

## Mathématiques 1

Portail Marie Curie - Physique Chimie SPI

TRAINING SUR LES VECTEURS

Dans tout ce qui suit, les coordonnées des différents points et vecteurs sont exprimées dans un repère orthonormal de l'espace.

**Exercice 1.** On considère le point  $A(1; -1)$  et les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}$ .

1. Déterminer les coordonnées du vecteur  $\vec{w} = 3\vec{u} - 2\vec{v}$ .
2. Calculer le produit scalaire  $\vec{u} \cdot \vec{v}$ .
3. Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont-ils orthogonaux ?
4. Les vecteurs  $\vec{u}$  et  $\vec{v}$  sont-ils colinéaires ?
5. Déterminer les coordonnées  $(x; y)$  d'un point  $M$  vérifiant  $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$ . Ce point  $M$  est-il unique ?
6. Déterminer les coordonnées  $(a; b)$  d'un point  $N$  vérifiant  $\overrightarrow{AN} \cdot \vec{v} = 0$ . Ce point  $N$  est-il unique ?

**Exercice 2.** On considère les points  $A(2; 3; -2)$  et  $B(5; -1; 0)$ .

1. Déterminer les coordonnées des points  $C$  et  $D$  tels que  $\overrightarrow{CA} = 2\overrightarrow{AB}$  et  $3\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DB} = \vec{0}$ .
2. Déterminer les coordonnées du milieu  $I$  de  $[AB]$ .
3. Déterminer les coordonnées  $(x; y; z)$  d'un point  $M$  vérifiant  $\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ .

**Exercice 3.** On considère les points  $A(1; -1; 0)$ ,  $B(1; -1; 4)$ ,  $C(1; -1; -3)$  et  $D(2; 0; 0)$ .

1. Les points  $A, B$  et  $C$  sont-ils alignés ?
2. Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$  et  $\overrightarrow{AD}$  sont-ils orthogonaux ?

**Exercice 4.** Déterminer deux réels  $a, b \in \mathbb{R}$  de sorte que  $\vec{u} \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ 5 \end{pmatrix}$  et  $\vec{v} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ b \end{pmatrix}$  soient colinéaires.

**Exercice 5.** On considère les points  $A(1; 0; 1)$ ,  $B(-2; 2; -1)$ ,  $C(-5; 0; -1)$  et  $D(-2; -2; 1)$ .

Montrer que  $ABCD$  est un parallélogramme. Est-ce un losange, un rectangle ou un carré ?

**Exercice 6.** On considère la droite  $\mathcal{D}$  passant par le point  $A(2; 1; -1)$  et de vecteur directeur  $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

Pour chacun des points suivants, préciser s'il appartient à  $\mathcal{D}$  :  $B(3; 0; 0)$ ,  $C(5; -2; 1)$  et  $D(\frac{1}{2}; \frac{5}{2}; -\frac{5}{2})$ .

**Exercice 7.** On considère les vecteurs  $\vec{u} \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$ .

1.  $\vec{u}, \vec{v}$  et  $\vec{w}$  sont-ils coplanaires ?
2.  $\vec{u}, \vec{v}$  et  $\vec{w}$  sont-ils deux à deux orthogonaux ?
3. Calculer  $\|\vec{u}\|$ ,  $\|\vec{v}\|$  et  $\|\vec{w}\|$ .

**Exercice 8.** On considère les points  $A(2; 1; 0)$ ,  $B(0; 1; 1)$ ,  $C(0; 3; 2)$  ainsi que le vecteur  $\vec{k} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

1. Montrer que les points  $A, B$  et  $C$  ne sont pas alignés.
2. Les vecteurs  $\overrightarrow{AB}$ ,  $\overrightarrow{AC}$  et  $\vec{k}$  sont-ils coplanaires ?
3. Déterminer les coordonnées d'un point  $M$  appartenant à la droite  $(AB)$  mais pas au segment  $[AB]$ .