Physique des sons et vibrations

Philippe Herzog

Mail : herzog@lma.cnrs-mrs.fr - Tel : 04 91 16 40 89

Adnane Boukamel

Mail : adnane.boukamel@ec-marseille.fr - Tel : 04 91 05 43 90

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique - U.P.R. 7051 C.N.R.S.

31 chemin Joseph Aiguier - 13402 Marseille cedex 09

Domaines d'application

Bruits :

- transports
- bâtiment
- déficiences auditives

Ondes :

- imagerie médicale
- sismique
- contrôle non destructif
- sonars

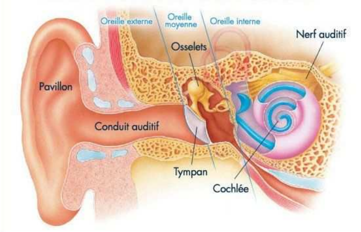
Sons :

- communications
- musique
- reproduction sonore

Caractéristiques générales

Géométrie

- confinement
- trajectoires
- obstacles



Flux

- source
- récepteur
- dissipation

Milieu

- fluides
- solides
- composites

Echelles

- distance
- taille
- durée
- fréquence

Objectif du cours

Analyse des problèmes de propagation :

- principaux phénomènes physiques
- propagations acoustique et vibratoire
- formulation analytique
- équations locales

$\Rightarrow$ Hypothèses et équations pour chaque cas d'étude

Physique des sons et vibrations

C1 : Propagation : principe et applications

C2 : Ondes sonores en fluide non dissipatif

C3 : Ondes élastiques dans les solides

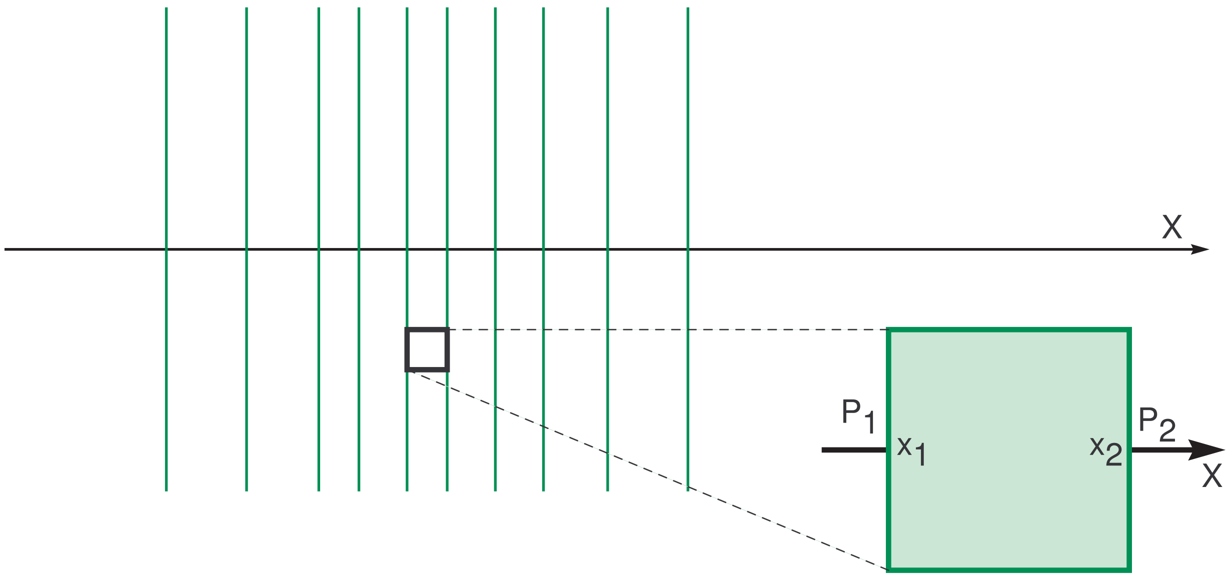
C4 : Dissipation dans les solides

C5 : Sources et dissipation acoustiques

C6 : Interface solide/fluide, couche limite

Examen : "pot-pourri" avec documents

Exemple : compression 1D



Dynamique dans un milieu élastique

Forces "externes" : $P_1 \Delta S \; - \; P_2 \Delta S \; = \; M \;\; \partial_t x$

Forces "internes" : $P_1 \Delta S \; + \; P_2 \Delta S \; = \; K \; (x_2 - x_1)$

Limite (1D) pour un volume infinitésimal

Propriétés "locales" du volume de matière :

$$\begin{cases} \rho_0 = \lim_{(\Delta S, \Delta x \to 0)} \; m/V & [\mathrm{kg.m}^{-3}] \\ \chi_s = \lim_{(\Delta S, \Delta x \to 0)} \; \frac{-1}{V}(\partial_P V)_s & [\mathrm{m}^2.\mathrm{N}^{-1}] \end{cases}$$

Expression locale : système de deux EDL1 en (p, v)

$$\begin{cases} \chi_s \, \partial_t p \; + \; \partial_x v \; = \; 0 & [\mathrm{s}^{-1}] \\ \rho_0 \, \partial_t v \; + \; \partial_x p \; = \; 0 & [\mathrm{kg.m}^{-2}.\mathrm{s}^{-2}] \end{cases}$$

Système de 2 équations : EDL2 en p + EDL1 en (p, v)

$$\begin{cases} (c_0^{-2}\,\partial_{tt}^2 - \partial_{xx}^2)p \;=\; 0 \quad [\mathrm{kg.m^{-3}.s^{-2}}] \\ \chi_s\,\partial_t p \;+\; \partial_x v \;=\; 0 \quad [\mathrm{s^{-1}}] \end{cases}$$

Propagation :

EDL2 = Décalage d'un "signal" simultanément en espace et en temps

Célérité : $c_0 \;=\; 1/\sqrt{\rho_0 \chi_s} \quad [\mathrm{m/s}]$

Comportement du milieu :

EDL1 = Un des deux phénomènes physiques associés à ce "signal"

Compressibilité : G.P. ($\chi_s \approx 1/\gamma p_0$) - solide ($\chi_s \approx 3/E$ si $\nu \approx 0$)

Autres phénomènes : cohésion, dissipation, hétérogénéités, etc

Acoustique / vibration = écarts

Variations temporelles

- Signaux à moyenne nulle
- Plus rapides que "quasi-statique"
- Grand nombre de "cycles"

Amplitudes

- Ecarts par rapport à "quasi-statique"
- Faibles variations relatives (D.L., linéarisation)
- Pas de changement d’état du milieu

Limite floue : fatigue mécanique, vibrations NL, etc

Grandeurs énergétiques

Deux formes d'énergie :

$$\left\{\begin{array}{lcl} e_c & = & \frac{1}{2}\,\rho_0\,|\overrightarrow{\mathbf{v}}|^2 \\ e_p & = & \frac{1}{2}\,\chi_s\,p^2 \end{array}\right. \qquad [\mathrm{J.m^{-3}}]$$

Impédance caractéristique :

$$e_c \;=\; e_p \;\;\Rightarrow\;\; p/v = \rho_0 c_0 = Z_c \quad [\mathrm{kg.m^{-2}.s^{-1}}]$$

Etat "d'équilibre" entre les deux phénomènes fondamentaux

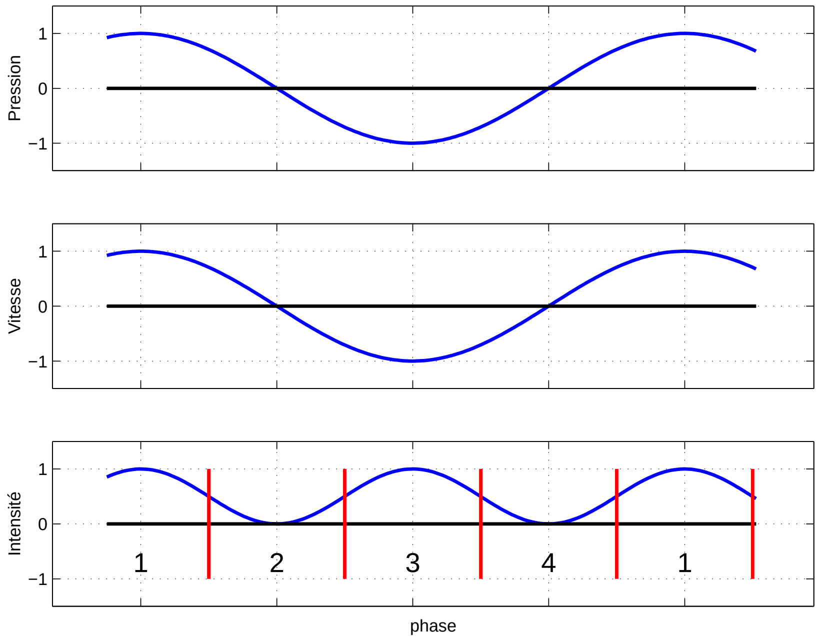
Solution particulière : "l'onde plane" (*cf* "impédance itérative")

Intensité acoustique :

$$\overrightarrow{\mathbf{I}} \;=\; p\,\overrightarrow{\mathbf{v}} \quad [\mathrm{W/m^2}]$$

Densité de puissance transportée par l'onde acoustique

Solution particulière - principe général



Phases schématiques :

1 : compression $\Rightarrow \quad \Delta\, e_p$ car $I > 0$

2 : mouvement / aval $\Rightarrow \quad e_p \rightarrow e_c$

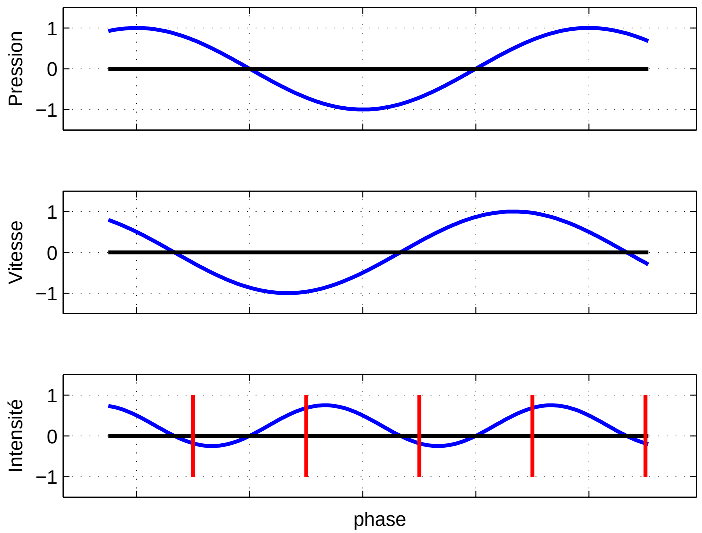
3 : détente $\Rightarrow \quad \Delta\, e_p$ car $I > 0$

4 : mouvement / amont $\Rightarrow \quad e_p \rightarrow e_c$

Transfert d'énergie sans déplacement moyen du milieu

Importance de la phase relative entre p et v

Puissance acoustique



Déphasage $\Rightarrow I < 0$ par instants

Vitesse sans compression : e_c augmente

Compression sans vitesse : e_p augmente

Deux échelles de temps : (t, T)

Puissance $P = \int_S \overrightarrow{\mathbf{I}} \cdot \overrightarrow{\mathbf{dS}}$

Puissance moyenne $P_a = \langle P(t) \rangle_T$: puissance "active"

Puissance fluctuante $\langle P_r(t) \rangle_T = 0$: puissance "réactive"

Onde générale : concentrations locales e_c ou e_p

Domaine fréquentiel

Transformation de Fourier (projection / base)

$A_x cos(\omega t + \phi) = \Re\left[X e^{j\omega t}\right]$ avec $X = A_x e^{j\phi}$

$x(t) \rightleftharpoons X(\omega)$: superposition de composantes

$\partial_t x(t) \rightleftharpoons j\omega X$: simplicité dérivée/intégrale

Propagation

$(\Delta + k^2)p = 0$: équation de Helmholtz

$k = \omega/c$: nombre d'onde

Echelle implicite : $\lambda = c/f \Leftrightarrow kD = 2\pi D/\lambda$

Etalon géométrique : la longueur d'onde λ

Ordres de grandeur : O.P audible

Pression	Vitesse	Déplacement		
		à 20 Hz	à 1 kHz	à 20 kHz
20 Pa	50 mm/s	0,4 mm	8 μm	0,4μm
20 mPa	50 μm/s	0,4 μm	8 nm	0,4nm
20 μPa	50 nm/s	0,4 nm	[8 pm]	[0,4pm]

Grande dynamique

Gamme de pressions $> 10^6$

Echelle logarithmique (dB)

Très faibles perturbations

Pressions $<< P_0 = 10^5 Pa$

Vitesses $<< 6km/h \leftrightarrow 1.6m/s$

Déplacements $\approx$ échelle atomique (HF)

Ordres de grandeur (2)

Milieu	Air	Eau	Acier	Aluminium
ρ_0 $[\mathrm{kg/m^3}]$	1.2	1000	7700	2700
c_l $[\mathrm{m/s}]$	340	1490	5900	6300
c_t $[\mathrm{m/s}]$	-	-	3230	3080

Source $\phi 80mm$, à $1m$, à $100Hz$:

Déplacement (mm)	Milieu	Pression (Pa)	Puissance (W)
1	eau	160	0.21
1	air	0.19	0.001
14.4	air	39.4	0.21

Très grandes différences de comportement du milieu

OdG (3) : quelques cas usuels

Source	Niveau	Pression	Puissance
Parole	$60\ dB\ /\ 1\ m$	$0.02\ Pa$	$12\ \mu W$
Automobile	$94\ dB\ /\ 1\ m$	$1.0\ Pa$	$30\ mW$
Concert Rock	$105\ dB\ /\ 30\ m$	$3.5\ Pa$	$50\ W$
Sonar	$166\ dB\ /\ 1\ m$	$300\ Pa$	$0.75\ W$

Très faible / mécanique

cycliste $\approx 500\ W$

automobile $\approx 50\ kW$

Conversion mécanique -> acoustique :

Rayonnement "parasite" $\approx 10^{-6}$ à $\approx 10^{-4}$

Sonorisation $\approx 10^{-2}$

Physique théorique : interactions via 4 forces ("unification")

	Gravitation	Electromagnétisme	I.N. faible	I.N. forte
Intensité relative	$\sim 10^{-38}$	$\sim 10^{-2}$	$\sim 10^{-14}$	1
Rayon d'action (m)	∞	∞	$\leq 10^{-17}$	$\leq 10^{-15}$
Domaine	astronomie	chimie	radioactivité	nucléaire

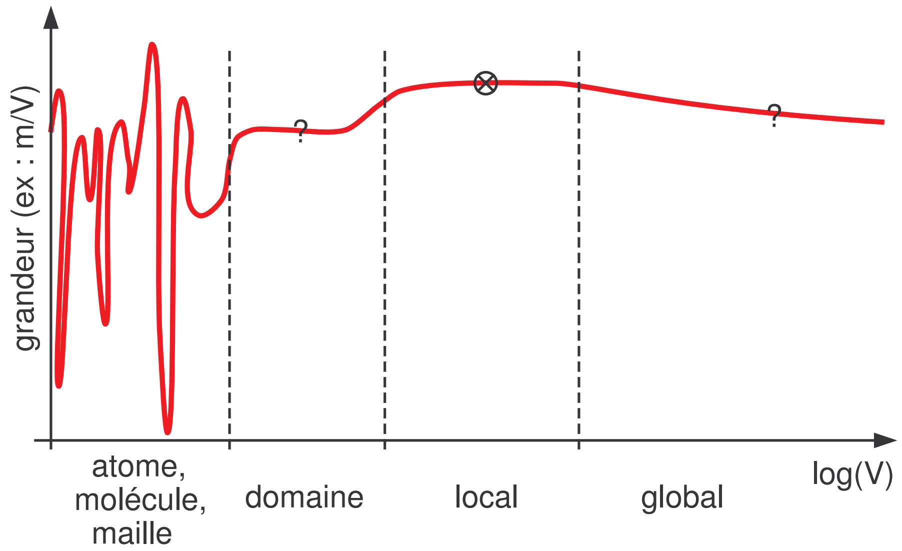
(Peu de phénomènes mais beaucoup d'objets + stats complexes ...)

Inutile d'écrire les "équations du monde entier" !

- Expliquer ce qui est observable (macroscopiquement)
- Lisser les phénomènes à trop petite échelle (statistiques)
- Séparer les phénomènes à trop grande échelle (paramètres)

$\Rightarrow$ Déterminer une échelle "utile"

Echelle "locale"



Dimensions d'un "petit volume" local :

- Peu de variations de l'ensemble des variables d'état
- Finesse de description suffisante (*cf* problème global)
- Nombre "minimal" de variables d'état (*cf* hétérogénéités)

$\Rightarrow$ Volume "représentatif" (homogénéisation)

Interactions particulaires "purement" électromagnétiques :

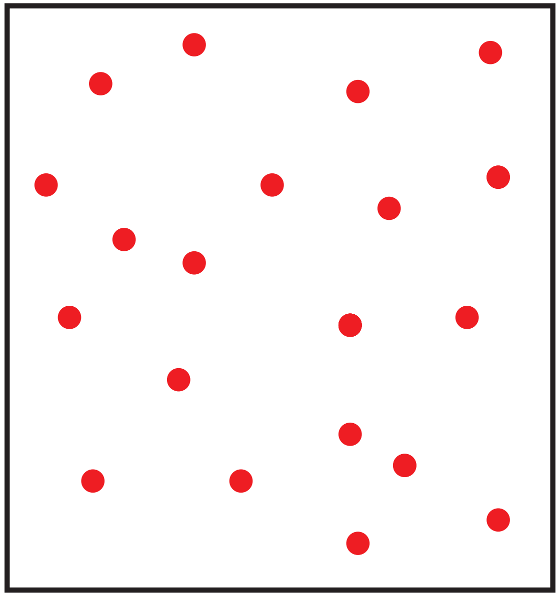
- Echelle > échelle moléculaire (ni nucléaire, ni chimique)
- Gravitation négligeable en interne, paramètre si externe
- Résultante = E_p "de Lennard-Jones" (Pauli + Van der Waals)

Phénomènes microscopiques :

- Agitation thermique (Brown)
- Collisions des particules (fortes distances)
- Attraction intermoléculaire (faibles distances)
- Répulsion interatomique (très faibles distances)

$\Rightarrow$ propriétés résultant de leurs importances relatives

Gaz "idéal" (G.P. de Laplace)



Théorie cinétique :

Agitation thermique dominante

Collisions sans interaction

statistiques $\Rightarrow PV = nRT$

ν d.d.l. par molécule $\Rightarrow \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{2+\nu}{\nu}$

énergie interne $U = \frac{\nu}{2} nRT = \frac{PV}{\gamma - 1}$

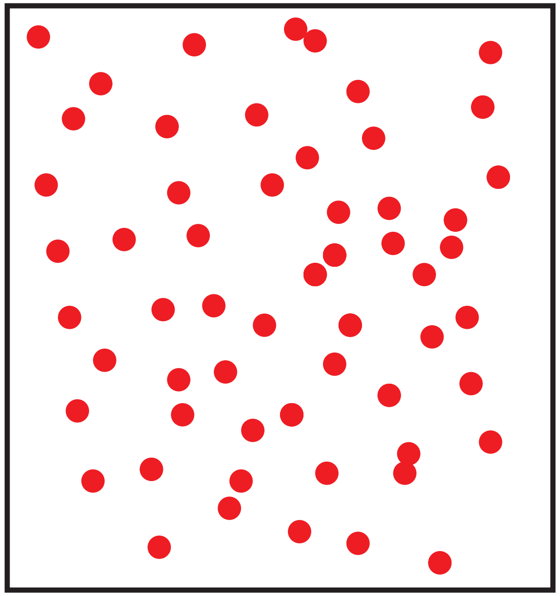
Mélange de G.P. = G.P.

Modèle très simplifié :

- Energie interne $U = E_{cT} + E_{iM}$ et PV proportionnels à T
- Pression = résultante des collisions / interface
- Deux variables d'état indépendantes

Permet d'établir analytiquement des propriétés remarquables

Gaz "plus réaliste"



Termes correctifs (empiriques) :

Agitation thermique dominante

Interactions occasionnelles

Gas de Van der Waals : $p = \frac{RT}{(V_m - b)} - \frac{a}{V_m^2}$

Equation du Viriel : $p = \frac{RT}{V_m}[1 + \frac{B(T)}{V_m} + \frac{C(T)}{V_m^2} + ...]$

Compromis entre complexité et réalisme :

- S'écarte du gaz idéal à pression croissante
- Approximation locale proche du G.P.
- Toujours deux variables d'état indépendantes

Assimilable à un GP pour de faibles variations (coefficients tabulés)

Elasticité isentropique d'un gaz

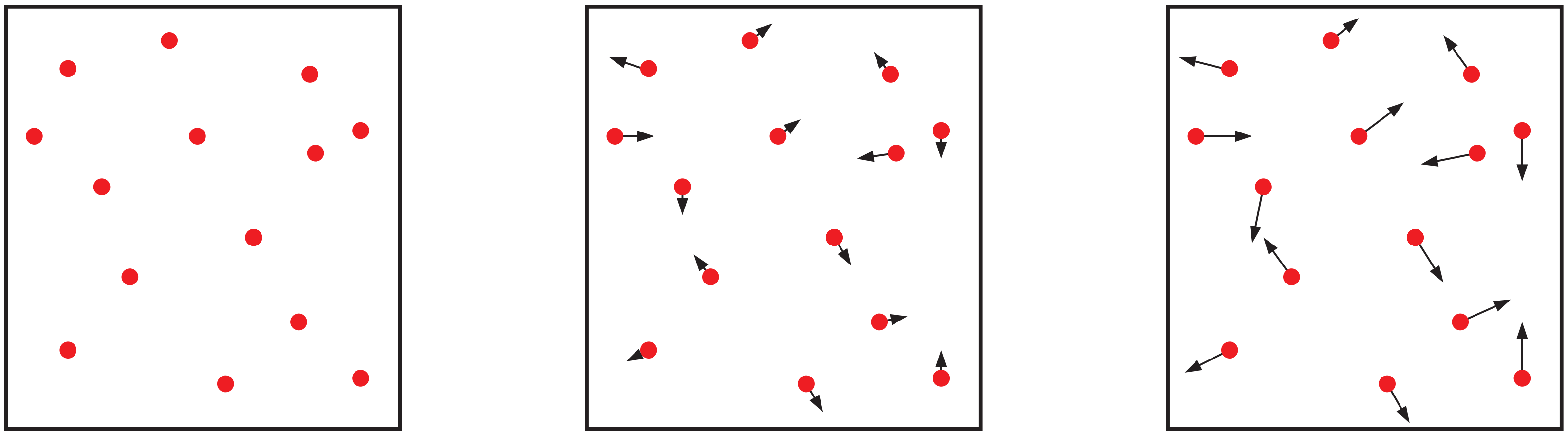
- Peu dense
- Pas de cohésion
- Faible conduction thermique
- Faible viscosité

Gaz "quasi-idéal" isentropique (γ empirique)

$U = \frac{\nu}{2} nRT$, $pV = nRT$ et $\gamma = \frac{2+\nu}{\nu}$
Soit $U = \frac{pV}{\gamma - 1}$, or $dU = TdS - pdV = -pdV$
Donc $VdP + \gamma pdV = 0$, soit $pV^\gamma = C^{te}$

Compression isentropique $\Rightarrow$ échauffement local : T liée à p

Agitation thermique



$T = 0$ $\quad$ $T > 0$ $\quad$ $T >> 0$

Energie interne associée à l'agitation thermique

- Mouvements aléatoires croissant avec T
- Peu dense $\Rightarrow$ collisions seules
- Dense $\Rightarrow$ collisions + interactions

Agitation thermique : fluctuations "invisibles"

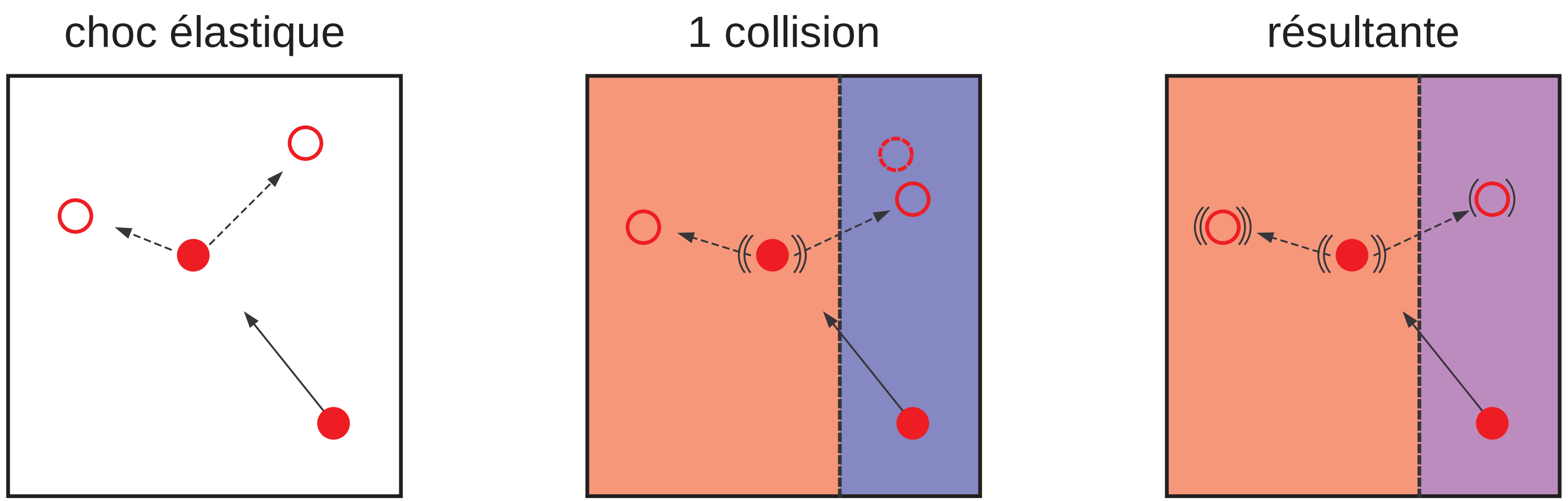
- Nombre considérable d'états microscopiques
- Détail des mouvements inobservable
- Associé à une énergie interne significative

Entropie = quantification de "l'indétermination"

- Nombre d'états "équivalents" $= \Omega$
- Théorie de Boltzman : $S = k_B Log(\Omega)$
- Energie interne : $dU = TdS$, où T est la température

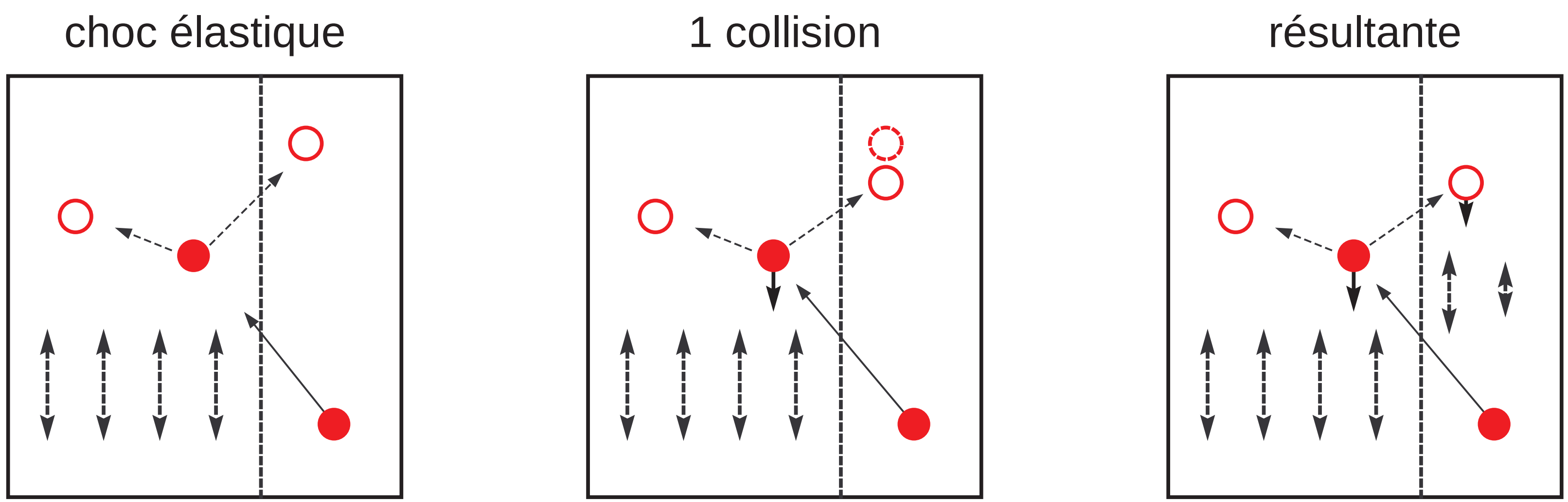
$\Rightarrow$ Prise en compte des phénomènes "occultés"

Conduction thermique



Agitation thermique répercutée $\longrightarrow$ zone froide

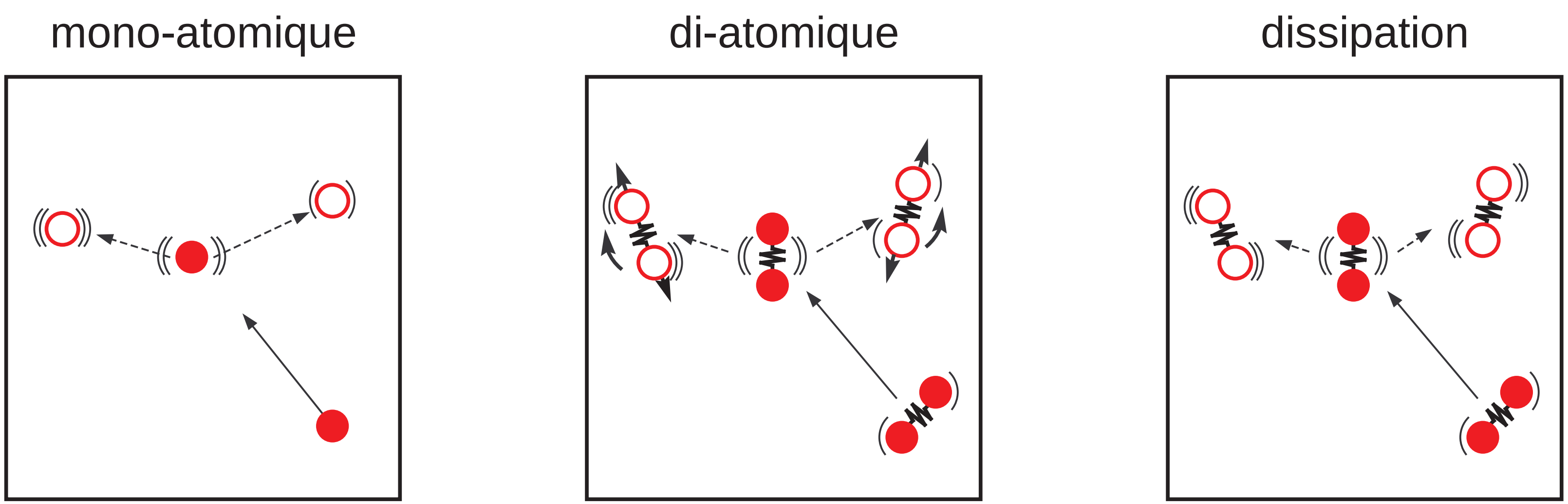
- Perturbation aléatoire des collisions
- Homogénéisation de proche en proche : diffusion
- Coefficient dépendant de la structure du milieu



Mouvement répercuté $\longrightarrow$ zone inerte

- Perturbation systématique des collisions
- Homogénéisation de proche en proche : diffusion
- Coefficient dépendant de la structure du milieu

Relaxation moléculaire

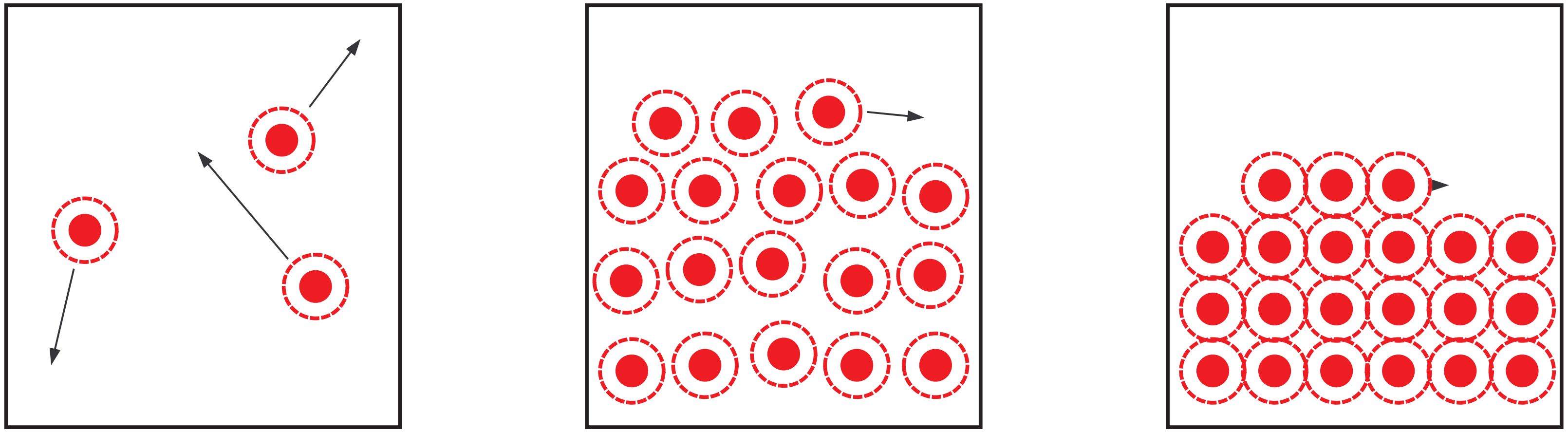


Excitation de d.d.l. internes

- Conversion de l'énergie des collisions
- Résultante = absorption d'énergie
- Fréquences propres des molécules
- Restitution retardée et imparfaite

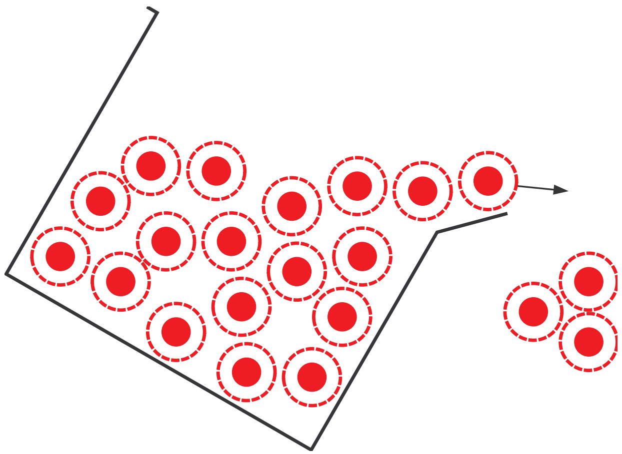
Température et état

peu dense	dense	très dense



agitation	répulsion	cohésion
attraction	attraction	agitation
-	agitation	-
$T >> T_c$	$T \approx T_c$	$T << T_c$

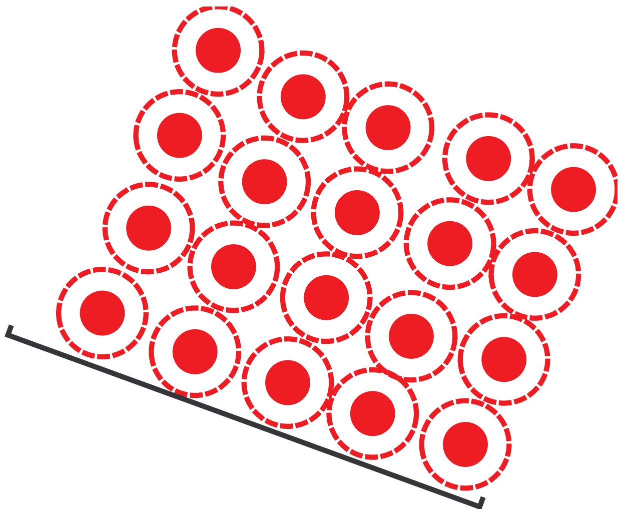
Température ou densité = réglage de l'équilibre agitation/cohésion



– Cohésion : agitation $\approx$ attraction
– Glissement possible (pas de forme propre)
– Bonne conduction thermique
– Viscosité importante

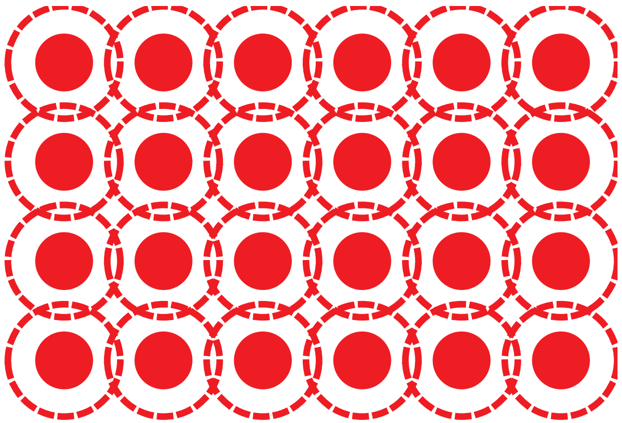
Fluide (lourd), transformation quasi-isotherme ($\gamma \approx 1$)

Solide amorphe



- Cohésion : agitation < attraction
- Glissement infinitésimal (forme "figée")
- Bonne conduction thermique
- Viscosité quasi-infinie
- Contraintes de cisaillement

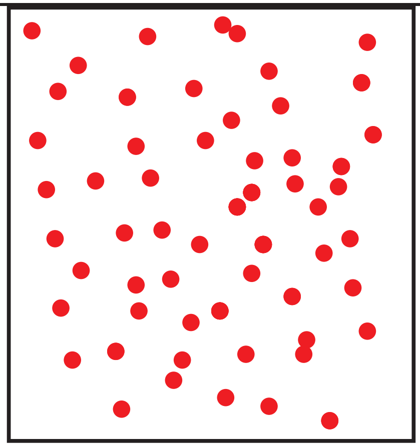
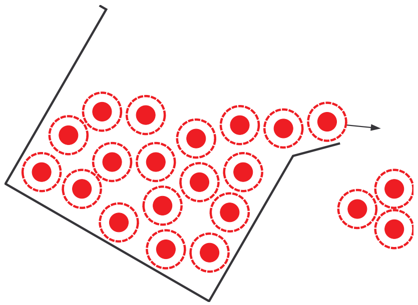
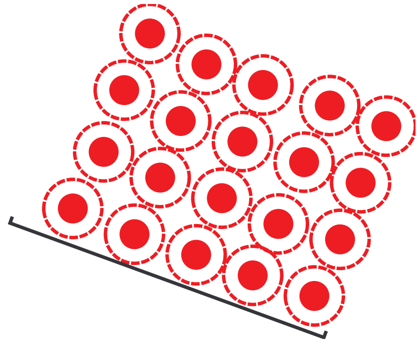
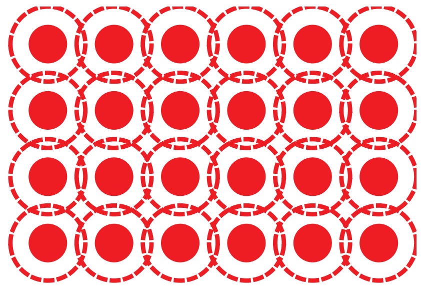
Fluide hyper-visqueux $\approx$ solide isotrope



- Cohésion : agitation $\ll$ attraction
- Déformation très limitée (rupture)
- Très bonne conduction thermique
- Viscosité infinitésimale
- Contraintes de cisaillement
- Axes particuliers (mailles)

Solide cristallin : anisotrope, très peu compressible

Etats d’un milieu

gaz	liquide	amorphe	cristal
			
fluide isotrope	fluide isotrope	solide isotrope	solide anisotrope
très compressible pas de forme	peu compressible pas de forme	très peu compressible forme figée	$\approx$ incompressible forme imposée

Quel élément de volume ?

- Choix des coordonnées
- Forme locale : $(n, V) \rightarrow \rho$ à n constant
- Conservation de la quantité de matière

Inertie de cet élément

- Bilan des forces (écart externe - interne)
- Forme locale : contrainte, déformation/déplacement
- Conservation de la quantité de mouvement

Comportement de cet élément

- Etat du milieu (nature et dépendance / T)
- Phénomènes de transport éventuels
- Conservation de l'énergie (y.c. chaleur)

Elément de volume

Echelle "locale"

- Intermédiaire entre microscopique et "système"
- Hypothèse de "milieu continu"
- Définition de grandeurs locales

Coordonnées de Lagrange

- Groupe déterminé de molécules
- Trajectoires depuis une référence
- Description "mobile dans l’espace"

Coordonnées d’Euler

- Elément de volume fixe dans l’espace
- Observation des molécules qui y "passent"
- Bilan des échanges : "champs" de vecteurs

$$\frac{d}{dt}\int_{dV} \rho d\overrightarrow{\mathbf{R}} = 0$$

Volume infinitésimal dV

- Variations de ρ (effet des contraintes)
- Flux échangés (dérivées spatiales de la vitesse)
- Vrai pour tout dV

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \overrightarrow{\nabla} \cdot (\rho \overrightarrow{\mathbf{v}}) = 0$$

Bilan des forces

- Inertie de l'élément de volume
- Action/réaction sur les frontières
- Résultante des contraintes internes
- Forces volumiques (transport)

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\overrightarrow{\mathbf{v}}) + \overrightarrow{\overline{\nabla}} \cdot (\rho\overline{\mathbf{v}} \otimes \overline{\mathbf{v}}) = \overrightarrow{\mathbf{F}} + \overline{\nabla} \cdot \overline{\overline{\sigma}}$$

Ensemble de phénomènes "internes"

- Equation d'état : relie $\overline{\overline{\sigma}}$ (ou p) à ρ et s
- Equations de transport : une pour chaque "autre" phénomène
- Conservation de l'énergie : relie (par exemple) $\overrightarrow{\mathbf{v}}$ à ρ, s, q, r (thermique)

$\Rightarrow$ Relation entre $\overline{\overline{\sigma}}$ (ou p) et $\overrightarrow{\mathbf{v}}$

Questions ?