left(x \mapsto Ae^{2x} - \frac{1}{5}(3\sin(x) + 4\cos(x))\right)$ ;
4.  $\left(x \mapsto Ae^{-x} + \ln(1 + e^x)\right)$ ;
5.  $\left(x \mapsto \frac{A}{1+x} + \ln(1 + x)\right)$ ;
6.  $\left(x \mapsto Ax + \frac{x^3}{2}\right)$ ;
7.  $\left(x \mapsto Ae^{x^2} + e^x\right)$ ;
8.  $\left(x \mapsto Ax^2 + x^3\right)$ ;
9.  $\left(x \mapsto \cos(x)(A - 2\cos(x))\right)$ ;
10.  $\left(x \mapsto (x - 2) + A(x + 1)e^{-x}\right)$ ;
11.  $\left(x \mapsto (A + Bx)e^x + x + 2\right)$ ;
12.  $\left(x \mapsto \left(\frac{5}{16} + \frac{x}{4}\right)e^{-x} + Ae^x + Be^{3x}\right)$ ;
13.  $\left(x \mapsto \left(1 - \frac{x}{2}\right)xe^x + Ae^x + Be^{3x}\right)$ ;
14.  $\left(x \mapsto A\cos(3x) + B\sin(x) + \frac{1+x}{9}\right)$ ;
15.  $\left(x \mapsto \frac{1}{625}(25x^2 - 20x + 6)e^{2x} + (A + Bx)e^{-3x}\right)$ ;
16.  $\left(x \mapsto \left(A + Bx + \frac{x^2}{4}\right)e^x + \frac{1}{8}e^{-x}\right)$ ;
17.  $\left(x \mapsto \frac{1}{8}(x\cos(x) + x^2\sin(x) + A\cos(x) + B\sin(x))e^x + ((2x + 1)\cos(x) - 2(x + 1)\sin(x))e^{-x}\right)$ .