THÈSE de DOCTORAT
de l'UNIVERSITÉ de PROVENCE AIX-MARSEILLE I

DISCIPLINE : ACOUSTIQUE

TOMOGRAPHIE ULTRASONORE DÉDIÉE À LA DÉTECTION DU CANCER DU SEIN

Présentée par
Emilie FRANCESCHINI
pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ de PROVENCE AIX-MARSEILLE I

Soutenue le 2 novembre 2006 devant le jury composé de :

M. Christian CACHARD	
M. Jean-Yves CHAPELON	Rapporteur
M. Alain HERMENT	
M. Christian HOCHARD	
M. Jean-Pierre LEFEBVRE	Directeur de thèse
M. Serge MENSAH	Directeur de thèse
M. Ali MOHAMMAD-DJAFARI	
M. Mickael TANTER	Rapporteur

THÈSE de DOCTORAT
de l'UNIVERSITÉ de PROVENCE AIX-MARSEILLE I

DISCIPLINE : ACOUSTIQUE

TOMOGRAPHIE ULTRASONORE DÉDIÉE À LA DÉTECTION DU CANCER DU SEIN

Présentée par
Emilie FRANCESCHINI
pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ de PROVENCE AIX-MARSEILLE I

Soutenue le 2 novembre 2006 devant le jury composé de :

M. Christian CACHARD	
M. Jean-Yves CHAPELON	Rapporteur
M. Alain HERMENT	
M. Christian HOCHARD	
M. Jean-Pierre LEFEBVRE	Directeur de thèse
M. Serge MENSAH	Directeur de thèse
M. Ali MOHAMMAD-DJAFARI	
M. Mickael TANTER	Rapporteur

Remerciements

Je tiens à remercier le Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique dans son ensemble, et en particulier ses deux directeurs successifs Michel Raous et Dominique Habault, pour m'avoir accueillie au cours de ces trois années de thèse.

Je remercie mes deux rapporteurs, Jean-Yves Chapelon et Mickael Tanter, qui ont lu avec attention ce manuscrit. Je tiens à remercier Christian Cachard pour avoir présidé mon jury de thèse ainsi que Christian Hochard et Ali Mohammad Djafari pour avoir accepté de participer au jury. Tous ont contribué, par leurs travaux, leurs discussions ou leurs cours, à me faire découvrir l'imagerie ultrasonore.

Merci à l'équipe Propagation et Imagerie !
Je remercie d'abord Serge Mensah (mon directeur de thèse) pour toute son attention, sa disponibilité et ses conseils sur mon travail.
Je remercie Jean-Pierre Lefebvre (mon co-directeur de thèse). Son soutien constant et ses lectures critiques m'ont permis de toujours avancer quelles qu'aient été les difficultés.
Un grand merci à Philippe Lasaygues sans qui cette thèse n'aurait pas eu lieu : c'est grâce à lui que j'ai pu découvrir la tomographie ultrasonore et surtout obtenir une bourse docteur-ingénieur !
Merci à Thierry Scotti pour ses dépannages informatiques et pour toujours soutenir les étudiants de l'équipe pour la participation à des congrès !
Merci à Eric Debieu et Marie-Madeleine Morano pour leur bonne humeur !
J'aimerai remercier aussi tous les thésards de l'équipe. Merci d'abord à Loïc Le Marrec pour tout le support scientifique et moral qu'il m'a accordée durant mon stage de DEA et ma première année de thèse (et durant la fin aussi !). Merci à Robert Ferrière pour avoir su me transmettre ses travaux de thèse... Merci à Marie-Christine Pauzin pour le travail que l'on a effectué ensemble et pour son soutien moral lors de cette dernière année de thèse.

Je remercie le radiologue Dominique Amy pour m'avoir initiée à l'échographie ductale. J'aimerai aussi remercier le radiologue François Ternier pour sa gentillesse et sa disponibilité.
Je remercie Chrysoula Tsogka et Jean-Philippe Groby pour m'avoir permis d'utiliser leur code de propagation.

Merci à toutes celles et à tous ceux qui m'ont écoutée, soutenue et aidée : Claire, Nicolas, Mitsuko, Isabelle, Mathieu, Guy, Régine... et le soutien à distance de Véro et Loulou.
Merci à mes parents et un grand merci à Bloen.

Ce travail a été effectué grâce au soutien financier de la région Provence-Alpes-Côte d'Azur (bourse BDI CNRS-Région) et grâce au soutien de la société EUROSONIC de Marseille.

Table des matières

Introduction **9**

I La tomographie ultrasonore 25

1 Tomographie d'impédance acoustique **27**
1.1 Modélisation en impédance - vitesse . . . 27
1.2 Le problème direct . . . 28
1.3 Comparaison aux autres formulations . . . 31
1.4 Le problème inverse . . . 33
1.4.1 La "transformée de Radon Elliptique" et le théorème coupe-projection . . . 33
1.4.2 La procédure d'inversion . . . 34
1.4.3 Opérateur de "rétroprojection elliptique" . . . 35
1.4.4 Restrictions au caractère quantitatif des reconstructions . . . 35
1.5 Simulations numériques . . . 36
1.5.1 Fantôme académique à inclusions de natures différentes . . . 36
1.5.2 Fantôme aléatoire . . . 41
1.6 Correction des variations de célérité . . . 43
1.7 Discussion et conclusion . . . 43

2 Fantômes numériques anatomiques **45**
2.1 Nécessité d'une technique d'imagerie anatomiquement guidée . . . 45
2.2 Motivations pour le design d'un fantôme numérique anatomique . . . 48
2.3 Modélisation de la propagation des ondes . . . 49
2.4 Fantômes numériques pour l'imagerie anatomique . . . 49
2.4.1 Milieu aléatoire . . . 49
2.4.2 Fantômes numériques anatomiques : une section sagittale du sein . . . 50
2.5 Formulation unifiée . . . 53
2.5.1 "Analyse ellipsoïdale" . . . 53
2.5.2 "Analyse ellipsoïdale" d'une barrette focalisée . . . 53
2.5.3 Rétroprojection elliptique . . . 54
2.6 Comparaison des reconstructions . . . 55
2.7 Les limites du fantôme numérique anatomique 2D . . . 57
2.8 Conclusion . . . 58

II Tomographie Quantitative 59

3 Technique de layer stripping **63**
3.1 La technique de layer stripping . . . 63
3.1.1 Principe de la technique layer stripping . . . 63
3.1.2 Etude analytique pour un objet simple . . . 65

3.2 Tomographie ”fan beam” de rayons droits standard . . . 69
3.3 Etude sur des fantômes numériques simples . . . 69
3.3.1 Fantôme académique à inclusions de nature identique et de tailles diffé-rentes 70
3.3.2 Fantôme académique à inclusions de célérités différentes et de taille identique 73
3.3.3 Etude sur des cas particuliers . . . 75
3.4 Discussion . . . 78

4 Tomographie d'absorption 79
4.1 Motivations . . . 79
4.2 Les effets de la diffraction . . . 80
4.3 Correction des effets de diffraction . . . 82
4.4 Applications sur des données simulées . . . 83
4.4.1 Tests préliminaires . . . 83
4.4.2 Objet présentant un contraste de célérité et d'absorption . . . 87
4.5 Discussion et conclusion . . . 90

5 Méthode d'optimisation 91
5.1 Principe de la méthode d'optimisation . . . 91
5.2 La méthode d'inversion locale . . . 93
5.2.1 Minimisation d'une fonction coût . . . 93
5.2.2 La procédure d'inversion . . . 95
5.3 Applications sur des données simulées . . . 95
5.3.1 Fantôme à inclusions de même nature et de tailles variables . . . 95
5.3.2 Résultats complémentaires : cas de tubes . . . 101
5.4 Discussion et conclusion . . . 105

III Validations numérique et expérimentale 107

6 Validation numérique 109
6.1 Présentation du fantôme . . . 109
6.2 Tomographie de célérité via la technique de layer stripping . . . 112
6.3 Tomographie de laplacien d'impédance avec correction des temps de vol . . . 112
6.4 Tomographie d'absorption . . . 114
6.5 Conclusion . . . 117

7 Validation expérimentale 119
7.1 Description du banc de mesure expérimental . . . 119
7.2 Mesure des paramètres acoustiques . . . 121
7.2.1 Principe des mesures . . . 121
7.2.2 Mesures des paramètres acoustiques . . . 124
7.2.3 Résumé . . . 127
7.3 Validation expérimentale de la tomographie d'impédance . . . 128
7.3.1 Description des deux montages expérimentaux . . . 128
7.3.2 Présentation et reconstruction des fantômes . . . 130
7.3.3 Discussion et perspectives . . . 132
7.4 Validation expérimentale de la technique de layer stripping . . . 135
7.4.1 Inclusion de paraffine dans une matrice d'agar-agar non chargée en sel . . . 135
7.4.2 Discussion et perspectives . . . 135

Conclusion et perspectives 137

IV Annexes **141**

A Transformée de Fourier Elliptique **143**
A.1 Définition de la transformée de Fourier elliptique inverse . . . 143
A.2 Distributions de Dirac . . . 143
A.3 Règle de dérivation . . . 144
A.4 Calcul de $\mathcal{F}_{\mathcal{E}}[\Delta\xi(\mathbf{x})]$ . . . 146

B Codes de propagation acoustique et visco-acoustique **147**
B.1 Le code de propagation acoustique . . . 147
B.1.1 Position du problème : la propagation des ondes acoustiques . . . 148
B.1.2 La discrétisation de la formulation mixte célérité-pression . . . 148
B.1.3 La technique des couches absorbantes parfaitement adaptées (PML) . . . 150
B.2 Le code de propagation visco-acoustique . . . 150
B.2.1 Equations régissant le problème . . . 150
B.2.2 Introduction de la fonction de relaxation . . . 151
B.2.3 Une formulation mixte célérité-pression . . . 152
B.3 Défauts des schémas numériques . . . 153
B.3.1 Propriétés numériques importantes : la stabilité et la dispersion numériques . 154
B.3.2 Propriétés géométriques . . . 156
B.4 Adaptation du code pour le calcul du champ diffracté . . . 156

C Tomographie fan beam de rayons droits **157**

D Calcul analytique **159**
D.1 Position du problème . . . 159
D.1.1 Configuration du problème . . . 159
D.1.2 Equations gouvernant le problème . . . 159
D.2 Représentation en ondes partielles des champs . . . 160
D.2.1 Représentation en ondes partielles du champ incident . . . 160
D.2.2 Représentation en ondes partielles du champ diffracté à l'extérieur de l'objet 161
D.2.3 Représentation en ondes partielles des champs à l'intérieur de l'objet . . . 161
D.2.4 Méthode Rayleigh-Fourier . . . 162
D.2.5 Cas particulier du cylindre plein . . . 163
D.3 Représentation temporelle des champs . . . 163
D.3.1 Représentation temporelle du champ incident . . . 163
D.3.2 Représentation temporelle du champ diffracté à l'extérieur de l'objet . . . 164
D.4 Validation des solutions analytiques . . . 165

Bibliographie **168**

Introduction

Les techniques ultrasonores, principalement l'échographie, sont largement utilisées pour le diagnostic médical. L'innocuité des ultrasons, le coût peu élevé des appareillages et la facilité des examens en font un outil de choix pour l'observation du corps humain. Si des progrès significatifs ont été faits au niveau des technologies des systèmes échographiques depuis les années 1970, le processus de formation d'image reste identique. Les signaux rétrodiffusés par les inhomogénéités des tissus sont enregistrés grâce à une sonde ultrasonore. En considérant que la propagation des ondes se fait en rayons droits et que la célérité du tissu est constante (égale à 1540 m/s), la formation de l'image repose sur l'évaluation de la distance entre la sonde et l'endroit où s'est produit l'écho, calculée par le temps de vol. Sur le plan de l'acoustique, on se place donc implicitement dans un cadre monodiffusif (un diffuseur engendre un écho unique) homogénéisé, c'est à dire dans l'approximation de Born (milieu faiblement inhomogène).

Les plus grands succès de l'échographie ultrasonore concernent la cardiologie et l'obstétrique où elle est utilisée en examen de routine. Par contre, l'imagerie du sein demeure encore un défi pour les ultrasons. En effet, pour le dépistage du cancer du sein, l'échographie est l'examen de seconde intention effectué en complément de la mammographie à rayons X, examen de référence. Son rôle a été limité pour plusieurs raisons : les vues partielles, la difficulté à reproduire les résultats avec exactitude par le même échographiste (caractère opérateur-dépendant de l'examen) et à conférer un caractère quantitatif aux images.

Cependant, les développements actuels des techniques ultrasonores montrent que les ultrasons vont tenir une place de plus en plus importante non seulement pour le diagnostic mais aussi pour la thérapie de nombreux organes dont le sein (Lewin 2004). Dans le domaine de l'imagerie ultrasonore non-linéaire avec l'utilisation d'agents de contraste, de nombreux groupes de recherche encouragent une synergie entre les applications diagnostique et thérapeutique : il est envisagé d'utiliser des agents de contraste spécifiques à des lésions pour repérer la zone cible à traiter puis pour délivrer localement un médicament en détruisant par résonance les microbulles porteuses (Cachard *et al* 1997, Tranquart *et al* 1999, Unger *et al* 2002, Dayton & Ferrara 2002, Ammi *et al* 2006). L'énergie ultrasonore peut aussi être focalisée afin de réaliser une nécrose des tissus grâce aux ultrasons de haute intensité par hyperthermie -technique HIFU en anglais *High Intensity Focused Ultrasound*- (Lizzi *et al* 1978, Gelet *et al* 1999, Hynynen *et al* 2001, Pernot *et al* 2004). Dans un futur proche, l'identification des tissus malins grâce à un diagnostic ultrasonore pourra être immédiatement suivi d'un traitement local, soit par la délivrance de drogues via des agents de contraste, soit par une ablation thermique du tissu malin, sous surveillance continue par imagerie ultrasonore.
Une autre possibilité offerte par les ultrasons est l'imagerie quantitative permettant de restituer la cartographie des propriétés acoustiques des tissus (célérité, atténuation, impédance, compressibilité, élasticité) et donc de réaliser une caractérisation tissulaire, fondement d'un diagnostic automatisé. Ainsi, les techniques de sono-élasticité et d'élastographie permettent de remonter aux propriétés élastiques des tissus. La sono-élasticité (Parker *et al* 1990) est basée sur la mesure de la vitesse de déplacement des tissus (reliée à l'élasticité du milieu) soumis à une vibration basse fréquence, à partir de l'effet Doppler. L'élastographie (Ophir *et al* 1991) utilise une compression quasi-statique des tissus par une sonde ultrasonore. La comparaison des images échographiques formées avant et après l'application de la contrainte permet de mesurer le déplacement du tissu, donnant accès au diagramme contrainte-déformation et ainsi à l'élasticité du tissu. Plus récemment, Bercoff *et al* (2004)

ont mis au point une technique d'imagerie par cisaillement supersonique permettant de mesurer avec une plus grande sensibilité les propriétés élastiques des tissus (élastographie dynamique).
Une autre méthode d'imagerie prometteuse est la tomographie ultrasonore, objet de notre étude. La tomographie offre plusieurs avantages : la réduction du caractère opérateur dépendant rencontré en échographie, la possibilité d'une imagerie quantitative et l'amélioration de la qualité des images de réflectivité, soit par le développement d'algorithmes de reconstruction originaux, soit plus récemment avec la tomographie harmonique (Kourtiche *et al* 2001).

La **tomographie assistée par ordinateur** (en anglais *Computed Tomography*, CT) est une technique permettant l'acquisition d'informations et la reconstruction de sections planes d'objets ou d'organes. Le terme tomographie se rapporte donc normalement à une reconstruction bidimensionnelle ; mais par abus de langage on conserve souvent le terme lorsque acquisition et reconstruction sont effectuées en trois dimensions, la présentation des résultats se faisant généralement sous forme de coupes à diverses élévations. Le principe est le suivant : (1) on acquiert des informations indirectes sous différentes incidences, dans le cas le plus simple des projections, sur une coupe de l'objet sélectionnée par le dispositif d'acquisition, (2) la coupe est ensuite déterminée en tant que solution d'un problème inverse et reconstruite numériquement.

Dans le cas idéal, lorsque toutes les projections sont connues pour toutes les valeurs de l'angle d'incidence et du point de mesure, le problème de la reconstruction se résume à l'inversion de la transformée de Radon. En pratique, on ne dispose que des mesures de projection pour des valeurs discrètes de l'angle d'incidence et du point de mesure, il est alors nécessaire d'utiliser d'autres procédures d'inversion. Ces procédures de reconstruction tomographique ultrasonore peuvent être divisées en deux catégories : les méthodes analytiques et les méthodes algébriques (Ladas & Devaney 1991). Les méthodes analytiques (ou non-itératives) considèrent une approche continue au problème pour lequel une formule d'inversion analytique est recherchée. Ces méthodes sont généralement basées sur le théorème coupe-projection (Deans 1983) et incluent l'algorithme de rétroprojection filtrée et les méthodes d'interpolation dans le plan de Fourier. Les méthodes algébriques (ou itératives) posent le problème de reconstruction sous forme discrète, comme un système d'équations linéaires à résoudre (Herman 1980). Ces méthodes sont basées sur un processus itératif qui consiste à partir d'une estimation initiale de l'image à actualiser cette image de manière à la rendre compatible avec les mesures. Différentes méthodes algébriques existent, la différence réside dans la méthode d'optimisation qu'elles utilisent pour mesurer l'écart entre les éléments de projection calculés et mesurés. Les méthodes algébriques les plus employées sont les méthodes de type ART -en anglais *Algebraic Reconstruction Technique*- où un rayon de projection est traité à chaque itération, et SIRT -en anglais *Simultaneous Iterative Reconstruction Technique*- où l'on procède pixel par pixel, c'est-à-dire qu'à chaque itération, l'influence de tous les rayons sur un pixel est considérée. Les méthodes algébriques font souvent appel à des méthodes de régularisation en introduisant une information *a priori* sur la solution soit déterministe, soit statistique (Carfantan & Mohammad-Djafari 2001). Le problème d'inversion mal posé (dû dans le cas linéaire aux erreurs liées au procédé d'observation ou à la discrétisation) est alors transformé en un problème bien posé. Pour les techniques statistiques, les mesures, et parfois la fonction objet, sont considérées comme des variables aléatoires auxquelles on affecte une loi de probabilité afin de traduire les incertitudes que l'on a sur les données (bruit, erreur de modélisation) (Shep & Vardi 1982) et, sur la fonction objet à imager dans le cas d'une formulation bayésienne (articles de synthèse de Mohammad-Djafari 1994 et Peyrin *et al* 1996). Dans le cadre de nos travaux, nous nous intéresserons principalement aux méthodes analytiques, plus légères.

Dans les années 1970 et au début des années 1980, les pionniers de la tomographie ultrasonore pour l'imagerie du sein se sont intéressés à la tomographie de transmission et ont mis au point des méthodes directement dérivées du protocole utilisé en tomographie par rayons X (Greenleaf *et al* 1974, 1978, Glover & Sharp 1977, Clément *et al* 1980, Jossinet *et al* 1980, 1983, Peyrin *et al* 1982). Les phénomènes de réfraction et de diffraction n'étaient donc pas pris en compte. Cependant, aux fréquences utilisées en imagerie ultrasonore du sein (de 2 MHz à 11 MHz), la longueur d'onde est inférieure à 1 mm correspondant à l'ordre de grandeur des fluctuations spatiales de célérité et

d'atténuation ; il semble nécessaire de tenir compte des effets de diffraction des ondes. Plusieurs groupes de recherche ont alors développé la tomographie en diffraction (Mueller & Kaveh 1978, Devaney 1982, 1985, Kenue & Greenleaf 1982, Pan & Kak 1983). L'objectif principal de ces études était de différencier les divers tissus constituant le sein et plus particulièrement les tumeurs en quantifiant la célérité et l'atténuation.

La littérature scientifique sur la tomographie ultrasonore, et plus particulièrement sur la tomographie en diffraction, a été abondante ces 25 dernières années ; cependant, comme l'a fait remarquer André *et al* (1997), la majorité des travaux sont théoriques et numériques. Les études expérimentales effectuées dans le but de développer des systèmes de tomographie ultrasonore sont moins nombreuses et parmi elles très peu traitent de la tomographie en diffraction (Kaveh *et al* 1979, Kenue & Greenleaf 1982, Duchêne *et al* 1988, Sponheim *et al* 1994, Mensah & Lefebvre 1997). Ces efforts expérimentaux sont clairsemés parmi les premiers travaux mais l'activité a surtout augmenté ces dix dernières années. Cela suggère que les premiers efforts concentrés sur le développement des techniques de reconstruction ont été freinés par des limites technologiques et que l'intérêt s'est ravivé avec les améliorations de l'instrumentation, et en particulier de l'informatique (André *et al* 1997).

Ainsi plusieurs groupes de recherche ont récemment développé des systèmes de tomographie pour l'imagerie du sein (Witten *et al* 1988, André *et al* 1997, Stotzka *et al* 2002, Lasaygues *et al* 2002, Ashfaq & Ermert 2004, Wiskin *et al* 2005). Ils ont adopté pour la plupart comme dispositif expérimental une antenne circulaire où les émetteurs et les récepteurs sont fixés sur un cercle à l'intérieur duquel l'objet à imager est placé. En tomographie en diffraction pour l'imagerie médicale, il est nécessaire d'acquérir des données en un temps très court afin d'éviter toutes détériorations de l'image pouvant être causées par les mouvements du patient. Les scanners ultrasonores utilisant un système rotatif d'émetteur/récepteur ont un temps d'acquisition relativement long dû aux positions successives des transducteurs. Afin de diminuer le temps d'acquisition, il semble nécessaire d'utiliser une configuration où les transducteurs sont fixes (Witten *et al* 1988).

Le présent travail s'inscrit dans le cadre du projet ANAÏS (en anglais *ANAtomical Imaging and Interventional System*) du LMA dont l'objectif est de développer un système à antenne semi-circulaire permettant une imagerie tomographique ultrasonore du sein tridimensionnelle et multi-paramétrique. On va s'intéresser dans ce qui suit aux différents systèmes de tomographie et aux méthodes de reconstruction développées pour l'imagerie du sein, depuis les débuts avec la tomographie en transmission de rayons droits ou courbes, ou encore la tomographie en diffraction, jusqu'aux différents systèmes actuels (dont les méthodes de reconstruction utilisent la tomographie en diffraction). Du point de vue algorithmique, nous nous concentrerons principalement sur les méthodes analytiques utilisant la linéarisation du problème inverse, méthodes valables sous l'hypothèse de milieux faiblement inhomogènes.

La tomographie en transmission de rayons droits ou courbes

Dans les années 1970, la tomographie ultrasonore assistée par ordinateur fut la transposition aux ultrasons du protocole utilisé en tomographie de rayons X. L'hypothèse fondamentale de cette méthode est que la propagation du faisceau ultrasonore se fait en ligne droite. Différents laboratoires ont développé des systèmes de tomographie ultrasonore afin de reconstruire des images de vitesse et d'atténuation sur la base de cette hypothèse. On peut citer les travaux pionniers de Greenleaf *et al* (1974, 1978), Glover & Sharp (1977), et en France, Clément *et al* (1980), Jossinet *et al* (1980, 1983), Peyrin *et al* (1982). Ces premières études ont montré qu'une imagerie ultrasonore à plusieurs paramètres (vitesse, atténuation) combinée ou non avec d'autres informations (telles que la mesure de la texture, l'âge de la patiente) permettrait de différencier les divers types de tissus et de lésions rencontrés dans le sein (Greenleaf & Bahn 1981, Foster 1984).

Sous l'hypothèse d'une propagation rectiligne, la reconstruction peut se faire grâce à une méthode algébrique de type ART (Greenleaf *et al* 1974). Cependant, quand la trajectoire d'acquisition est complète et que l'on possède un nombre suffisant de données, il est plus simple d'utiliser l'algorithme de rétroprojection filtrée (méthode analytique) en raison de sa rapidité d'exécution. Pour chaque direction d'observation, l'information relative au paramètre à reconstruire (par exemple le

temps de vol pour le paramètre de célérité) est mesurée en transmission sur une ligne perpendiculaire à la direction de propagation, constituant une projection. L'ensemble des projections fourni par l'acquisition représente exactement la transformée de Radon de l'image. La reconstruction de l'objet est possible grâce au **théorème coupe-projection** établissant que la transformée de Fourier monodimensionnelle d'une projection est une coupe de la transformée de Fourier bidimensionnelle de l'objet (Fig. 1). Toute l'information de l'image est donc contenue dans l'ensemble des projections puisque, via le théorème coupe-projection, on peut accéder à la totalité de la transformée de Fourier de l'image en coordonnées polaires et ainsi retrouver l'image.

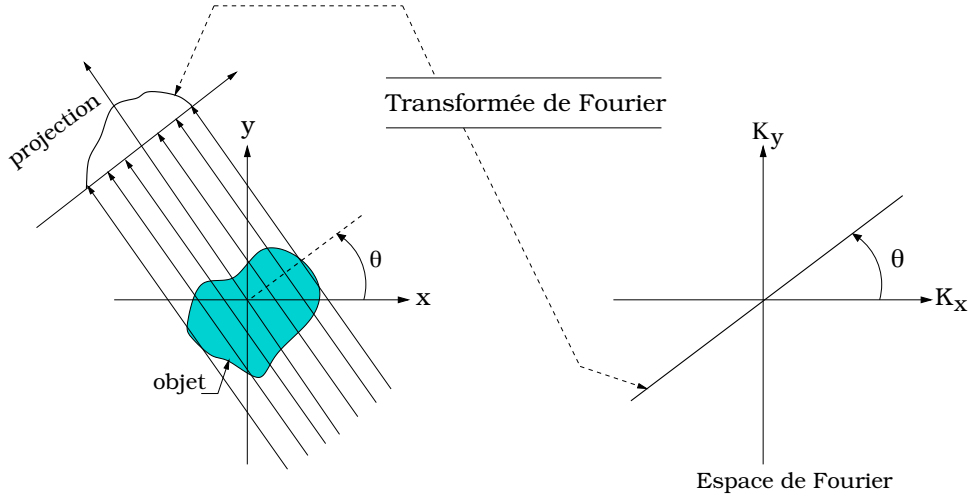


FIG. 1 – Théorème coupe-projection.

L'hypothèse de propagation en rayons droits, parfaitement adaptée aux rayons X, ne convient pas aux ultrasons du fait des effets de réfraction et de diffraction en présence d'hétérogénéités dans le milieu. Les images obtenues avec ces procédures de reconstruction sont parfois de qualité médiocre et présentent des artéfacts : les valeurs des paramètres et les caractéristiques géométriques sont erronées. Une autre approche, pour éviter les fortes approximations nécessaires aux techniques de rayons droits, repose sur les hypothèses de l'acoustique géométrique. Quand la taille des hétérogénéités d'un objet est grande par rapport à la longueur d'onde, l'énergie est transportée selon des courbes correspondant à des trajectoires orthogonales aux fronts d'ondes, les "rayons courbes". Les effets de la réfraction doivent donc être pris en compte. En combinant des algorithmes de tracés de rayons avec des techniques de reconstructions algébriques, Andersen & Kak (1982, 1984) ont développé des procédures d'imagerie tomographique pour des objets réfractants. L'approche consiste à corriger *a posteriori* la première image reconstruite sous l'hypothèse de propagation en ligne droite grâce à une procédure itérative consistant à répéter alternativement les deux étapes suivantes :

– tracer le parcours des rayons considérant le phénomène de réfraction,
– utiliser les trajets courbes pour corriger l'image.

Quand la taille des hétérogénéités devient comparable à la longueur d'onde, l'hypothèse d'une propagation en rayons droits ou courbes n'est plus appropriée puisque l'onde est diffusée par le milieu et se propage dans toutes les directions à la fois. On n'a alors d'autres recours que la tomographie en diffraction

Tomographie en diffraction

La tomographie en diffraction cherche à exploiter la totalité du champ diffracté, le plus souvent le champ diffracté aval, du côté opposé à l'émission. Les problèmes sont de décrire mathématiquement

le problème acoustique en choisissant une équation de propagation la plus réaliste et synthétique possible, c'est-à-dire avec le minimum de paramètres,de résoudre le problème inverse de la diffraction ainsi posé.

Position du problème

Il existe plusieurs méthodes pour modéliser les milieux inhomogènes que constituent les milieux biologiques. On peut choisir une formulation soit en termes de fluctuations de compressibilité et de densité (Morse & Ingrad 1968, Norton 1983, Devaney 1985, Mensah & Lefebvre 1997), soit en termes de fluctuations de célérité et de densité (Chernov 1967), soit en termes de fluctuations d'impédance et de célérité (Lefebvre 1985, 1988). Afin de faciliter les calculs, il est fréquent que le terme de densité soit négligé sans trop de justification (Mueller *et al* 1978, Kaveh *et al* 1979, Kenue & Greenleaf 1982, Devaney 1982). L'absorption est parfois prise en compte en utilisant une célérité complexe traduisant l'effet d'absorption-dispersion (Greenleaf & Chu 1983).

Il n'existe pas de méthodes directes pour résoudre le problème de la propagation des ondes dans un milieu inhomogène. Les méthodes de résolution les plus utilisées reposent sur des formulations approchées valables sous l'hypothèse de milieux faiblement inhomogènes, qui permettent de linéariser le problème inverse[1]. Les approximations les plus connues sont les approximations de Born et de Rytov. Lorsqu'on utilise l'approximation de Born, les données mesurées sont relatives à l'amplitude du champ diffracté tandis que, sous l'approximation de Rytov, les données sont reliées à la différence de phase entre le champ total et le champ incident (donc à la phase du champ diffracté). L'approximation de Born est plus contraignante car elle nécessite que les fluctuations du paramètre d'intérêt soient faibles mais aussi que le volume total de l'objet soit petit (Kaveh *et al* 1981, Slaney *et al* 1984). Cette seconde condition n'est souvent pas respectée dans les applications tomographiques où la taille de l'objet est souvent supérieure à cent longueurs d'onde. L'approximation de Rytov ne présente pas de contrainte sur la taille de l'objet ; cependant, il est difficile de déterminer la phase du champ diffracté obtenue modulo 2π. La difficulté est de dérouler cette phase, c'est-à-dire la valeur absolue de la phase à partir de sa valeur modulo 2π (Kaveh *et al* 1981, 1984, Sponheim *et al* 1991).

Le théorème coupe-projection généralisé à la diffraction

Une approche de reconstruction tomographique basé sur un **théorème coupe-projection généralisé à la diffraction** est alors possible pour des milieux faiblement diffusants en utilisant l'approximation de Born ou de Rytov (Mueller & Kaveh 1978). A l'origine, cette idée provient des travaux de Wolf (1969) et d'Iwata & Nagata (1975) en optique. Le théorème coupe-projection généralisé à la diffraction établit que (figure 2 en mode de transmission et figure 3 en mode de réflexion) :

> Lorsqu'un objet est éclairé par une onde plane monochromatique de direction $\mathbf{n}_0$ (vecteur unitaire), la transformée de Fourier monodimensionnelle du champ diffracté mesuré sur une ligne perpendiculaire (TT') à la direction de propagation de l'onde donne les valeurs de la transformée de Fourier bidimensionnelle de l'objet le long d'un demi-arc de cercle, centré sur $-k\mathbf{n}_0$ (k étant le nombre d'ondes dans le milieu de référence) et de rayon k, dans le domaine fréquentiel.

On peut montrer que la couverture de l'espace de Fourier de l'objet est réalisée grâce à des mesures multiples autour de l'objet (à une seule fréquence fixe) sur 360^o (Fig. 4). En mode de transmission, la région centrale du plan de Fourier est recouverte et correspond à un disque de rayon $k\sqrt{2}$ centré à l'origine ; on a donc une information basse fréquence favorable à une reconstruction quantitative.

[1] L'autre stratégie, moins étudiée en comparaison des méthodes non-itératives linéaires (ou analytique linéaire), est l'utilisation des méthodes itératives non-linéaires. On peut citer les méthodes itératives de type Born itératif, Born itératif distordue (Wang & Chew 1989) ou Born itératif distordue multifréquentielle (Haddadin & Ebbini 1997), qui ont été développées afin de s'affranchir des limites de validité de l'approximation de Born (faible contraste et taille). Ces méthodes consistent à utiliser comme solution initiale une reconstruction utilisant l'approximation de Born puis à réévaluer la fonction objet (cas Born itératif) et parfois la fonction de Green (cas Born itératif distordue) à chaque itération, de manière à les rendre compatible avec les mesures.

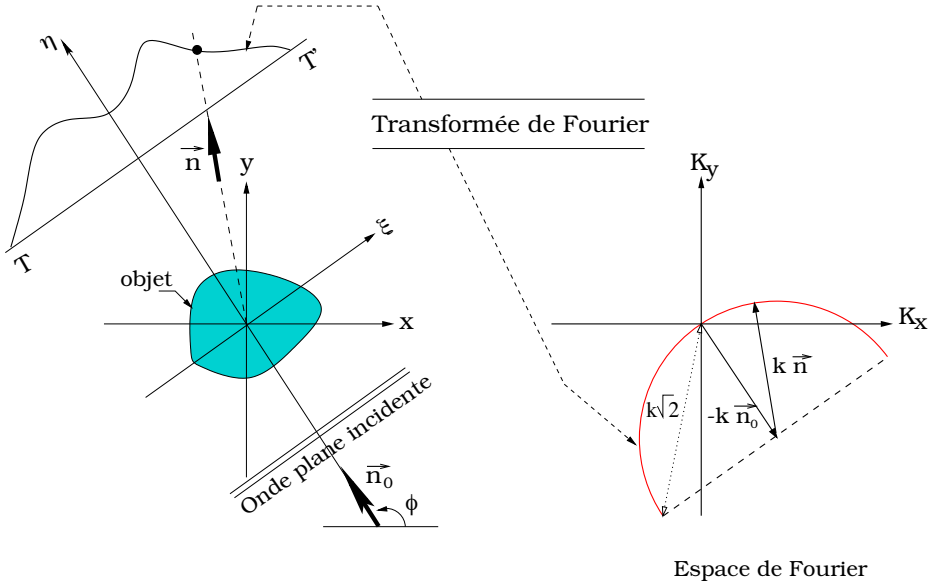


FIG. 2 – Théorème coupe-projection généralisé à la diffraction en mode de **transmission**.

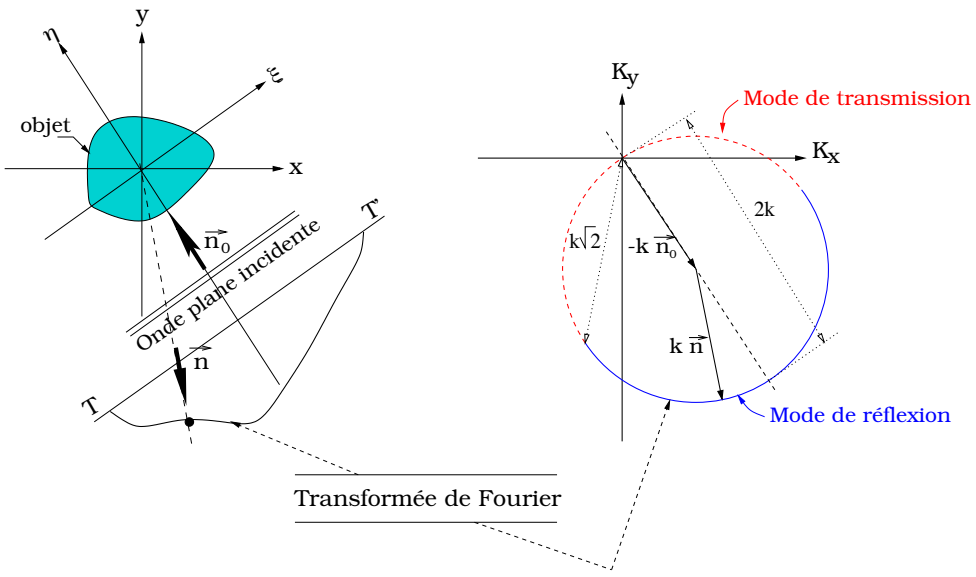


FIG. 3 – Théorème coupe-projection généralisé à la diffraction en mode de **réflexion**.

En mode de réflexion, la région centrale du plan de Fourier ne peut être atteinte, l'ensemble des demi-cercles obtenus recouvrant une couronne extérieure pour des fréquences comprises entre $k\sqrt{2}$ et $2k$; l'information obtenue est plus haute fréquence, une imagerie qualitative avec une meilleur résolution peut donc être obtenue.
On peut remarquer qu'en hautes fréquences ($k \rightarrow \infty$), le rayon du demi-arc de cercle augmente jusqu'à tendre vers une droite (Fig. 5) c'est-à-dire que le théorème coupe-projection généralisé à la diffraction tend vers le théorème coupe-projection. Ce cas limite correspond à la tomographie de rayons X : lorsque la longueur d'onde tend vers zéro, les effets de la diffraction sont ignorés, on est dans le cadre de l'acoustique géométrique.

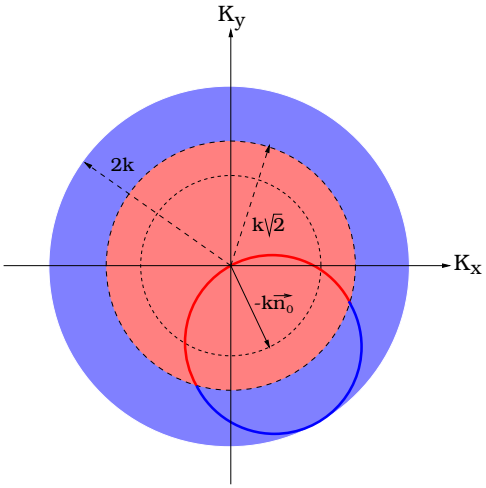


FIG. 4 – Couverture de l'espace de Fourier de l'objet avec un balayage spatial de l'angle d'incidence sur 360 ^{o} à une seule fréquence. En transmission (rouge) et en réflexion (bleu).

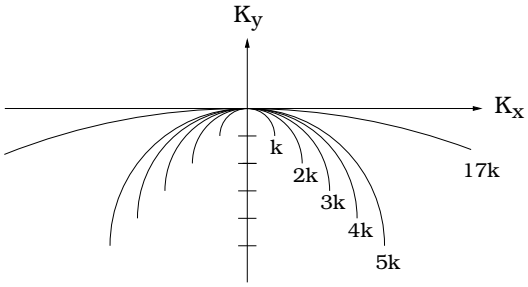


FIG. 5 – Lorsque la longueur d'onde tend vers zéro, le théorème coupe-projection généralisé à la diffraction tend vers le théorème coupe-projection (Kak & Slaney 1998, p. 228).

Le théorème coupe-projection généralisé à la diffraction a été dans un premier temps démontré, dans le cadre de l'approximation de Born ou de Rytov, pour une formulation à un seul paramètre (compressibilité ou indice de réfraction). Devaney (1985) a montré que le théorème était toujours valide lorsque les fluctuations de densité étaient considérées dans la formulation compressibilité/densité, l'utilisation de deux fréquences sont alors nécessaires (ainsi que plusieurs angles de vue).
Lefebvre (1985) a introduit une modélisation en termes de fluctuations d'impédance et de célérité. Son étude montre que seule l'impédance joue un rôle significatif en réflexion, de même que la célérité en transmission ; une modélisation à un seul paramètre peut donc être adopté selon que l'on s'intéresse à l'un ou l'autre type de mesure. L'acquisition se fait à une fréquence fixe et on procède à un double balayage spatial de l'angle d'incidence sur 360^o et de l'angle de diffusion par un balayage circulaire du récepteur autour de l'objet. Le plan de Fourier de l'objet est alors rempli par arcs de cercles successifs de centre $-k\mathbf{n}_0$ et de rayon k. Lefebvre (1985) montre ainsi que les raisonnements sur les couvertures spectrales sont valables que l'on effectue des balayages circulaires ou linéaires des récepteurs, et quelle que soit la modélisation paramétrique choisie.
Sur la base du théorème coupe-projection pour la diffraction, quelques études expérimentales ont été réalisées. Les premiers travaux expérimentaux en tomographie ultrasonore de diffraction furent présentés par Kaveh *et al* (1979). Leurs reconstructions de la distribution de l'indice de réfraction montrent un pouvoir de résolution de huit longueurs d'onde à 3 MHz pour des fantômes de gélatine avec un faible contraste de célérité par rapport au milieu de référence. Greenleaf *et al* (Kenue & Greenleaf 1982, Greenleaf & Chu 1983) ont reconstruit la célérité et l'atténuation en utilisant un protocole expérimental plus sophistiqué avec plusieurs fréquences, ce qui permet d'obtenir une meilleure couverture du plan de Fourier de l'objet (Fig. 5) et donc de travailler avec moins de direc-

tions d'observation.

Dans toutes ces applications, la transformée de Fourier bidimensionnelle de l'objet est déterminée pour des valeurs (dans l'espace de Fourier) distribuées sur une grille cartésienne afin de pouvoir procéder à une transformée de Fourier 2D inverse standard pour retrouver l'objet. Une interpolation par rapport aux points les plus proches est alors nécessaire afin de ramener l'ensemble des points fréquentiels répartis sur les demi-cercles sur une grille cartésienne. Plusieurs méthodes d'interpolation ont été proposées par Pan & Kak (1983). Afin d'éviter cette opération d'interpolation, Devaney (1982) a développé une méthode d'inversion alternative qui permet de reconstruire directement l'objet à partir des mesures du champ diffracté. Il s'agit de l'**algorithme de rétropropagation filtrée** (par analogie avec l'algorithme des rétroprojections filtrées en tomographie en transmission de rayons droits) toujours basé sur le théorème coupe-projection généralisé à la diffraction.

Tous ces travaux sont basés sur l'**utilisation d'une onde incidente plane, difficile à générer expérimentalement** (Nahamoo *et al* 1984, Sponheim & Johansen 1991). Nahamoo *et al* proposent une technique de tomographie en diffraction permettant l'utilisation de tout type d'onde incidente. Pour chaque position d'un transducteur émetteur se déplaçant linéairement, le champ diffracté est mesuré en transmission sur une ligne parallèle au déplacement de l'émetteur. Seuls deux balayages transversaux de l'émetteur (deux angles de vue) permettent de couvrir partiellement le plan de Fourier de l'objet. Sponheim *et al* (Sponheim & Johansen 1991, Sponheim *et al* 1994) ont initialement appliqué les techniques de tomographie en diffraction en utilisant huit éléments PZT de fréquence centrale 4 MHz afin de générer une onde plane. Dans une seconde étude, ils souhaitent s'affranchir de la difficulté de créer une onde plane et utilisent un seul transducteur émetteur produisant une onde cylindrique. Le champ diffracté est mesuré sur un cercle grâce à un balayage circulaire d'un transducteur récepteur. Les mesures du champ diffracté sont ensuite converties afin de correspondre à des mesures provenant d'un balayage transversal et d'appliquer l'algorithme de rétropropagation filtrée.

Information large-bande

Les techniques présentées précédemment utilisent des mesures monofréquentielles. D'autres approches ont été développées afin d'**exploiter une information large-bande**. Une classe de méthodes consiste à résoudre l'équation des ondes dans le domaine temporel en se basant sur des relations faisant intervenir dans le cadre de l'approximation de Born la transformée de Radon du paramètre à reconstruire et le champ diffracté mesuré (Tretiak 1985, Pourjavid & Tretiak 1991, Melamed *et al* 1996). Les travaux pionniers de Norton (Norton 1980, Norton & Linzer 1981) utilisent des ondes sphériques émises par un transducteur ponctuel large bande pour développer des procédures d'inversion exacte. Afin de simplifier la résolution du problème inverse, les mesures sont effectuées en rétrodiffusion pour des surfaces d'acquisition planes, cylindriques et sphériques : le signal rétrodiffusé correspond alors à l'intégration surfacique du paramètre de réflectivité sur des surfaces sphériques concentriques centrées sur le point émetteur-récepteur. D'autres groupes ont ensuite incorporé des corrections pour prendre en compte les variations de célérité (Kim *et al* 1984) ou utilisé plusieurs angles de diffraction (Tretiak 1985, Melamed *et al* 1996) où parfois un seul angle de vue est suffisant pour reconstruire l'objet (Tretiak 1985). Une limite de ces méthodes est qu'elles supposent que l'impulsion incidente est de largeur de bande infinie alors qu'en pratique elle est à bande limitée, la qualité des reconstructions est alors détériorée par un filtrage spatial de l'image dépendant de la forme de l'onde incidente (Pourjavid & Tretiak 1991). Afin de réduire cet effet de filtrage, une méthode de traitement du signal consiste à déconvoluer les signaux de réception par la fonction d'appareil de l'ensemble du système de manière à obtenir des mesures qui ne dépendent que du milieu (Papoulis & Chamzas 1979, Demoment *et al* 1984, Herment *et al* 1989, Lasaygues & Lefebvre 2000).

Une autre approche consiste à faire une acquisition aussi large bande que possible par balayage fréquentiel ou en impulsions. On peut alors montrer que, pour un angle de diffraction fixe, en procédant à un balayage mixte, spatial de l'angle d'incidence sur 360^o et fréquentiel entre ω_{min} et ω_{max}, le plan de Fourier de l'objet est rempli par segments successifs selon une couronne de rayons

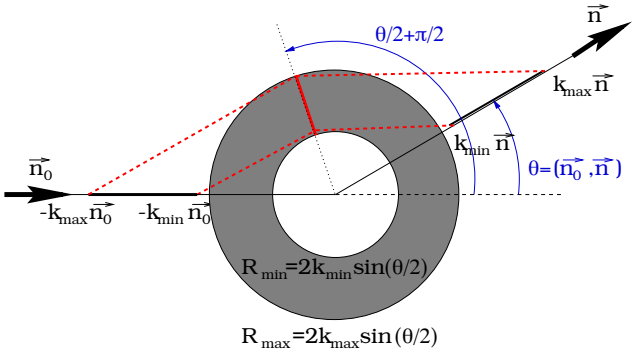


FIG. 6 – Couverture de l'espace de Fourier de l'objet avec un angle de diffraction fixe et un balayage mixte, spatial de l'angle d'incidence sur 360^o et fréquentiel entre k_{min} et k_{max} (Lefebvre 1985). $\vec{n}_0$ et $\vec{n}$ représentent respectivement les directions d'incidence et d'observation.

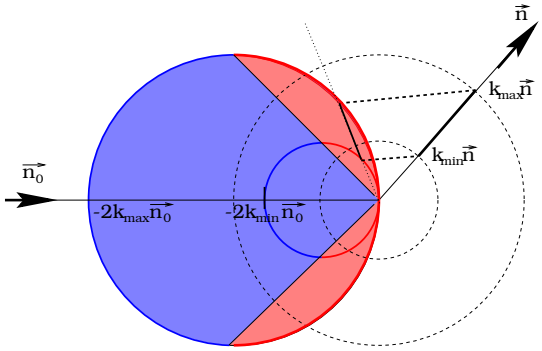


FIG. 7 – Couverture de l'espace de Fourier de l'objet avec un balayage spatial du récepteur et un balayage fréquentiel, à un angle d'incidence fixe. En transmission (rouge) et en réflexion (bleu). $\vec{n}_0$ et $\vec{n}$ représentent respectivement les directions d'incidence et d'observation.

intérieurs et extérieurs $2k_{min}\sin(\theta/2)$ et $2k_{max}\sin(\theta/2)$ (Lefebvre 1985, Mensah & Lefebvre 1997). Il s'agit d'un simple algorithme de rétroprojection : chaque acquisition est rétroprojetée (avec une pondération fonction de l'angle de diffraction) selon une direction parallèle à la bissectrice entre les directions d'émission et de réception (Fig. 6).
Lorsque le balayage spatial de l'angle de diffraction est combiné avec le balayage fréquentiel, à chaque position de l'émetteur, on peut couvrir une zone spectrale comprise entre deux cercles de rayon k_{min} et k_{max} passant par l'origine 0 (Fig. 7) (Blackledge *et al* 1987). Quelques angles d'incidence sont alors nécessaires pour reconstruire le plan de Fourier. La **tomographie redondante** ainsi utilisée par Mensah & Lefebvre (1997) sur un fantôme faiblement contrasté offre un pouvoir de résolution de l'ordre de la longueur d'onde.

Les systèmes actuels de tomographie ultrasonore du sein

Les premiers scanners de tomographie ultrasonore réalisés pour la sénologie ont été réalisés aux Etats-Unis par Greenleaf *et al* (1974, 1978), Glover & Sharp (1977), et en France, par Clément *et al* (1980) et Jossinet *et al* (1980, 1983). Les différents dispositifs expérimentaux sont semblables. Ils sont généralement composé d'une table évidée sur laquelle la patiente est en décubitus ventral et plonge le sein dans une cuve remplie d'eau. Une paire de transducteurs est déplacée mécaniquement, autorisant un balayage circulaire et/ou transversal autour du sein pour analyser l'organe suivant plusieurs incidences. Afin d'obtenir des coupes à différents niveaux, l'ensemble peut être monté sur des vérins oléo-pneumatiques (Jossinet *et al* 1980, 1983). Une autre technique consiste à utiliser plusieurs ensembles de transducteurs à différentes hauteurs, disposée de part et d'autre de l'organe

(Greenleaf *et al* 1982 - Fig. 8).

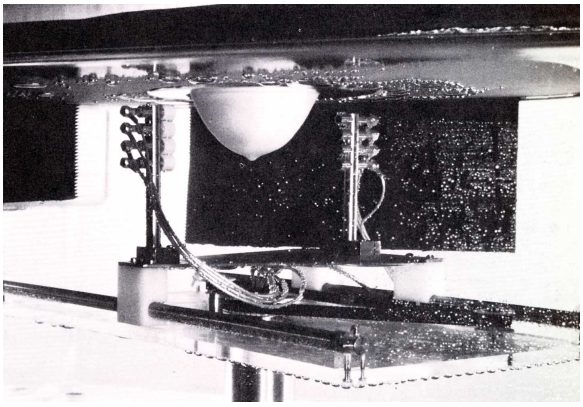


FIG. 8 – Scanner ultrasonore de Greenleaf *et al* (1982). Le scanner possède quatre paires de transducteurs séparés de 14 mm placés verticalement. La paire de transducteurs placés le plus haut a une fréquence centrale de 3.5 MHz, le diamètre du sein étant plus important à sa base. Les autres sont des transducteurs de fréquence centrale 5 MHz.

De nombreux groupes de recherche développent encore actuellement des systèmes d'imagerie afin de réaliser des images ultrasonores quantitatives du sein (André *et al* 1997, Lacefield & Waag 2001, Stotzka *et al* 2002, Ashfaq & Ermert 2004, Wiskin *et al* 2005).
Plusieurs groupes de recherche ont choisi d'utiliser une antenne circulaire fixe, permettant une acquisition des données beaucoup plus rapide qu'un système rotatif d'émetteurs/récepteurs. Un système rotatif nécessite un temps d'arrêt assez long entre deux positions successives des transducteurs afin d'éviter les vibrations mécaniques produites par ce déplacement et dégradant la qualité du signal (Witten *et al* 1988). Les artéfacts associés aux mouvements de la patiente (Witten *et al* 1988) ou associés à la mesure du centre de rotation de l'antenne synthétique (Kenue & Greenleaf 1982) sont ainsi considérablement réduits par l'utilisation d'une antenne circulaire fixe.
Une des premières antennes circulaires ne nécessitant pas de balayage mécanique a été réalisée par Clément *et al* (1980). Elle est composée de 450 éléments de fréquence centrale 3.5 MHz. Les reconstructions sont effectuées grâce à la méthode des rétroprojections filtrées en considérant une propagation rectiligne entre les éléments. D'autres antennes possédant un nombre d'éléments plus important ont depuis été développées.
Le groupe de Waag (*Université de Rochester, Rochester, Etats-Unis*) possède deux antennes circulaires. Leur approche consiste à synthétiser une onde plane à partir des éléments de l'antenne pour pouvoir utiliser les algorithmes classiques de tomographie en diffraction tels que l'algorithme de rétropropagation filtrée (Witten *et al* 1988, Jansson *et al* 1998). Afin d'améliorer cette technique de reconstruction initialement monofréquentielle, Mast (1999) a développé une méthode temporelle employant l'information du signal incident de largeur de bande finie. Cette méthode utilise la combinaison cohérente des champs diffractés mesurés à tous les angles de diffraction et d'incidence, retardés et sommés, pour reconstruire le milieu à imager, comme si on avait effectué une opération de focalisation. Cette méthode est en ce sens analogue à une technique d'imagerie par ouverture synthétique. La première antenne comportait 2048 éléments de fréquence centrale 2.4 MHz ; actuellement leur antenne est constituée de 6400 éléments de fréquence centrale 3 MHz (Lacefield & Waag 2001) [Fig. 9].

Une autre technique consiste à faire émettre un à un chaque élément de l'antenne, se comportant ainsi comme une source ponctuelle produisant une onde incidente circulaire (Stotzka *et al* 2002). La reconstruction du paramètre de réflectivité est basée sur le fait que le signal enregistré (par un transducteur récepteur distinct de l'émetteur) correspond à la somme des échos provenant de tous

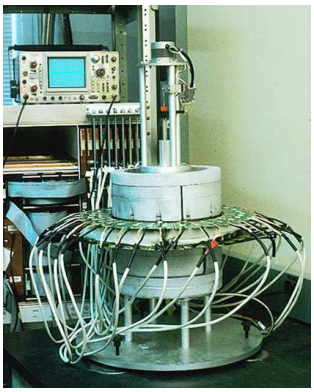


FIG. 9 – Antenne circulaire développée par le groupe de R. C. Waag, constituée de 6400 éléments de fréquence centrale 3 MHz, 128 éléments sont utilisés pour l'émission et 16 éléments pour la réception (Lacefield & Waag 2001).

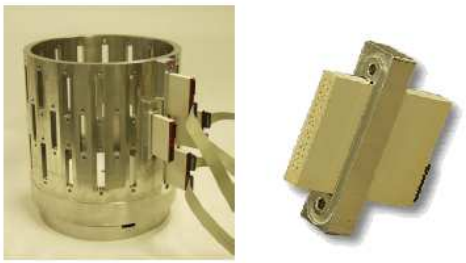


FIG. 10 – Antenne cylindrique synthétique développée par le groupe de R. Stotzka, constituée de 48 barrettes, chaque barrette contenant 40 éléments, 8 utilisés pour l'émission et 32 pour la réception. Six rotations sont nécessaires pour pouvoir avoir les données sur une antenne cylindrique synthétique (Stotzka *et al* 2004).

les diffuseurs situés sur des arcs d'ellipse de foyers l'émetteur et le récepteur. Le groupe de Stotzka (*Forshungszentrum Karlsruhe, Karlsruhe, Allemagne*) développe une antenne cylindrique composée de plusieurs barettes comprenant une quarantaine d'éléments (individuellement utilisés en tant que récepteurs ou émetteurs) pour l'imagerie 3D (Fig. 10) (Stotzka *et al* 2004).
Ces deux dernières approches (Mast 1999, Stotzka *et al* 2002) utilisent des algorithmes temporels pour lesquels il est plus facile d'incorporer un compensateur de gain pour prendre en compte l'absorption du milieu et des méthodes de correction d'aberration pour réduire les erreurs induites par les approximations de milieux faiblement diffusants.

Le groupe d'André (*Université de Californie, San Diego, Etats-Unis*) possède deux antennes circulaires opérationnelles (1024 éléments à 1 MHz -Fig. 11- et 512 éléments à 0.4 MHz) et procède à des essais cliniques (André *et al* 1997). L'algorithme de reconstruction est similaire aux procédures de tomographie en diffraction classiques. L'originalité de leur approche repose sur :

- l'acquisition et la sommation des données pour dix fréquences discrètes, avec une émission en continu, afin d'améliorer le rapport signal sur bruit,
- l'utilisation de fréquences plus basses ($<$ 1 MHz) permettant de réduire les aberrations de phase induites par l'utilisation de l'approximation de Born (à 1 MHz, le diamètre moyen d'un sein est d'environ 80 λ - 100 λ),
- un algorithme original permettant de réduire ces aberrations de phase. L'idée consiste à réaliser une focalisation synthétique sur chaque point du milieu à imager afin d'obtenir les temps de vol entre chaque point et chaque couple émetteur/récepteur. A partir de l'information des temps de vol, une correction de phase est appliquée à chaque image reconstruite pour une fréquence discrète, lesquelles sont ensuite sommées.

La figure 12 montre des coupes transversales d'un sein, de la cage thoracique jusqu'au mamelon, obtenues par ce système.

La société Techniscan Medical Systems (*fondée par S. A. Johnson, Université d'Utah, Salt Lake City, Etats-Unis*) réalise aussi des essais cliniques avec un système constitué de deux barrettes linéaires fixées l'une en face de l'autre et effectuant une rotation sur 360^o. La distribution des paramètres de célérité et d'absorption est reconstruite via des méthodes d'inversion non-linéaire (Wiskin *et al* 2005). Lorsqu'une seule barrette est utilisée en mode B, un algorithme de tomographie de réflexion classique avec correction de la célérité est utilisé.

FIG. 11 – Antenne circulaire, développée par le groupe de M. P. André, avec la table d'examen. La patiente est allongée à plat ventre avec son sein plongé dans un bain d'eau et autour de celui-ci l'antenne (André *et al* 1997).

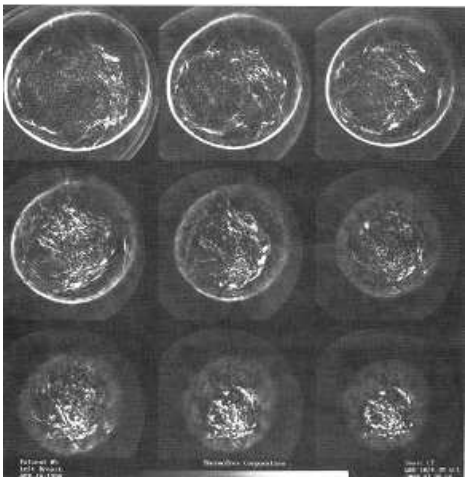


FIG. 12 – Images d'un sein d'une patiente agée de 35 ans. Coupes transversales de la cage thoracique (en haut à gauche) au mamelon (en bas à droite) (André *et al* 1997).

Ces systèmes réalisent des reconstructions de coupes 2D (excepté le système de Stotzka), les images 3D étant obtenues par coupes 2D successives. Le groupe d'Ermert (*Ruhr-Université Bochum, Allemagne*) utilise un scanner ultrasonore spiralé (Ashfaq & Ermert 2004) permettant d'obtenir des informations tridimensionnelles de l'objet. Le système est constitué d'une barrette ultrasonore (à 7.5 MHz) faisant face à un réflecteur métallique et fonctionnant en mode B-scan, l'ensemble décrivant une trajectoire hélicoïdale autour de l'objet à imager. La célérité et l'atténuation mesurées grâce à ce système sont reconstruites de manière classique par l'algorithme de rétroprojections filtrées (théorie des rayons droits), une correction de la diffraction est envisagée par la suite. En utilisant ce système, il est aussi possible d'adapter la méthode CARI (Clinical Amplitude/velocity Reconstructive Imaging)[2], basée sur la tomographie de réflexion compatible à la mammographie de rayons X (Richter 1995), et développée par la suite par Krueger *et al* (1998) (méthode de reconstruction algébrique).

Le tableau 1 récapitule les propriétés des différents systèmes ultrasonores décrits dans cette partie.

[2]L'examen est similaire à celle de la mammographie X : le sein est compressé entre une plaque de plexiglas et une plaque de métal, une barrette linéaire est placée sur la plaque de plexiglas avec un gel de couplage. Chaque élément de la barrette émet une courte impulsion ultrasonore et les échos produits par le réflecteur métallique sont mesurés par tous les autres éléments de la barrette. La carte de célérité est reconstruite par tomographie en réflexion (mode B-scan) de rayons courbes.

TAB. 1 – Propriétés des différentes systèmes ultrasonores opérationnels ou en cours de développement cités

	WAAG	ANDRÉ		STOTZKA	MENSAH LEFEBVRE (LMA)	JOHNSON (TECHNISCAN)		ERMERT
Système	Antenne ciculaire	Antenne circulaire		Antenne cylindrique + balayage circulaire	Ant. semi-circulaire	2 barrettes linéaires + balayage circulaire		1 barrette et 1 réflecteur + balayage hélicoïdal
Acquisition	2D	2D		3D	2D	2D		3D
Acquisition 3D par mouvement	transversal	transversal		-	circulaire	transversal		-
Essai clinique	non	oui		non	non	oui		non
Diamètre	-	20 cm		18 cm	20 cm	-		-
Emission	impulsion	continu		impulsion	impulsion	impulsion		impulsion
Fréquences centrales	3 MHz	1 MHz	0.4 MHz	3.25 MHz	3 MHz	2.5 MHz	5 MHz	7.5 MHz
Nombre d'éléments	6400	1024	512	48 barrettes	1024	2 barrettes 512 éléments		1 barrette 128 éléments
Temps d' acquisition	-	3 s (2D)	1 s (2D)	15 s (2D)	-	10 min pour acqu. 3D	1.5 h	20 min pour acqu. 3D
Algorithme de recons-truction	méthode analy-tique	méthode analy-tique		Rétro-projection elliptique	Rétro-projection elliptique	méthode analy-tique	méthode non linéaire	projection rayons droits

Travaux de thèse

Le prototype de laboratoire (ou démonstrateur) ANAÏS (en anglais *ANAtomical Imaging and Interventional System*) en cours de réalisation au LMA est basé sur une antenne semi-circulaire constituée de 1024 éléments de fréquence centrale 3 MHz (Fig. 13), permettant une imagerie 2D et autorisant une imagerie 3D en faisant pivoter l'antenne autour d'un axe passant par le mamelon (Fig. 14). Une telle orientation de l'antenne est originale car elle permet de fournir des coupes sagittales de sein passant par le mamelon (images de réflectivité), contrairement aux antennes circulaires plus classiques fournissant des coupes transversales de la cage thoracique au mamelon (Fig. 12). Nous développerons ce point au chapitre 2 de la première partie de ce manuscrit. Afin d'obtenir des informations quantitatives dans la configuration classique des antennes circulaires existantes (Lacefield & Waag 2001 - Fig. 9, André *et al* 1997 - Fig. 11), l'antenne semi-circulaire peut être pivotée à partir de sa position originale (Fig. 14) dans la position souhaitée (figures 9 et 11). Une coupe 2D est alors obtenue par rotation de l'antenne semi-circulaire autour de son centre, et une image 3D est obtenue par balayage transversal de l'antenne le long de l'axe passant par le mamelon.

La méthode d'inversion actuellement intégrée au démonstrateur est basée sur un algorithme de rétroprojection elliptique filtrée (Mensah & Ferrière 2002), similaire à celui de Norton (1980). Cette méthode est fondée sur l'utilisation de l'approximation de Born, qui permet de linéariser le problème inverse, et suppose que le champ de pression incident émis par un élément de l'antenne est une onde sphérique (transducteur ponctuel) de largeur de bande infinie. On retrouve donc deux stratégies précédemment citées, l'emploi d'une information large bande et la considération de transducteurs ponctuels évitant de synthétiser des ondes planes au niveau de l'antenne. Mensah & Ferrière (2002) ont montré dans une modélisation à un seul paramètre (compressibilité) que le champ diffracté me-

FIG. 13 – Antenne semi-circulaire de 1024 éléments de fréquence centrale 3 MHz et maquette-test de 128 éléments.

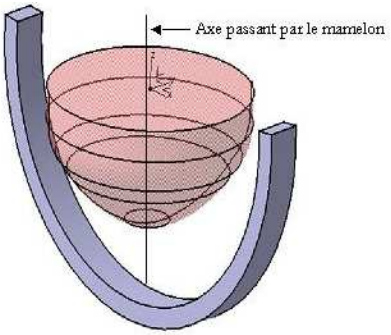


FIG. 14 – L'antenne semi-circulaire ANAÏS permet de fournir des coupes sagittales de sein passant par le mamelon.

suré, à un temps et une géométrie d'acquisition donnés, correspond alors à l'intégrale des fluctuations de compressiblité sur une ellipse de foyers l'émetteur et le récepteur. Le processus de rétroprojection elliptique filtrée est déduit par analogie avec la rétroprojection plane, seule la nature des projections diffère. Cette approche (temporelle) facilite l'intégration d'une correction des distorsions induites par l'utilisation de l'approximation de Born. Cette correction se fait par l'intermédiaire de termes correctifs des temps de vol obtenus par la reconstruction de la carte de célérité (Ferrière *et al* 2003). Les inconvénients de cette méthode sont la formulation à un seul paramètre, les fluctuations de densité étant négligées, et le manque de formalisme de la procédure d'inversion.

Prenant la suite de la thèse de R. Ferrière (2003), cette thèse vise à pallier les principaux inconvénients précédemment cités et à étudier la faisabilité du système ultrasonore à antenne semi-circulaire grâce à des validations numériques basées sur des fantômes numériques anatomiques bidimensionnels de sein construits à cet effet. Nous nous intéressons par ailleurs à la tomographie quantitative d'absorption et à une méthode d'optimisation (méthode non linéaire) pour la tomographie quantitative d'impédance.

Dans la **première partie** du manuscrit, nous utilisons une formulation en terme de fluctuations d'impédance et de célérité et donnons un cadre plus formel à la procédure d'inversion en introduisant les transformées elliptiques de Fourier et de Radon. Nous montrons que la formulation du problème direct obtenue est similaire à celle obtenue par Lefebvre (1985) en champ lointain avec l'insonification par une onde plane : la réponse spectrale du milieu est déterminée par le laplacien des fluctuations d'impédance et de célérité présentant des diagrammes de directivité opposés, l'impédance prédominant en réflexion et la célérité en transmission. Par ailleurs, afin de nous rapprocher des conditions opératoires du radiologue, nous développons des fantômes numériques anatomiques bidimensionnels de sein pour l'imagerie ultrasonore tant pour la tomographie que pour l'échographie. Ces fantômes permettent de simuler et de comparer les deux méthodes d'imagerie indépendamment des technologies électro-mécaniques mises en oeuvre. Il s'agit là d'un des points les plus forts et originaux de cette thèse. L'objectif est de valider l'algorithme de tomographie d'impédance dans un cadre plus réaliste et de montrer l'apport de notre approche tomographique par rapport à l'échographie, référence reconnue des radiologues.

Dans la **seconde partie** du manuscrit, nous abordons le problème de la caractérisation tissulaire via l'imagerie quantitative pour les paramètres de célérité, d'absorption et d'impédance. Différentes approches sont étudiées. Pour le paramètre de célérité, nous utilisons un algorithme de type Layer Stripping, basé sur l'hypothèse de propagation en rayons droits et développé au laboratoire par Ferrière *et al* (2003). Des simulations numériques sur des fantômes académiques montrent les limites de la méthode à restituer les objets avec fidélité. Pour l'étude du paramètre d'absorption, nous introduisons, dans une méthode fréquentielle classique d'estimation de l'absorption, la correction

des effets de diffraction dûe aux hétérogénéités du milieu. Enfin, nous faisons une incursion dans les méthodes d'optimisation afin d'estimer le paramètre d'impédance. La méthode consiste à construite la solution de façon itérative en minimisant une fonction coût qui exprime l'écart entre les champs mesurés et les estimations de ces champs. Afin d'avoir un temps de calcul réduit, nous utilisons une formulation analytique du champ basée sur une approximation canonique de la géométrie de l'objet pour la résolution de problème direct lors de l'inversion. Cette technique n'est pas à proprement parler originale, elle est très proche des travaux effectués par Scotti & Wirgin (1995) et Le Marrec *et al* (2006). L'originalité réside dans le couplage des méthodes tomographique (afin d'obtenir l'information de nature géométrique) et d'optimisation (pour atteindre l'information quantitative).

Enfin, la **troisième partie** est dédiée à la validation expérimentale des algorithmes de reconstruction tomographique, en utilisant soit un balayage mécanique d'un couple émetteur/récepteur, soit la maquette 128 éléments du démonstrateur ANAÏS (Fig. 13). Nous confrontons les images synthétiques issues des simulations numériques et les images expérimentales.

Première partie

La tomographie ultrasonore

Chapitre 1

Tomographie d'impédance acoustique

Le chapitre d'introduction a montré que les techniques de tomographie en diffraction dépendent fortement du modèle physique choisi (équation de propagation, largeur de bande des transducteurs ou encore type d'ondes incidentes). Nous avons choisi une modélisation en terme de fluctuations d'impédance et de célérité formulée par Lefebvre (1985, 1988). Cette modélisation nous a paru la plus judicieuse car elle permet de faire apparaître directement dans la formulation du problème direct le paramètre d'impédance, paramètre que l'on peut espérer reconstruire en mode de réflexion et implicitement reconstruit en échographie. L'introduction des "transformées elliptiques" de Fourier et de Radon permet l'écriture d'un algorithme de rétroprojection elliptique filtrée, analogue au classique algorithme de rétroprojection filtrée utilisé en tomographie en transmission de rayons droits et en tomographie de réflectivité.
Dans ce chapitre, nous rappelons dans un premier temps la modélisation en impédance/vitesse. Nous montrons que l'on peut reconstruire soit l'impédance en mode de réflexion, soit la célérité en mode de transmission, puis nous comparons notre formulation aux deux formulations les plus utilisées en célérité/densité et compressibilité/densité. L'algorithme de rétroprojection elliptique sera enfin présenté et évalué grâce à des simulations numériques de la propagation des ondes ultrasonores sur des fantômes académiques.
Une grande partie de ce travail a été publiée dans "*Mammographie ultrasonore en champ proche*", à paraître dans la revue *Traitement de Signal*, (Mensah *et al* 2006). Un second article intitulé "*Near-field ultrasound tomography*" a été soumis à *Journal of Acoustical Society of America*, (Mensah & Franceschini 2006).

1.1 Modélisation en impédance - vitesse

On s'intéresse essentiellement aux phénomènes de diffraction engendrés par les inhomogénéités d'un milieu, les phénomènes d'absorption-dispersion étant négligés. Ainsi le milieu biologique est décrit du point de vue acoustique par ses seules fluctuations de densité ρ et de célérité c. La pression acoustique P vérifie l'équation d'onde suivante parfois dénommée équation de Pékeris :

$$-\frac{1}{c^2}\,\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} \;+\; \rho\ \mathrm{div}\left(\frac{1}{\rho}\,\mathbf{grad} P\right) \;=\; 0. \tag{1.1}$$

où c et ρ sont variables dans l'espace.
En pratique, les ultrasons sont émis par une sonde qui est soit en contact avec la peau par l'intermédiaire d'un gel de couplage, soit immergée dans une cuve d'eau assurant le couplage. On considère le fluide de couplage comme une référence homogène de caractéristiques connues ρ_0, c_0. En introduisant cette référence et en faisant apparaître au premier membre l'équation des ondes

classiques, l'équation de propagation s'écrit :

$$-\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} \;+\; \Delta P \;=\; \left(\frac{1}{c^2}-\frac{1}{c_0^2}\right)\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} \;+\; \frac{\mathbf{grad}\rho}{\rho}\;\cdot\mathbf{grad}P. \tag{1.2}$$

Suivant Lefebvre (1985), on introduit les paramètres $2\alpha = (c^2 - c_0^2)/c^2$ et $\xi = \mathrm{Log}(z/z_0)$ caractérisant respectivement les fluctuations quadratiques de célérité c et les fluctuations logarithmiques d'impédance $z = \rho c$. En effectuant le développement :

$$\begin{aligned}\frac{\mathbf{grad}\rho}{\rho} &= \mathbf{grad}(\mathrm{Log}\rho) = \mathbf{grad}\left(\mathrm{Log}\frac{\rho}{\rho_0}\right)\\ &= \mathbf{grad}\left(\mathrm{Log}\frac{\rho c}{\rho_0 c_0}\right) \;+\; \mathbf{grad}\left(\mathrm{Log}\frac{c_0}{c}\right)\\ &= \mathbf{grad}\left(\mathrm{Log}\frac{z}{z_0}\right) \;+\; \frac{1}{2}\mathbf{grad}\left(\mathrm{Log}(1-2\alpha)\right),\end{aligned} \tag{1.3}$$

l'Eq. (1.2) s'écrit :

$$-\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} \;+\; \Delta P \;=\; -\frac{2\alpha}{c_0^2}\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} + \frac{1}{2}\,\mathbf{grad}\left(\mathrm{Log}(1-2\alpha)\right)\cdot\mathbf{grad}P \;+\; \mathbf{grad}\xi\cdot\mathbf{grad}P. \tag{1.4}$$

En considérant que les tissus biologiques se caractérisent par leur faible inhomogénéité ($\alpha \sim \xi \sim 10^{-2}$), on peut écrire à l'ordre un en α (Lefebvre 1985, 1988) :

$$-\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} \;+\; \Delta P \;= -\frac{2\alpha}{c_0^2}\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} - \mathbf{grad}\alpha\cdot\mathbf{grad}P \;+\; \mathbf{grad}\xi\cdot\mathbf{grad}P. \tag{1.5}$$

L'inconvénient de cette modélisation est qu'elle fait appel à une hypothèse de milieu faiblement hétérogène, contrairement aux modélisations exactes en célérité/densité [Eq. (1.2)] ou en compressibilité/densité. Cependant, par la suite, on est amené à faire cette hypothèse de milieu faiblement hétérogène pour pouvoir utiliser l'approximation de Born ; par conséquent cet inconvénient est ignoré. L'intérêt de cette modélisation approchée est qu'elle permet de caractériser les milieux biologiques en termes de fluctuations d'impédance ξ et de célérité α qui, comme on le verra par la suite, présentent des diagrammes de directivité de diffusion opposés (Fig. 1.2).

1.2 Le problème direct

On considère un organe à imager occupant un domaine compact $\mathcal{D}$ de $\mathbb{R}^3$ et une sphère d'acquisition $\mathcal{S}$ entourant l'objet (Fig. 1.1).

On suppose que l'on émet, dans le fluide de couplage, une onde sphérique de pulsation ω, le transducteur émetteur étant situé en $\mathbf{e}\in\mathcal{S}$:

$$P_i(\mathbf{x},\omega,t) = p_i(\mathbf{x},\omega)e^{-i\omega t} = \frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}e^{-i\omega t} \tag{1.6}$$

où $k = \omega/c_0$ est le nombre d'onde de l'onde incidente de célérité c_0 dans le milieu hôte. En cherchant une solution de type harmonique $P = p\; e^{-i\omega t}$, la représentation intégrale du champ total p enregistré en $\mathbf{r}\in\mathcal{S}$ s'écrit :

$$\begin{aligned}p(\mathbf{r},\omega) = \quad & p_i(\mathbf{r},\omega) \;+\int_{\mathcal{D}}\; g(\mathbf{r},\mathbf{x},\omega)\\ & [2k^2\alpha(\mathbf{x})p(\mathbf{x},\omega) - \;\mathbf{grad}\alpha(\mathbf{x})\cdot\mathbf{grad}p(\mathbf{x},\omega) \;+\mathbf{grad}\xi(\mathbf{x})\cdot\mathbf{grad}p(\mathbf{x},\omega)]d\mathbf{x},\end{aligned} \tag{1.7}$$

où g est la fonction de Green en espace libre :

$$g(\mathbf{r},\mathbf{x},\omega) = -\frac{e^{ik\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|}}{4\pi\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|}. \tag{1.8}$$

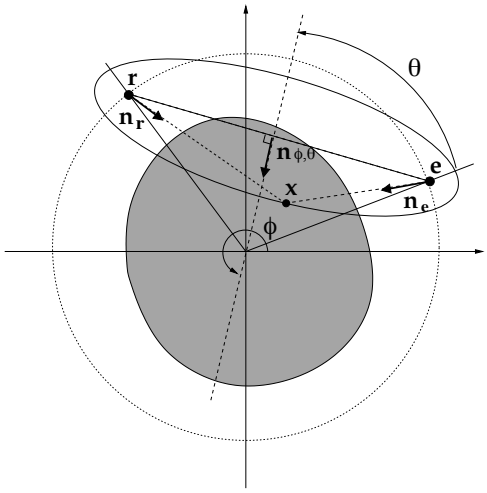


FIG. 1.1 – Géométrie d'acquisition en diffraction. Un transducteur situé en **e** (de taille inférieure à la demi-longueur d'onde) émet une onde sphérique qui est diffractée et enregistrée par un récepteur placé en **r** sur la même surface sphérique entourant l'organe (le sein).

On suppose que le milieu est faiblement hétérogène et que l'on peut linéariser le problème inverse en utilisant l'**approximation de Born**. Cette approximation consiste à négliger, à l'intérieur des inhomogénéités, le champ diffracté (différence entre le champ total et le champ incident) devant le champ incident. On néglige ainsi la diffusion multiple en se contentant d'une approximation de monodiffusion et en supposant que chaque diffuseur est attaqué par le champ qui régnerait en l'absence de tout diffuseur. Cette dernière hypothèse suppose que l'étendue des diffuseurs n'est pas trop grande. Le champ diffracté p_d s'écrit :

$$p_d(\mathbf{r},\omega) = \int g(\mathbf{r},\mathbf{x},\omega)[2k^2\alpha(\mathbf{x})\; p_i(\mathbf{x},\omega) - \mathbf{grad}\alpha(\mathbf{x})\; \mathbf{grad}p_i(\mathbf{x},\omega) + \mathbf{grad}\xi(\mathbf{x})\; \mathbf{grad}p_i(\mathbf{x},\omega)]d\mathbf{x}. \tag{1.9}$$

On calcule $\mathbf{grad}p_i$:

$$\begin{aligned} \mathbf{grad}\left(p_i(\mathbf{x},\omega)\right) &= \mathbf{grad}\left(\frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}\right) \\ &= \left(ik - \frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}\right)\; \mathbf{grad}\left(\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|\right) \cdot \frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} \\ &\simeq ik\; \mathbf{grad}\left(\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|\right) \cdot \frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} \end{aligned} \tag{1.10}$$

Dans l'Eq. (1.10), nous avons négligé $\dfrac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}$ en comparaison de ik. En effet, si on considère que la célérité moyenne de l'organe à imager est $c_0 \approx 1540$ m/s, et que l'on travaille à 3 MHz, on obtient $k = 12240\ \mathrm{m}^{-1}$, grand devant $\dfrac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} < \dfrac{1}{\text{rayon}_{\text{antenne}}}$=10 m^{-1}.

Nous définissons $\mathbf{n}_e$ (respectivement $\mathbf{n}_r$) le vecteur unitaire porté par la droite émetteur-voxel (respectivement récepteur-voxel) que nous appelons l'axe **e**-**x** (respectivement l'axe **r**-**x**) :

$$\mathbf{n}_e = \frac{\mathbf{x}-\mathbf{e}}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} = \mathbf{grad}\left(\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|\right).$$

L'Eq. (1.9) est alors réduite à :

$$p_d = -\int \frac{e^{ik(\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|+\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|)}}{16\pi^2\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}\left[2k^2\alpha\; -\; ik\; \cdot \mathbf{n}_e\; (\mathbf{grad}\alpha\; -\mathbf{grad}\xi)\;\right] d\mathbf{x}. \tag{1.11}$$

Suivant S. Mensah [Mensah *et al* 2006], nous introduisons la "**transformée de Fourier elliptique**" qui permet de réaliser la projection du terme entre crochet dans l'Eq. (1.11) sur une base de fonctions elliptiques harmoniques $e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}} = e^{ik(\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|+\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|)} =$ constante (ellipses dont les foyers sont **e** et **r**).

Définition de la "transformée de Fourier elliptique"

On note $\mathbf{n}_{\phi,\theta}$ le vecteur unitaire porté par la médiatrice dans la direction d'incidence spécifiée par les angles (Fig. 1.1) :
$\phi = \pi + \frac{1}{2}\left(angle(\mathbf{e}) + angle(\mathbf{r})\right)$,
$\theta = \frac{1}{2}|angle(\mathbf{e}) - angle(\mathbf{r})|$.
Nous définissons le vecteur d'onde elliptique $\mathbf{K} = k\,\mathbf{n}_{\phi,\theta}$ et introduisons le produit scalaire elliptique "$\otimes$" associé à une configuration fixée $(\mathbf{e},\ \mathbf{r})$ ou, à la forme équivalente $(\phi,\ \theta)$:

$$\begin{aligned}\mathbf{K}\otimes\mathbf{x} &= -k\,\mathbf{n}_{\phi,\theta}\otimes\mathbf{x}\\ &\triangleq -k\left(\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_\mathbf{K}\|+\|\mathbf{x}-\mathbf{r}_\mathbf{K}\|\right).\end{aligned}$$

Soit $f(\mathbf{x})$ une fonction tempérée (c'est-à-dire dont la distribution associée est tempérée) définie sur $\mathcal{D}$ et nulle partout ailleurs. Nous définissons la "**transformée de Fourier Elliptique**" $\mathcal{F}_\mathcal{E}$ par :

$$\mathcal{F}_\mathcal{E}\left(f(\mathbf{x})\right) = \breve{f}\left(\mathbf{K}\right) = \int f(\mathbf{x})\frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_\mathbf{K}}\,d\mathbf{x} \tag{1.12}$$

où la distance $[\mathbf{x}]_\mathbf{K}$ s'exprime par :

$$[\mathbf{x}]_\mathbf{K} = 16\,\pi^2\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_\mathbf{K}\|\cdot\|\mathbf{x}-\mathbf{r}_\mathbf{K}\|.$$

Nous pouvons alors définir la "**transformée de Fourier elliptique inverse**" (voir annexe A.1) :

$$\mathcal{F}_\mathcal{E}^{-1}\left(\breve{f}(\mathbf{K})\right) = f\left(\mathbf{x}\right) = \frac{1}{(2\pi)^N}\int \breve{f}(\mathbf{K})[\mathbf{x}]_\mathbf{K}e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}\,d\mathbf{K}. \tag{1.13}$$

Conformément à la définition de la "transformée de Fourier elliptique", le champ diffracté Eq. (1.11) se réduit à :

$$\begin{aligned}p_d &= -\int_\mathcal{D}\frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_\mathbf{K}}\left[2k^2\alpha\ -\ ik\,\mathbf{n}_e\ \cdot(\mathbf{grad}\alpha\ -\mathbf{grad}\xi)\ \right]d\mathbf{x}\\ &= -\mathcal{F}_\mathcal{E}\left[2k^2\alpha\ -\ ik\,\mathbf{n}_e\ \cdot(\mathbf{grad}\alpha\ -\mathbf{grad}\xi)\ \right](\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k\,\mathbf{n}_{\phi,\theta}}.\end{aligned} \tag{1.14}$$

Grâce à la règle de dérivation donnée à l'annexe A.3 :

$$\mathcal{F}_\mathcal{E}\left(\mathbf{n}_{e_\mathbf{K}}\cdot\mathbf{grad}\ \alpha\right)(\mathbf{K}) \approx \breve{\alpha}\circledast\breve{\mathcal{K}}_\mathbf{K}\left(\mathbf{K}\right) \tag{1.15}$$

avec $\breve{\mathcal{K}}_\mathbf{K} = \mathcal{F}_\mathcal{E}\left[-ik\left(1+\mathbf{n}_{e_\mathbf{K}}\mathbf{n}_{r_\mathbf{K}}\right)\right]$. On obtient :

$$p_d(\mathbf{K}) \approx -\left\{2k^2\breve{\alpha}(\mathbf{K})\ -\ ik\ \left[\breve{\mathcal{K}}_\mathbf{K}\ \circledast\ \left(\breve{\alpha}\ -\breve{\xi}\right)\right](\mathbf{K})\ \right\}, \tag{1.16}$$

soit

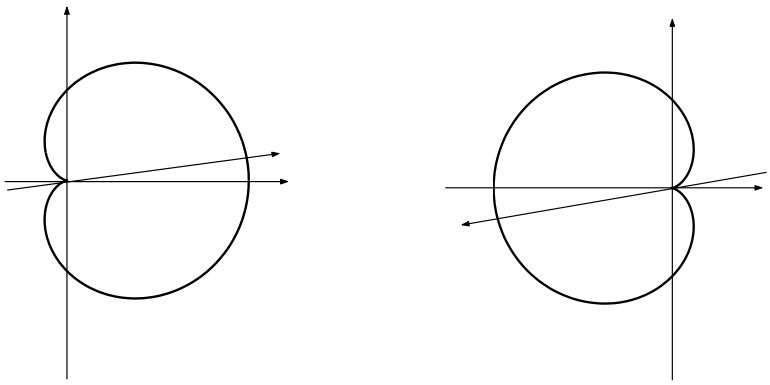
$$p_d(\mathbf{e},\mathbf{r},\omega) = -h(\mathbf{e},\mathbf{r},\omega), \tag{1.17}$$

avec

$$\boxed{h(\mathbf{e},\mathbf{r},\omega) = k^2\left[\mathcal{F}_\mathcal{E}(1-\mathbf{n}_e\cdot\mathbf{n}_r)\ \circledast\ \breve{\alpha}\ +\ \mathcal{F}_\mathcal{E}(1+\mathbf{n}_e\cdot\mathbf{n}_r)\ \circledast\breve{\xi}\right](\mathbf{K})} \tag{1.18}$$

où "$\circledast$" est la convolution elliptique (annexe A.3), $\breve{\alpha}(\mathbf{K})$ et $\breve{\xi}(\mathbf{K})$ sont les "transformées de Fourier elliptique" des fonctions $\alpha(\mathbf{x})$ et $\xi(\mathbf{x})$.

h représente la réponse fréquentielle en diffusion du milieu pour une configuration de mesure fixée par **e** et **r**. La formulation Eq. (1.18) généralise celle de Lefebvre (1985, 1988), obtenue en onde plane et diffusion à grande distance. Les deux diagrammes de directivité de diffusion pour les fluctuations de célérité α et les fluctuations d'impédance ξ sont opposés (Fig. 1.2) : il s'agit de deux cardioïdes, symétriques l'une par rapport à l'autre.



(a) Directivité de la vitesse (b) Directivité de l'impédance

FIG. 1.2 – Diagrammes de directivité de α et ξ : les effets de célérité dominent en transmission a), les fluctuations d'impédance ont une contribution majeure sur la diffraction en réflexion b).

En rétrodiffusion, lorsque $\mathbf{n}_e = \mathbf{n}_r$,

$$h(\mathbf{e},\mathbf{r},\omega) \;=\; 2k^2\; \breve{\xi}(\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k\;\mathbf{n}_{\phi,0}}, \tag{1.19}$$

et en transmission, lorsque $\mathbf{n}_e = -\mathbf{n}_r$,

$$h(\mathbf{e},\mathbf{r},\omega) \;=\; 2k^2\; \breve{\alpha}(\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k\;\mathbf{n}_{\phi,\pi}}. \tag{1.20}$$

Si on s'intéresse au paramètre d'impédance, on peut montrer que l'Eq. (1.19) correspond à la "transformée de Fourier elliptique" du laplacien des fluctuations logarithmiques d'impédance :

$$h(\mathbf{e},\mathbf{r},\omega) \;=\; 2k^2\; \breve{\xi}(\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k\;\mathbf{n}_{\phi,0}} = -\frac{1}{2}\mathcal{F}_{\mathcal{E}}[\Delta\xi(\mathbf{x})], \tag{1.21}$$

la démonstration est en annexe A.4.
On dispose donc d'une modélisation à un seul paramètre lorsqu'on ne s'écarte pas trop de la rétrodiffusion ou de la transmission pure : impédance en réflexion et célérité en transmission. En dehors de ces situations extrêmes, on a affaire à un objet composite, mélange d'impédance et de célérité. Avant de s'intéresser à la résolution du problème inverse, on s'intéresse aux deux formulations les plus employées.

1.3 Comparaison aux autres formulations

Nous comparons la formulation en termes de fluctuations d'impédance et de célérité avec les deux formulations les plus couramment utilisées :

– **la formulation en termes de fluctuations de compressibilité et de densité** qui s'écrit :

$$-\frac{1}{c_0^2}\,\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} \;+\; \Delta P \;=\; \frac{\mu}{c_0^2}\,\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} + \text{div}\,(\gamma\;\mathbf{grad} P)\,, \tag{1.22}$$

avec :

$\mu = \dfrac{\chi-\chi_0}{\chi_0}$ les fluctuations de compressibilité, $\chi = \dfrac{1}{\rho c^2}$ étant la compressibilité

$$\gamma = \frac{\rho - \rho_0}{\rho} \text{ les fluctuations de densité.}$$

En utilisant l'approximation de Born, l'expression du champ diffracté s'écrit :

$$p_d(\mathbf{r},\omega) = \int g(\mathbf{r},\mathbf{x},\omega) \\ [-k^2\mu(\mathbf{x})\ p_i(\mathbf{x},\omega) + \gamma(\mathbf{x})\ \text{div}\ (\mathbf{grad} p_i(\mathbf{x},\omega)) + \mathbf{grad}\gamma(\mathbf{x}) \cdot\ \mathbf{grad} p_i(\mathbf{x},\omega)] d\mathbf{x}. \tag{1.23}$$

En utilisant l'Eq. (1.10), on obtient :

$$\begin{aligned} \gamma(\mathbf{x})\ \text{div}\ (\mathbf{grad} p_i(\mathbf{x},\omega)) &\simeq \gamma(\mathbf{x})\ \text{div}\left(ik\mathbf{n}_e \frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} \right) \\ &\simeq ik\gamma(\mathbf{x})\mathbf{n}_e \cdot \mathbf{grad} \frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} \\ &\simeq -k^2\gamma(\mathbf{x})\ \frac{e^{ik\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}}{4\pi\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} \end{aligned} \tag{1.24}$$

Conformément à la définition de la "transformée de Fourier elliptique" Eq. (1.12), on obtient :

$$p_d = -\mathcal{F}_{\mathcal{E}}\left[-k^2\left(\mu\ +\ \gamma\right)\ + ik\ \mathbf{n}_e \cdot \mathbf{grad}\gamma\ \right](\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k\ \mathbf{n}_{\phi,\theta}}. \tag{1.25}$$

La règle de dérivation donnée à l'annexe A.3 (et rappelée Eq.(1.15)) permet alors d'écrire la réponse fréquentielle en diffusion du milieu :

$$\boxed{h(\mathbf{e},\mathbf{r},\omega) = k^2\left[-\breve{\mu}\ +\ \mathcal{F}_{\mathcal{E}}(\mathbf{n}_e \cdot \mathbf{n}_r)\ \circledast \breve{\gamma}\right](\mathbf{K})}. \tag{1.26}$$

– **la formulation en termes de fluctuations de célérité et de densité** qui s'écrit :

$$-\frac{1}{c_0^2}\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2}\ +\ \Delta P\ = -\frac{2\alpha}{c_0^2}\frac{\partial^2 P}{\partial\, t^2} + \mathbf{grad}\eta \cdot \mathbf{grad} P. \tag{1.27}$$

avec :

$$2\alpha = \frac{c^2 - c_0^2}{c^2} \text{ les fluctuations de célérité,}$$

$$\eta = \text{Log}\frac{\rho}{\rho_0} \text{ les fluctuations logarithmiques de densité.}$$

L'expression du champ diffracté est la suivante :

$$\begin{aligned} p_d(\mathbf{r},\omega) &= \int g(\mathbf{r},\mathbf{x},\omega)[2k^2\alpha(\mathbf{x})\ p_i(\mathbf{x},\omega) + \mathbf{grad}\eta(\mathbf{x}) \cdot\ \mathbf{grad} p_i(\mathbf{x},\omega)] d\mathbf{x} \\ &= -\mathcal{F}_{\mathcal{E}}\left[2k^2\alpha\ + ik\ \mathbf{n}_e \cdot \mathbf{grad}\eta\ \right](\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k\ \mathbf{n}_{\phi,\theta}}. \end{aligned} \tag{1.28}$$

On obtient la réponse fréquentielle en diffusion du milieu :

$$\boxed{h(\mathbf{e},\mathbf{r},\omega) = k^2\left[2\breve{\alpha}\ +\ \mathcal{F}_{\mathcal{E}}(1 + \mathbf{n}_e \cdot \mathbf{n}_r)\ \circledast \breve{\eta}\right](\mathbf{K})}. \tag{1.29}$$

Pour les trois formulations, les réponses fréquentielles en diffusion, que l'on obtient en considérant une source sphérique, généralisent celles obtenues lorsqu'on considère une onde plane et que l'on travaille en champ lointain (Lefebvre 1985). Pour chaque formulation, si l'on considère des angles de diffraction particuliers, on obtient une modélisation à un seul paramètre, comme on peut le voir au tableau 1.1. L'intérêt de la modélisation en impédance/célérité est que l'on peut reconstruire en mode de réflexion le seul paramètre d'impédance, paramètre d'intérêt de l'échographie.

On s'attachera maintenant à résoudre le problème inverse, c'est-à-dire à partir des mesures du champ diffusé, retrouver les valeurs des paramètres α et ξ pour en établir leur cartographie.

TAB. 1.1 – Modélisation à un seul paramètre pour des angles de diffraction particuliers

	Modélisation en impédance/célérité	Modélisation en compressibilité/densité	Modélisation en célérité/densité
En transmission pure, $2\theta = \pi$ $\mathbf{n}_e\mathbf{n}_r$=-1	$2k^2\breve{\alpha}(\mathbf{K})$	$-k^2\left[\breve{\mu}+\breve{\gamma}\right](\mathbf{K})$	$2k^2\breve{\alpha}(\mathbf{K})$
En rétrodiffusion, $2\theta = 0$ $\mathbf{n}_e\mathbf{n}_r$=1	$2k^2\breve{\xi}(\mathbf{K})$	$-k^2\left[\breve{\mu}-\breve{\gamma}\right](\mathbf{K})$	$2k^2\left[\breve{\alpha}+\breve{\eta}\right](\mathbf{K})$
En diffraction pour $2\theta = \pi/2$ $\mathbf{n}_e\mathbf{n}_r$=0	$k^2\left[\breve{\xi}+\breve{\alpha}\right](\mathbf{K})$	$-k^2\breve{\mu}(\mathbf{K})$	$k^2\left[2\breve{\alpha}+\breve{\eta}\right](\mathbf{K})$

1.4 Le problème inverse

Lors de la formulation du problème direct, nous avons établi une relation approchée entre la réponse fréquentielle en diffusion $h(\mathbf{e},\mathbf{r},\omega)$ et les "transformées de Fourier elliptiques" des paramètres d'impédance ξ et de célérité α. On peut donc espérer remplir le plan de Fourier elliptique en réalisant un double balayage : spatial (de l'angle d'incidence et de diffusion) et fréquentiel. La couverture étant par endroit soit partielle, soit redondante, on effectue respectivement soit une interpolation, soit une moyenne. On peut alors procéder à une "transformée de Fourier elliptique" inverse (à 2 ou à 3 dimensions) pour retrouver l'objet. Cette technique est assez lourde et nous avons opté pour une technique permettant de travailler directement dans le plan image réel en utilisant un algorithme de rétroprojection elliptique filtrée. A cette fin, nous introduisons la "transformée de Radon elliptique" puis établissons une extension du classique théorème coupe-projection. Nous nous plaçons dans ce qui suit dans le **cas bidimensionnel**.

1.4.1 La "transformée de Radon Elliptique" et le théorème coupe-projection

On considère une fonction objet $f(\mathbf{x})$ sur le domaine compact $\mathcal{D}$ de $\mathbb{R}^2$. Nous définissons la "transformée de Radon elliptique" par :

$$\begin{aligned}\left[\mathcal{R}_{\mathcal{E}}f\right](s,\phi,\theta) &= \int f(\mathbf{x})\frac{\delta\left(s-\left(\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|+\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|\right)\right)}{[\mathbf{x}]_{\phi,\theta}}\,d\mathbf{x}\\ &= \int f(\mathbf{x})d\sigma_{\phi,\theta}(\mathbf{x}),\end{aligned} \tag{1.30}$$

$d\sigma_{\phi,\theta}(\mathbf{x})$ est l'ellipse $s = \|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|+\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|$ de foyers $(\mathbf{e},\mathbf{r}) \in \mathcal{S}^2$ (pondérée par $[\mathbf{x}]_{\phi,\theta}$). Puisque nous travaillons dans $\mathbb{R}^2$, nous pouvons fixer une des trois variables de la fonction $f(s,\phi,\theta)$. Nous choisissons de fixer l'angle de diffraction $\theta = \theta_0$ à une valeur constante ; aussi, nous délaissons ce paramètre dans les expressions.
Une projection sous l'incidence ϕ est égale à l'intégrale de la fonction objet $f(\mathbf{x})$ sur des ellipses de foyers communs l'émetteur et le récepteur. L'acquisition complète permet donc d'obtenir un ensemble de projections 1D noté $p_\phi(s)$ sous l'incidence ϕ avec $\phi \in [0,\pi]$ qui représente exactement la "transformée de Radon Elliptique" de la fonction objet f :

$$\left[\mathcal{R}_{\mathcal{E}}f\right](s,\phi) = \{p_\phi(s),\ s\in\mathbb{R},\ 0\le\phi\le\pi\} \tag{1.31}$$

$$\left[\mathcal{R}_{\mathcal{E}}f\right](s,\phi))_{|\phi\text{ fixé}} = p_\phi(s). \tag{1.32}$$

La transformée de Fourier standard F d'une projection $p_\phi(s)$, notée $\widehat{p}_\phi(S)$, s'écrit :

$$\widehat{p}_\phi(S) = \left(F\left[p_\phi\right]\right)(S) = \int_{-\infty}^{\infty} p_\phi(s)e^{-iSs}ds. \tag{1.33}$$

En remplaçant $p_\phi(s)$ par sa valeur, nous avons,

$$\begin{aligned} \widehat{p}_\phi(S) &= \int\int f(\mathbf{x}) \frac{\delta\left(s - \mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}\right)}{[\mathbf{x}]_\phi} \, e^{-iSs} \, d\mathbf{x} \, ds \\ &= \int f(\mathbf{x}) \int \frac{\delta\left(s - \mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}\right)}{[\mathbf{x}]_\phi} \, e^{-iS\,\mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}} \, ds \, d\mathbf{x}. \end{aligned} \tag{1.34}$$

Notons $S\,\mathbf{n}_\phi = \mathbf{S}_\phi$.

$$\widehat{p}_\phi(S) = \int f(\mathbf{x}) \frac{e^{-i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_\phi} \, d\mathbf{x} = \breve{f}(S,\phi)_{|\phi \text{ fixé}} = \mathcal{F}_{\mathcal{E}|\phi}\left[f\right](S). \tag{1.35}$$

En conséquence, la transformée de Fourier 1D standard d'une projection est une coupe de la "transformée de Fourier elliptique" 2D de la fonction objet, et inversement, une coupe de la "transformée de Fourier elliptique" 2D de la fonction objet est la transformée de Fourier 1D d'une projection. Ce résultat peut être vu comme une extension du classique théorème coupe-projection (utilisé pour l'algorithme de rétroprojection filtrée en tomographie de transmission en rayons droits).

1.4.2 La procédure d'inversion

L'algorithme d'inversion le plus classique, celui qui est utilisé en standard en tomographie X, est l'algorithme de sommation des rétroprojections filtrées. L' algorithme d'inversion que nous présentons ici s'avère tout à fait analogue dans son expression à cet algorithme ; seule, la nature des projections diffère.

Considérons la "transformée de Fourier Elliptique" inverse d'une fonction objet bidimensionnelle f :

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \breve{f}(\mathbf{K}) \, e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}} [\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} \, d\mathbf{K} \tag{1.36}$$

Le théorème coupe-projection nous permet d'introduire la transformée de Fourier (standard) des projections. Par ailleurs, la transformation polaire dans le plan de Fourier donne : $d\mathbf{K} = SdS\ d\phi$, la variable ϕ variant de 0 à 2π. On peut cependant remarquer que le point (S,ϕ) a la même valeur que le point $(-S,\phi+\pi)$. On peut donc parcourir le plan fréquentiel en utilisant la valeur absolue de S et en faisant varier ϕ de 0 à π. L'équation précédente devient :

$$\begin{aligned} f(\mathbf{x}) &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} \mathcal{F}_{\mathcal{E}}\left[f\right](S,\phi) \, e^{i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{x}} [\mathbf{x}]_\phi \, SdS \, d\phi \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{F}_{\mathcal{E}|\phi}\left[f\right](S) |S| e^{i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{x}} [\mathbf{x}]_\phi \, dS \, d\phi \\ &= \frac{1}{(2\pi)^2} \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{p}_\phi(S) \, |S| e^{i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{x}} [\mathbf{x}]_\phi \, dS \, d\phi. \end{aligned} \tag{1.37}$$

L'algorithme se détaille de la manière suivante :

$$f(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \Pi_\phi(\mathbf{x}) \, d\phi, \tag{1.38}$$

est la somme des "rétroprojections elliptiques" $\Pi_\phi(\mathbf{x})$:

$$\begin{aligned} \Pi_\phi(\mathbf{x}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \widehat{p}_\phi(S) |S| e^{i\mathbf{S}_\phi \otimes \mathbf{x}} [\mathbf{x}]_\phi \, dS \\ &= \frac{[\mathbf{x}]_\phi}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int \widehat{p}_\phi(S) |S| e^{iSs} \delta\left(s - \mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}\right) ds \, dS \\ &= [\mathbf{x}]_\phi p_\phi^F(s = \mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}). \end{aligned} \tag{1.39}$$

des projections filtrées p_ϕ^F :

$$\begin{aligned} p_\phi^F(s) &= \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \widehat{p}_\phi(S)|S|e^{i\mathbf{S}s}dS \\ &= F^{-1}[|S|\,\widehat{p}_\phi(S)] \\ &= F^{-1}[|\mathbf{K}|\,\widehat{p}_\phi(|\mathbf{K}|)], \end{aligned} \tag{1.40}$$

$|S|$ étant le classique "filtre en rampe" de la tomographie.

1.4.3 Opérateur de "rétroprojection elliptique"

Considérons une fonction arbitraire $q(s,\phi)$ où $s = \mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}$. L'opérateur de rétroprojection elliptique $\mathcal{B}$ est défini par :

$$\mathcal{B}[q(s,\phi)](\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\pi}\int_0^\pi [\mathbf{x}]_\phi\, q(\mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}, \phi)d\phi. \tag{1.41}$$

On peut introduire la fonction de projection modifiée f^* :

$$f^*(s,\phi) = F^{-1}\left[|S|\, F\left(\mathcal{R}_\mathcal{E} f\right)(S)\right], \tag{1.42}$$

la fonction objet f est donc recouverte par les "rétroprojections elliptiques",

$$\boxed{f(\mathbf{x}) = \mathcal{B}f^* = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\pi}\int_0^\pi [\mathbf{x}]_\phi\, f^*(\mathbf{n}_\phi \otimes \mathbf{x}, \phi)d\phi}, \tag{1.43}$$

ou encore

$$\boxed{f = \mathcal{B} \circ F^{-1} \circ Abs \circ F \circ \mathcal{R}_\mathcal{E} \circ f}, \tag{1.44}$$

où le filtre Abs est défini par $Abs(S) = |S|$.

1.4.4 Restrictions au caractère quantitatif des reconstructions

L'analyse théorique a permis de montrer qu'il était possible de reconstruire la célérité en transmission et l'impédance en réflexion. Néanmoins, il est difficile de travailler en diffusion avant (transmission), configuration d'acquisition pour laquelle le champ diffracté est noyé dans le champ incident beaucoup plus intense (Lefebvre 2006). En effet, afin de travailler avec le champ diffracté, il est nécessaire de réaliser deux mesures : une mesure avec l'objet et sans objet pour obtenir respectivement le champ total et le champ incident. En diffusion arrière (réflexion), le champ diffracté est bien discriminé dans le temps et est par conséquent facile à obtenir. Ce n'est pas le cas en diffusion avant, puisqu'en présence d'hétérogénéités, le premier front d'onde du champ total est distordu comparé au front d'onde incident, le champ diffracté est alors mal isolé. Cette configuration est donc inutilisable en pratique pour ce qui concerne la tomographie en diffraction sauf si on travaille avec le champ total transmis avec l'approximation qui lui est adaptée, celle de Rytov. Mais la sensibilité aux diffuseurs est alors minime. En tomographie en transmission, on travaillera plutôt avec le champ total et une approximation de rayons, permettant d'évaluer le temps de vol entre l'émetteur et le récepteur et de reconstruire la célérité.

La configuration d'acquisition en diffusion arrière (réflexion) est généralement préférée pour ses qualités de résolution (restitution des hautes fréquences). L'analyse théorique prédit que nous reconstruisons alors le paramètre d'impédance. Cependant, lors de la procédure d'inversion, nous supposons travailler avec des signaux de bande spectrale infinie. En réalité, la bande spectrale des signaux utilisés est limitée non seulement du côté des hautes fréquences, limitant la résolution, mais surtout des basses fréquences, interdisant le quantitatif. Les basses fréquences (et la fréquence nulle) ne pouvant être atteinte, il est impossible d'effectuer une imagerie quantitative du paramètre d'impédance. L'information que nous obtenons est donc seulement qualitative.

1.5 Simulations numériques

Afin d'évaluer la procédure de reconstruction sans contrainte expérimentale, nous considérons des fantômes numériques 2D académiques dont la réponse acoustique est calculée par une méthode d'éléments finis (FEM) développée par C. Tsogka (Bécache *et al* 2000, Collino & Tsogka 2001). Cette méthode modélise la propagation des ondes acoustiques dans le domaine temporel et est basée sur la discrétisation d'une formulation mixte célérité-pression pour l'acoustique. La discrétisation en espace est effectuée à l'aide d'éléments finis mixtes (Bécache *et al* 2000) et pour la discrétisation en temps, un schéma de différences finies centré d'ordre 2 est utilisé. La technique des couches parfaitement absorbantes (Perfectly Matched Layer, PML) permet de se ramener à un domaine de calcul borné (Collino & Tsogka 2001). Cette approche présente l'avantage de n'émettre aucune hypothèse supplémentaire autre que celles de l'acoustique linéaire, elle reproduit automatiquement les phénomènes de diffraction multiple, de réfraction et de réflexion.
Une description détaillée du code de propagation acoustique utilisé, permettant la modélisation des milieux comme des fluides de célérité et d'impédance variables, est présentée en annexe B.1.1.

1.5.1 Fantôme académique à inclusions de natures différentes

La simulation numérique est menée sur une grille de 1000×1000 pixels (Δx =0.016 mm, 1.6 cm$\times$ 1.6 cm). L'antenne circulaire simulée, de rayon R =7.36 mm, est composée de 360 transducteurs ponctuels répartis uniformément, de fréquence centrale 2.5 MHz (λ =0.6 mm). Chaque élément actif émet une impulsion large-bande dont la forme d'ondes $f(t)$ est modélisée par :

$$f(t) = 4\pi^4 f_0^4 \left(t - \frac{1}{f_0}\right)\left(3 - 2\pi^2 f_0^2 \left(t - \frac{1}{f_0}\right)^2\right) e^{-\pi^2 f_0^2 \left(t - \frac{1}{f_0}\right)^2}, \qquad (1.45)$$

correspondant à un signal de fréquence centrale f_0 et de largeur de bande à -6 dB de $1.12 f_0$. Les graphes temporel et fréquentiel de l'impulsion sont tracés en Fig. 1.3.

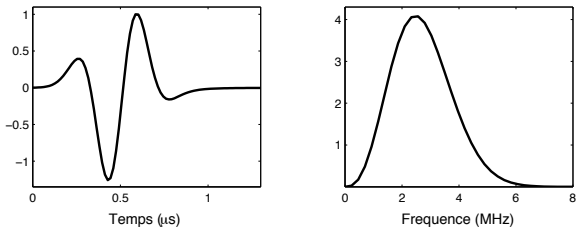


FIG. 1.3 – Formes incidentes temporelle et fréquentielle (2.5 MHz).

Le fantôme numérique cylindrique modélise des inclusions dans l'eau uniforméments réparties le long d'une spirale (Fig. 1.4). Les diamètres des inclusions sont respectivement, $d_1 = d_{1'}$ =2.64 mm($\approx 4\lambda$), $d_2 = d_{2'} = d_1/2$ =1.32 mm($\approx 2\lambda$), $d_3 = d_{3'} = d_1/4$ =0.66 mm($\approx \lambda$), $d_4 = d_{4'} = d_1/8$ =0.33 mm($\approx \lambda/2$). Pour chaque paire d'inclusions de même diamètre, l'une présente une variation d'impédance, l'autre une variation de célérité (Fig. 1.5). Les propriétés acoustiques du fantôme sont décrites dans le tableau 1.2.

La figure 1.6(a) représente la reconstruction du paramètre d'impédance par la procédure de rétroprojection circulaire, les données étant acquises en rétrodiffusion. On constate, comme espéré, que seules les hétérogénéités d'impédance sont visualisés. On peut observer par ailleurs la qualité du contraste de l'image ainsi qu'un bon pouvoir de résolution : cette procédure de reconstruction permet de détecter des objets de l'ordre d'une demi-longueur d'onde. La procédure de reconstruction ne reconstruit pas le profil d'impédance ξ mais son laplacien $\Delta\xi$ [Eq. (1.21)], image de $2k^2\breve{\xi}(\mathbf{K})$ par

TAB. 1.2 – Propriétés acoustiques

Milieu	Impédance (MRayl)	Célérité (m/s)	Densité (kg/m^3)
Eau	1.5	1500	1000
Inclusions 1, 2, 3 ,4	1.395	1500	930
Inclusions 1', 2', 3', 4'	1.5	1650	909.09

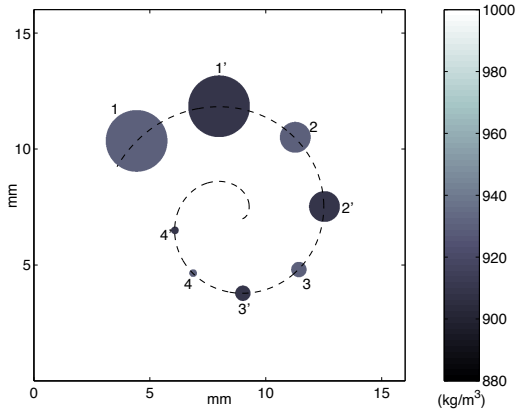
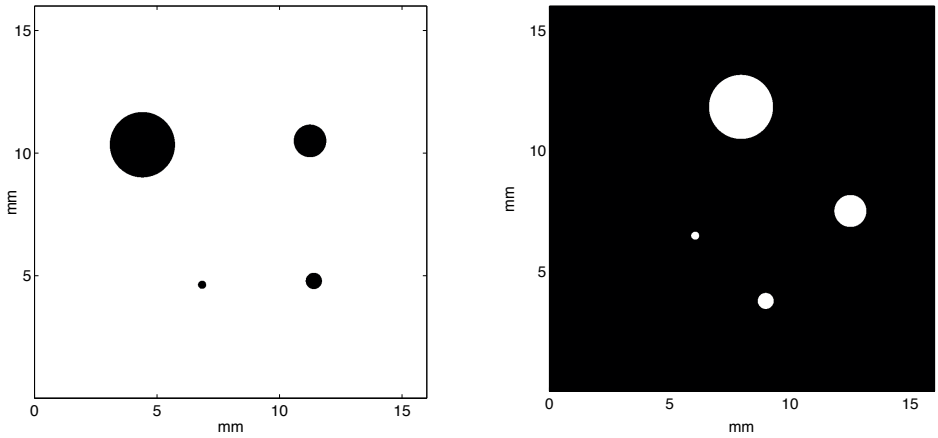


FIG. 1.4 – Carte de densité.



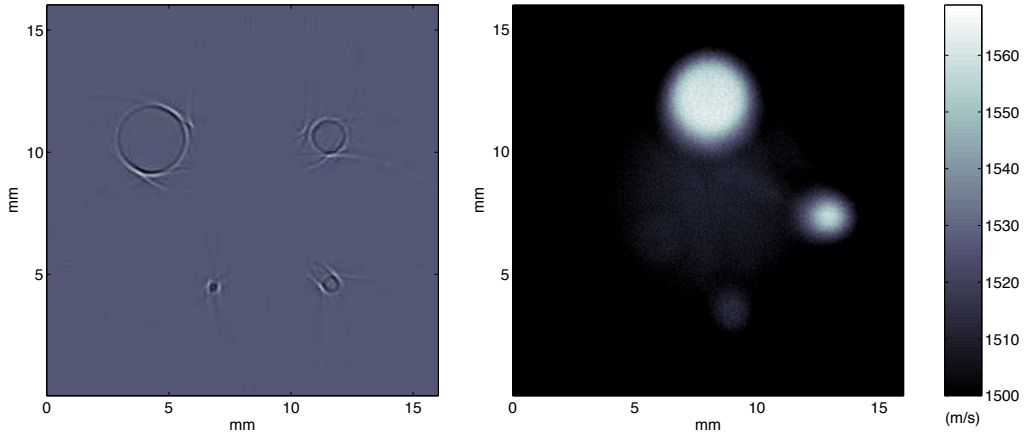
(a) Carte d'impédance (b) Carte de célérité

FIG. 1.5 – Carte d'impédance et de célérite du fantôme numérique de la figure 1.4. On remarque les supports distincts pour le contraste d'impédance et le contraste de célérité.

la transformée de Radon elliptique. Seul le contour des objets présentant un contraste d'impédance est donc reconstruit. Néanmoins, les contours sont étalés car si en théorie, lors de l'inversion, nous avons travaillé avec une onde sphérique de largeur de bande infinie, en pratique dans la simulation effectuée, les transducteurs sont à bande passante limitée. L'étalement des contours dépend alors de la forme de l'onde incidente. Ainsi, notre reconstruction 1.6(a) doit être comparée à la carte des variations logarithmiques d'impédance ξ à laquelle on a appliqué un filtre "laplacien de gaussienne" ou filtre "LOG" (termes utilisés dans le domaine du traitement d'image) représentée Fig. 1.7. Ce filtre est la convolution du laplacien et d'une gaussienne. Le filtre spatial 2-D est de dimension 18×18 pixels et l'écart type de la gaussienne de 8 pixels et provient de la commande *fspecial('log')* de la

boîte à outils de traitement d'image de Matlab. Le filtre gaussien permet d'obtenir des contours flous bien que, dans l'idéal, il aurait fallu utiliser la forme de l'onde incidente (dérivée troisième d'une gaussienne).

La figure 1.6(b) montre la distribution de célérité reconstruite avec des données en transmission par la procédure de rétroprojection elliptique pour une modélisation en rayons droits. Pour la reconstruction du paramètre de célérité, on effectue un pré-traitement des données qui consiste à estimer le temps de vol entre l'émetteur et le récepteur par la détection du premier passage par zéro des signaux. On constate que seules les hétérogénéités de célérité sont visualisés. En comparaison de l'image de laplacien d'impédance, le contraste et la résolution sont plus pauvres puisque les projections sont issues des mesures de temps de vol (célérité intégrée le long du trajet acoustique). En transmission, la procédure d'inversion permet la détection d'objets de l'ordre de la longueur d'onde, et la discrimination de défauts de taille équivalente à deux longueurs d'onde. On peut noter que la célérité des inclusions est sous-estimée (comprise entre 1520 m/s et 1570 m/s).



(a) Reconstruction de laplacien d'impédance en rétrodiffusion

(b) Reconstruction de célérité en transmission pure.

FIG. 1.6 – Reconstructions de laplacien d'impédance lorsqu'on travaille en rétrodiffusion (a) et de célérité en transmission pure (b).

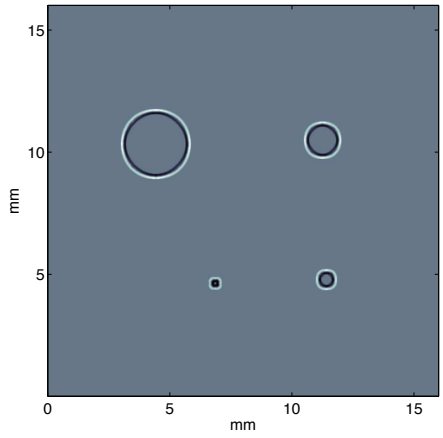


FIG. 1.7 – Filtre "laplacien de gaussienne" appliqué à la carte des variations logarithmiques d'impédance.

La figure 1.9 représente différents tomogrammes reconstruits grâce à l'algorithme de rétroprojection elliptique filtrée en utilisant, soit un unique angle de diffraction $\psi = 2\theta = 20^o$ ou 45^o entre l'émetteur et le récepteur (l'angle θ est défini Fig. 1.1), soit une ouverture centrée autour de l'émetteur $2\psi + 1 = 41^o$ ou 91^o (géométrie d'acquisition en Fig. 1.8). Nous avons utilisé seulement la diffraction arrière afin d'éviter de travailler avec des angles de diffraction trop importants (mesures en diffusion avant) pour lesquels le récepteur est ébloui par le champ incident plus intense que le champ diffracté.
Comme l'analyse théorique l'anticipait, lorsqu'on utilise un angle de diffraction différent de 0 ou 180^o (Fig. 1.9(a) et (c), angle de diffraction de 20^o ou 45^o), on reconstruit un objet composite résultant de l'addition des contributions des deux paramètres (impédance et célérité), tous deux pondérés par leur fonction de directivité. Toutes les hétérogénéités sont maintenant visualisées, elles ne sont plus discriminées selon leur nature.
Lorsqu'on reconstruit l'objet en utilisant plusieurs angles de diffraction (Fig. 1.9(b) et (d)), la qualité de l'image est améliorée puisqu'on augmente le rapport signal à bruit, par exploitation des redondances. L'amélioration de la qualité de l'image est encore plus considérable en augmentant le nombre d'angles de diffraction (comparaison des images Fig. 1.9(b) et (d)).

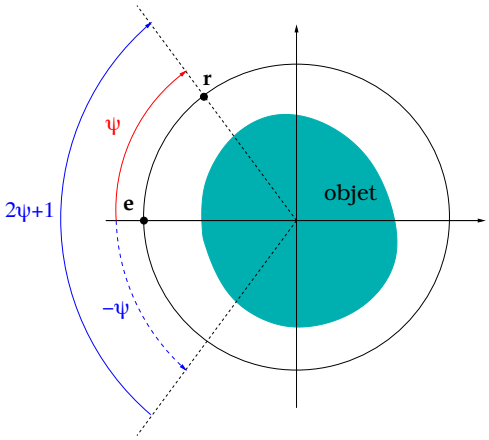
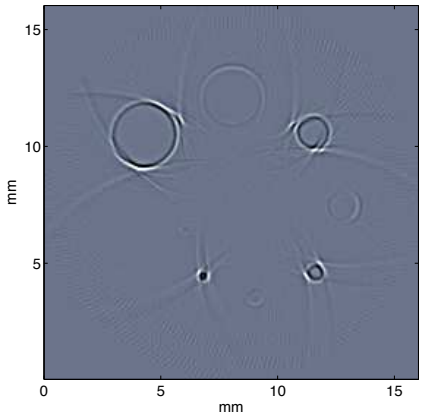
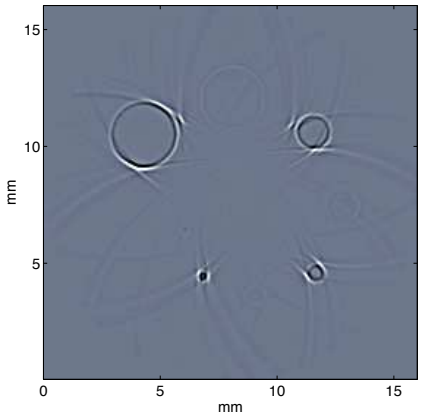


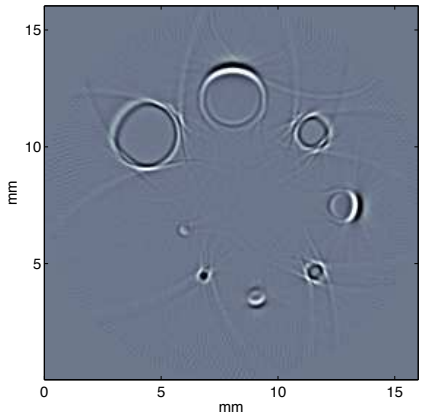
FIG. 1.8 – Configuration d'acquisition en diffraction arrière. L'angle de diffraction entre l'émetteur et le récepteur est noté $\psi = 2\theta$.



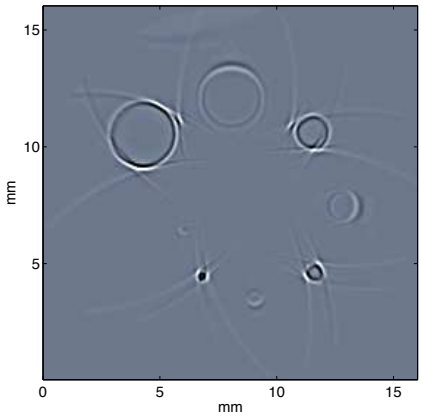
(a) Données acquises en diffraction arrière avec $\psi = 20^o$.



(b) Données acquises en diffraction arrière avec $-20^o \leq \psi \leq 20^o$ (ouverture de 41^o autour de l'émetteur). Images cumulées.



(c) Données acquises en diffraction arrière avec $\psi = 45^o$.



(d) Données acquises en diffraction arrière avec $-45^o \leq \psi \leq 45^o$ (ouverture de 91^o autour de l'émetteur). Images cumulées.

FIG. 1.9 – Objet composite reconstruit à partir de données acquises en diffraction arrière.

1.5.2 Fantôme aléatoire

Nous nous intéressons à la robustesse de la reconstruction en milieu aléatoire diffusant. Le fantôme cylindrique aléatoire (Fig.1.10), immergé dans l'eau et géométriquement identique au fantôme précédent (Fig.1.5), est muni d'une macrostructure aléatoire gaussienne : les milieux sont définis par une fonction de corrélation gaussienne et un écart type donnés. Nous verrons un peu plus loin au chapitre 2.4.1 comment les milieux aléatoires sont générés. La matrice du fantôme cylindrique (Fig.1.10) possède une célérité moyenne de 1500 m/s et une impédance moyenne de 1.5 MRayl avec un écart type de 3%. Son rayon externe est de 6.64 mm. Les inclusions ont les mêmes dimensions et positions que précédemment et ont une célérité moyenne de 1500 m/s (ou 1650 m/s) et une impédance moyenne 1.395 MRayl (ou 1.5 MRayl) avec un écart type de 3%. Les propriétés acoustiques de l'objet aléatoire sont résumées au tableau 1.3. La longueur de corrélation correspond au diamètre moyen des diffuseurs.

TAB. 1.3 – Propriétés acoustiques

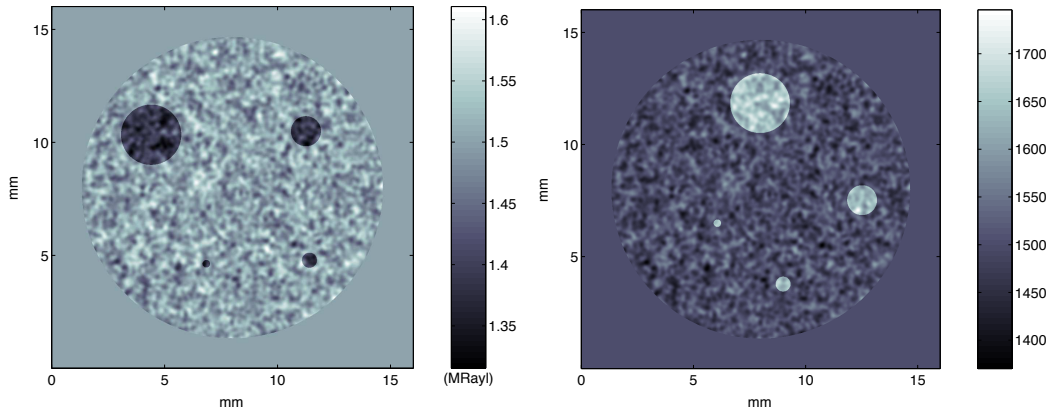
Milieu	Impédance moyenne (MRayl)	Célérité moyenne (m/s)	Milieu aléatoire	
			Ecart type (%)	Longueur de corrélation (mm)
Eau	1.5	1500	-	-
Matrice	1.5	1500	3	0.3
Inclusions 1, 2, 3 ,4	1.395	1500	3	0.3
Inclusions 1', 2', 3', 4'	1.5	1650	3	0.3

Les reconstructions (Fig. 1.11) montrent que la **procédure d'inversion est assez robuste aux macrostructures aléatoires**, même si les résultats obtenus avec l'objet inhomogène aléatoire sont moins bons du point de vue de la détection et de la discrimination d'objets que les résultats obtenus avec l'objet inhomogène non aléatoire (Fig. 1.6) :

- pour la reconstruction de laplacien d'impédance - en rétrodiffusion - [Fig. 1.11 (a)], détection des objets de l'ordre d'une longueur d'onde,
- pour la reconstruction de la célérité - en transmission pure - [Fig. 1.11 (b)], détection et discrimination de défauts de taille équivalente à deux longueurs d'onde.

Le tomogramme reconstruit à partir de données acquises en diffraction arrière avec une ouverture de 91^o (Fig. 1.12(b)) montre qu'il est difficile de détecter les inclusions présentant un contraste de célérité : seule l'inclusion de célérité de diamètre 4λ est détectée (contre une détection d'inclusion de célérité de diamètre $\lambda/2$ en milieu non aléatoire - Fig. 1.9(d)). Néanmoins, les inclusions présentant un contraste d'impédance sont bien restituées en milieu aléatoire (détection des objets de l'ordre d'une longueur d'onde).

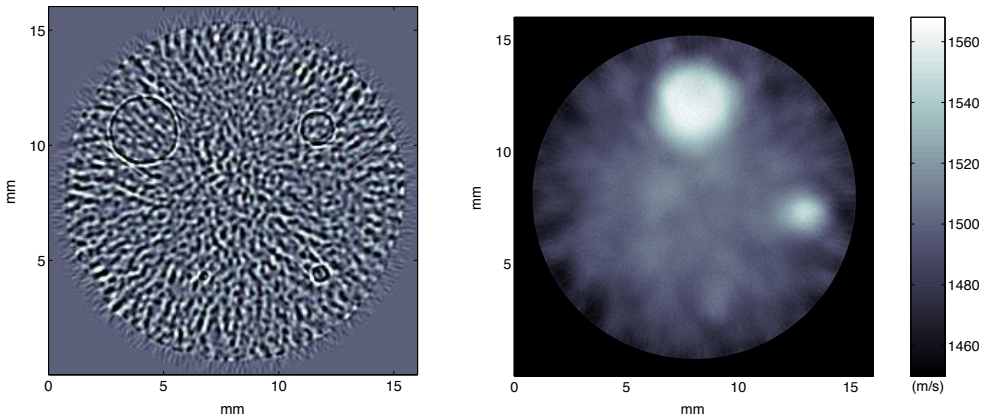
En conclusion, ces simulations numériques confirment la possibilité d'une séparation des contributions des deux paramètres acoustiques que sont l'impédance et la célérité. Une autre possibilité offerte par l'algorithme de rétroprojection elliptique filtrée est la correction d'aberrations induites par l'utilisation de l'approximation de Born. Cette approche est décrite dans le paragraphe suivant.



(a) Carte d'impédance (matrice 1.5 MRayl, inclusions 1.395 MRayl)

(b) Carte de célérité (matrice 1500 m/s, inclusions 1650 m/s)

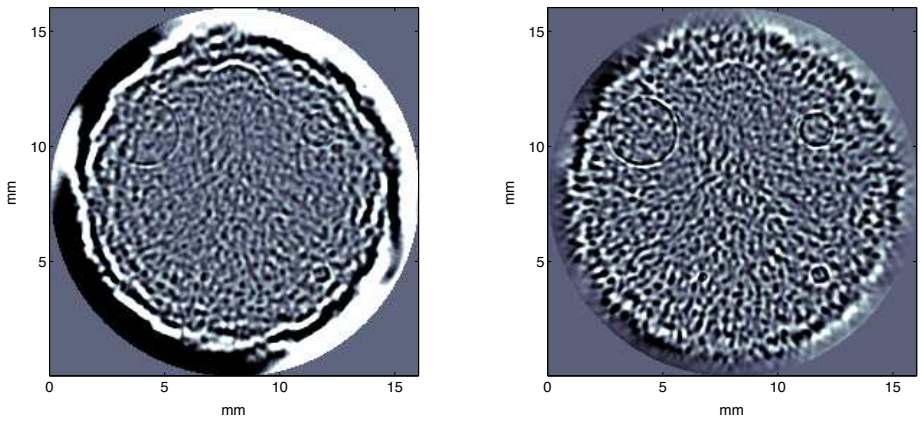
FIG. 1.10 – Les inclusions de même diamètre présentent alternativement une variation d'impédance et une variation de célérité. L'écart type est $\sigma = 3\%$.



(a) Reconstruction de laplacien d'impédance en rétrodiffusion

(b) Reconstruction de célérité en transmission pure.

FIG. 1.11 – Reconstructions de laplacien d'impédance (a) et de célérité (b) du fantôme numérique aléatoire de la figure 1.10.



(a) Données acquises en diffraction arrière avec $\psi = 45^o$.

(b) Données acquises en diffraction arrière avec $-45^o \leq \psi \leq 45^o$ (ouverture de 91^o autour de l'émetteur). Images cumulées.

FIG. 1.12 – Objet composite reconstruit à partir de données acquises en diffraction arrière.

1.6 Correction pour prendre en compte dans la tomographie de diffraction les variations de célérité

Lorsqu'on étudie des objets de grande taille ou dont le contraste de célérité est important, l'approximation de Born n'est plus valide. L'hypothèse d'une célérité constante à l'intérieur de l'objet (égale à celle du milieu de couplage) n'est plus réaliste et se traduit au niveau de l'image reconstruite par des distorsions géométriques et à une perte du contraste. Ferrière & Mensah (Ferrière *et al* 2003, Mensah & Ferrière 2004) ont proposé une méthode de correction d'aberrations dans les images de diffraction permettant de réduire les erreurs induites par l'approximation de Born dans l'algorithme de rétroprojection elliptique filtrée. Cette méthode nécessite de reconstruire au préalable la carte de célérité de l'objet notée $c(\mathbf{p})$ (obtenue par tomographie en transmission) et suppose que la propagation des ondes ultrasonores se fait en rayons droits. En supposant une propagation rectiligne, le temps de vol T entre l'émetteur **e** et le récepteur **r** pour chaque pixel diffuseur **x** est calculé :

$$T = \int_{\mathbf{ex}} \frac{d\mathbf{p}}{c(\mathbf{p})} + \int_{\mathbf{xr}} \frac{d\mathbf{p}}{c(\mathbf{p})}. \tag{1.46}$$

Puisque l'on s'intéresse à des milieux faiblement contrastés, le temps de vol T peut être approché par :

$$\begin{aligned} T &\approx \int_{\mathbf{ex}} \frac{d\mathbf{p}}{c_0}\,(1 - c_r(\mathbf{p})) + \int_{\mathbf{xr}} \frac{d\mathbf{p}}{c_0}\,(1 - c_r(\mathbf{p})) \\ &\approx \frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}{c_0} - \frac{1}{c_0}\int_{\mathbf{ex}} c_r(\mathbf{p})d\mathbf{p} + \frac{\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|}{c_0} - \frac{1}{c_0}\int_{\mathbf{xr}} c_r(\mathbf{p})d\mathbf{p}, \\ &\approx \frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}{c_0} + \frac{\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|}{c_0} + \tau_{\mathbf{e}}(\mathbf{x}) + \tau_{\mathbf{r}}(\mathbf{x}), \end{aligned} \tag{1.47}$$

avec $c_r(\mathbf{p}) = \dfrac{c(\mathbf{p}) - c_0}{c_0}$ la célérité relative, $\tau_{\mathbf{e}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{c_0}\int_{\mathbf{ex}} c_r(\mathbf{p})d\mathbf{p}$ et $\tau_{\mathbf{r}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{c_0}\int_{\mathbf{xr}} c_r(\mathbf{p})d\mathbf{p}$ les termes correcteurs ou termes d'ajustement temporels permettant de prendre en compte la variation de célérité du milieu. Ainsi pour une géométrie d'acquisition (**e**, **r**) ou de manière équivalente (ϕ, θ) donnée , une projection est égale à l'intégrale de la fonction objet $f(\mathbf{x})$ sur une surface ellipsoïdale de foyers **e** et **r** et de grand axe $c_0(t + \tau_{\mathbf{e}} + \tau_{\mathbf{r}})$, où $(t + \tau_{\mathbf{e}} + \tau_{\mathbf{r}})$ est le temps de vol entre l'émetteur et le récepteur via le pixel **x**. La surface ellipsoïdale donne la localisation de tous les points **x** qui aurait pu contribuer à l'écho enregistré à $(t + \tau_{\mathbf{e}} + \tau_{\mathbf{r}})$ pour la géométrie d'acquisition (**e**, **r**) donnée. La projection s'écrit de la manière suivante :

$$p^c_{\mathbf{e},\mathbf{r}}(c_0 t) = p^c_{\phi,\theta}(c_0 t) = \int f(\mathbf{x})\ \delta\left(c_0(t + \tau_{\mathbf{e}}(\mathbf{x}) + \tau_{\mathbf{r}}(\mathbf{x})) - \left(\frac{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|}{c_0} + \frac{\|\mathbf{r}-\mathbf{x}\|}{c_0}\right)\right) \frac{1}{[\mathbf{x}]_{\phi,\theta}}\ d\mathbf{x}. \tag{1.48}$$

Les termes correctifs $\tau_{\mathbf{e}}$ et $\tau_{\mathbf{r}}$ dépendant de la variable d'intégration **x**, la surface ellipsoïdale est localement distordue à cause des hétérogénéités.
La procédure d'inversion est identique à celle présentée au paragraphe 1.4.2. La différence réside dans l'expression de la projection : au lieu d'utiliser l'expression classique de la projection donnée Eq. (1.30), on utilise celle donnée Eq. (1.48).

Un exemple de correction d'aberrations sur un fantôme numérique académique est donnée au chapitre 6, de nombreuses validations numériques étant présentées dans la thèse de Ferrière (2003) et les articles Ferrière *et al* (2003) et Mensah & Ferrière (2004).

1.7 Discussion et conclusion

Grâce à l'introduction de la "transformée de Fourier elliptique", nous avons montré que la réponse spectrale du milieu est déterminée par le Laplacien des fluctuations d'impédance et de célérité présentant des diagrammes de directivités opposés. On a pu ainsi adopter une modélisation

à un seul paramètre : l'impédance pour la réflexion et la célérité pour la transmission. Lors de l'inversion, la définition de la "transformée de Radon elliptique" a permis d'établir un théorème coupe-projection (analogue au classique théorème coupe-projection utilisé pour l'algorithme classique de rétroprojection filtrée) et un algorithme de rétroprojection elliptique filtrée. Des simulations numériques de la propagation d'ondes ultrasonores dans un fantôme académique ont validé l'approche globale de reconstruction.
La limite de notre méthode tomographique d'impédance est qu'elle nécessite une impulsion incidente de bande infinie, alors qu'en pratique les transducteurs permettent seulement de travailler avec des signaux à bande passante limitée, en particulier du côté des basses fréquences. Une reconstruction quantitative est donc inaccessible. L'image reconstruite est qualitative dans le sens où il s'agit de la reconstruction filtrée passe-bande de la distribution de laplacien d'impédance. Cette méthode a néanmoins l'avantage d'être opérateur-indépendant contrairement à l'échographie et d'offrir un bon pouvoir de résolution que nous souhaitons exploiter par la suite pour obtenir une information quantitative en combinant cette méthode tomographique d'impédance à une méthode d'optimisation (chapitre 5). Par ailleurs, la technique de reconstruction standard utilisée pour le paramètre de célérité, basée sur les mesures de temps de parcours, n'est pas satisfaisante : les images obtenues sont floues et la célérité sous-estimée. Nous tenterons de proposer une autre approche de reconstruction basée sur une technique par couches successives (en anglais *layer stripping*) dans la deuxième partie de ce manuscrit (chapitre 3).

Nous souhaitons à présent nous approcher des conditions opératoires du radiologue et comparer par simulation numérique l'échographie (référence reconnue du sénologue) avec la tomographie. A cette fin, nous développons des fantômes numériques anatomiques réalistes de sein.

Chapitre 2

Fantômes numériques anatomiques pour l'imagerie ultrasonore

Des sénologues tels que M. Stravos, M. Teboul et D. Amy (Teboul & Halliwell 1995, Amy 1998, Teboul 2004) ont montré que la considération de l'anatomie du sein est de première importance afin de pouvoir fournir un diagnostic précoce. Ces sénologues sont les pionniers d'une méthode d'examen échographique anatomiquement guidée appelée **échographie ductale**. Au sein du LMA, ce constat a motivé le design d'une antenne semi-circulaire permettant d'imager des coupes sagittales de sein passant par le mamelon grâce à la technique de reconstruction tomographique d'impédance présentée au chapitre 1. L'orientation de l'antenne permet donc une reconnaissance de l'anatomie de base, à l'instar de l'échographie ductale, et constitue une des originalités de l'antenne par rapport aux antennes circulaires ou autres scanners ultrasonores plus classiques présentés dans l'introduction générale.
Après avoir présenté l'anatomie du sein et le principe de l'échographie ductale, nous présentons les fantômes numériques anatomiques développés pour l'échographie et la tomographie ductales. Puis, afin de nous donner les moyens de comparer ces deux techniques d'imagerie, nous nous intéresserons à une formulation unifiée mettant en relation la focalisation synthétique et la reconstruction par rétroprojection. Enfin, grâce à la simulation d'une barrette linéaire pour l'échograpie ductale et d'une antenne semi-circulaire pour la tomographie ductale, les images obtenues pour ces deux modalités sont qualitativement comparées sur leur base anatomique.

Le design des fantômes a été réalisé en collaboration avec D. Amy, radiologue d'Aix-en-Provence. Ce travail a fait l'objet d'un article intitulé "*A 2D anatomic breast ductal computer phantom for ultrasonic imaging*" paru dans *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, (Franceschini *et al* 2006).

2.1 Nécessité d'une technique d'imagerie anatomiquement guidée

Le sein est un organe bien systématisé avec 15 ou 20 lobes centrés autour du mamelon suivant une distribution horaire. Chaque lobe contient un réseau de canaux galactophores et des lobules appelés structures épithéliales ou ductolobulaires (Teboul & Halliwell 1995, Amy 1998, Teboul 2004). Les parois internes des structures ductolobulaires consistent en une couche de cellules épithéliales extrêmement mince d'épaisseur 50 microns. La figure 2.1 représente les "couches" successives de tissu constituant le sein : la peau, la graisse, la distribution radiaire des lobes et les structures ductolobulaires. La plupart des cancers du sein (85 %) (Tulinius *et al* 1988) débutent dans le tissu épithélial et se développent en premier lieu dans les structures ductolobulaires (Teboul & Halliwell 1995, Amy 1998, Teboul 2004). Par conséquent, l'observation de ces structures fournit des moyens directs pour quantifier les altérations causées par les pathologies mammaires dès qu'elles deviennent perceptibles. L'échographie est parfaitement adaptée à l'examen des tissus mous : elle permet de visualiser

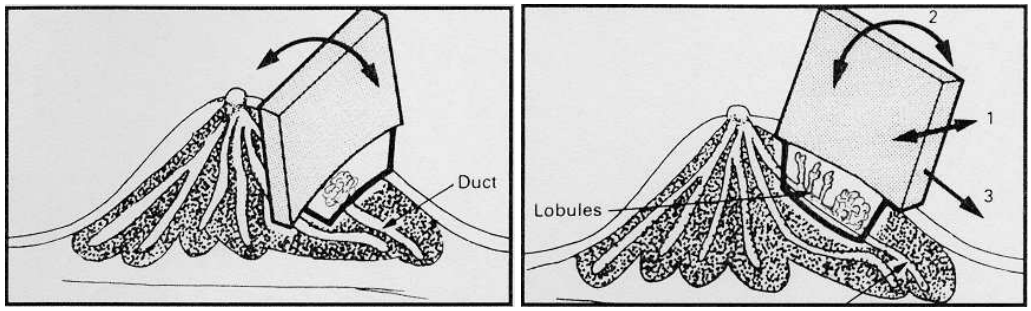
les trois tissus du sein (le tissu conjonctif, la graisse et la structure ductolobulaire) et l'examen est facile d'accès, indolore, non irradiant et peu coûteux. Malheureusement, ce moyen de diagnostic, dans son mode conventionnel, ne visualise pas les structures épithéliales.

FIG. 2.1 – Distribution radiaire des structures ductolobulaires (Amy 1998).

L'échographie conventionnelle, utilisant des balayages orthogonaux à la trajectoire des canaux, permet au mieux d'identifier les différents tissus composant le sein. Elle ne permet pas une réelle étude anatomique et par là même, est très difficilement interprétable. Une autre conséquence est que cette échographie conventionnelle n'est absolument pas reproductible avec exactitude par le même échographiste ou un autre opérateur. Une pathologie est détectée lorsqu'elle présente une anomalie avec un contraste et un volume suffisants, visible quelque soit l'orientation du balayage (lésions de taille 5 mm). Ce sont ces facteurs de difficulté d'analyse, d'interprétation, de répétitivité et du caractère hautement opérateur dépendant de cette technique, qui ont bridé son développement (Amy 1998).

Une méthode d'examen anatomiquement guidée, basée sur l'identification des structures mammaires internes, *l'échographie ductale*, a été introduit en 1987 par M. Teboul (Teboul & Halliwell 1995). En effet, on ne peut pas analyser une coupe échographique si on ne sait pas reconnaître l'écho-anatomie de base, si on ne peut pas différencier les différents composants (conjonctif, tissu graisseux, structure ductolobulaire). Cela n'est possible qu'au travers de l'échographie radiaire par opposition à la technique conventionnelle de balayages orthogonaux ou obliques (Fig. 2.2). Ainsi, afin d'être parallèle à la trajectoire du canal, la sonde est déplacée à la surface du sein suivant un mouvement rotatif périmamelonnaire, associé à un glissement longitudinal dans le grand axe du lobe. La technique radiaire s'attache à l'analyse systématique de chaque lobe. La figure 2.3 montre une échographie ductale (à 9 MHz) et son interprétation. L'échographie ductale donne accès à la reconnaissance du lobe, des ligaments de Cooper, les fasciae (superficialis et pectoralis), la graisse et la paroi thoracique. A l'intérieur du lobe, l'échographiste s'attachera à identifier les canaux et les lobules quand ils sont visibles, à quantifier leurs modifications afin d'évoquer une pathologie mammaire. Cependant cette technique présente plusieurs inconvénients, en particulier la nécessité d'opérateurs bien formés : (1) les vues des échographies ductales sont seulement partielles, (2) la difficulté d'exécution augmente avec la complexité de la structure lobulaire.

Nous proposons une technique de tomographie ultrasonore d'impédance (chapitre 1) visant à réduire le caractère opérateur-dépendant de l'échographie et à permettre une visualisation intelligible de l'épithelium, à l'instar de l'échographie ductale.



(a) (b)

FIG. 2.2 – (a) Echographie conventionnelle utilisant des balayages orthogonaux aux canaux, (b) échographie ductale, technique radiaire.

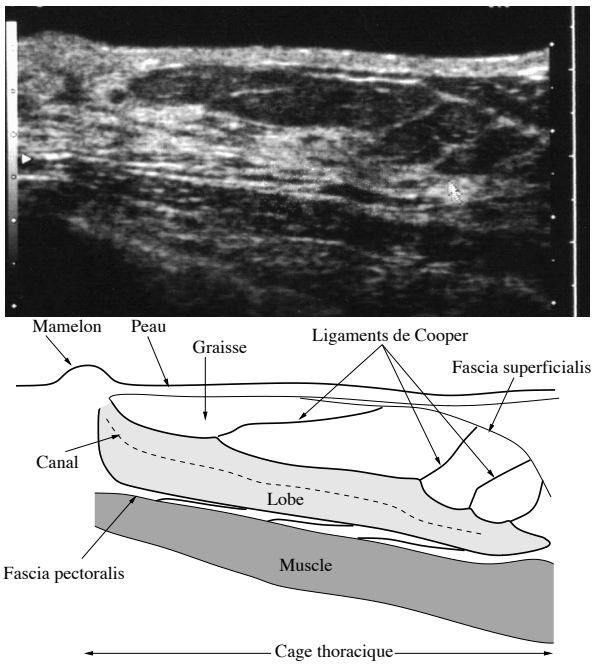


FIG. 2.3 – Echographie ductale (9MHz), aspect typique d'un lobe imagé du mamelon à la périphérie du sein (en haut) et son interprétation (en bas).

2.2 Motivations pour le design d'un fantôme numérique anatomique

Plusieurs groupes ont tenté de mieux comprendre les causes physiques de la distorsion du front d'onde ultrasonore, soit en réalisant des mesures directes sur le sein (Freiburger *et al* 1992, Hinkelman *et al* 1995), soit en proposant des modèles de tissus du sein. Des simulations de propagation ultrasonore ont été réalisées dans un modèle bidimensionnel simplifié de sein (Manry & Broschat 1996) afin d'étudier les limites de l'approximation de Born (Fig.2.4). Cependant, ce modèle demeure trop grossier. D'autres études ont utilisé des coupes transversales **anatomiques réalistes** afin de simuler la propagation des ultrasons dans la paroi abdominale pour l'étude de la distorsion du front d'ondes (Mast *et al* 1997) et dans le rein et le foetus pour la génération d'images échographiques (Jensen & Munk 1997). Cette dernière étude est basée sur un simulateur d'échographie, appelé Field II (Jensen 1996).

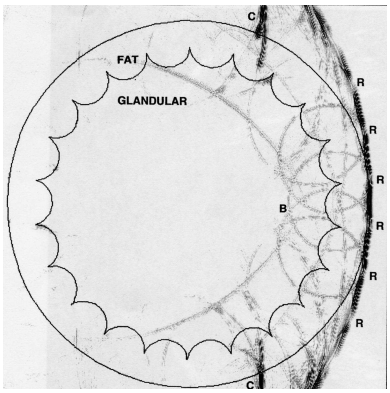


FIG. 2.4 – Simulation de la propagation ultrasonore (grâce à une méthode de différences finis - FDTD) dans un modèle 2D simplifié de sein (Manry & Broschat 1996).

Le but de la présente étude est de développer des fantômes numériques anatomiques bidimensionnels de sein afin de tester les algorithmes de reconstruction et de générer des images ultrasonores. Le modèle de sein 2D que nous proposons ne prend pas en compte les effets de réfraction et de diffraction pouvant avoir lieu dans un réel sein 3D. Néanmoins, dans des situations pratiques courantes, à cause de limitations technologiques (acquisition des données, coût), les systèmes d'imagerie opérationnels sont des systèmes 2D. Des techniques de formation de voies sont employées afin de réduire les effets de diffraction 3D en considérant une tranche de $2-3$ mm d'épaisseur constituant la région (le plan) d'intérêt. Par conséquent, nous supposons que les simulations 2D sont suffisantes afin de reproduire la propagation des ondes 3D focalisées dans les tissus réels.
Nous simulons la propagation ultrasonore dans le modèle de sein 2D à l'aide d'un code de propagation acoustique. Le fantôme anatomique 2D est une coupe axiale de la structure ductolobulaire dans des situations saine et pathologique. Les différents tissus sont modélisés par des milieux aléatoires présentant des fluctuations de célérité et d'impédance (Lizzi *et al* 1987, Insana *et al* 1990, Oelze *et al* 2002, Oelze & O'Brien 2004).

Le but est aussi de comparer, du point de vue qualitatif du praticien, l'échographie ductale (référence reconnue) avec l'approche tomographique. Les systèmes actuels utilisant la tomographie de diffraction ultrasonore sont capables d'imager des coupes transversales du sein, du mamelon à la cage thoracique, et ensuite, par interpolation, de générer une vue 3D pour le sein entier. L'orientation de ces systèmes (perpendiculaire à la trajectoire des canaux) ne peut pas fournir une résolution et un contraste suffisants pour imager l'arborescence épithéliale. Une antenne semi-circulaire, qui permettrait d'imager des coupes sagittales de sein passant par le mamelon [Fig. 2.5], serait plus

adaptée pour sonder l'arborescence épithéliale et révéler des lésions à un stade précoce. Les anomalies pourraient être détectées sur un nombre limité de coupes, voire sur une seule, alors que les autres systèmes tomographiques, pour atteindre le même but, nécessitent l'acquisition de la totalité des coupes pour la construction d'une imagerie 3D du sein avant d'en effectuer numériquement les coupes ad hoc.

2.3 Modélisation de la propagation des ondes

Nous simulons la propagation des ondes ultrasonores à l'aide du code de propagation acoustique présenté en annexe B.1. Cette méthode numérique modélise le sein comme un fluide de célérité et d'impédance variables. Les résultats expérimentaux présentés par Frizzell *et al* (1976) et Madsen & Sathoff (1983) ont démontré que dans les tissus mous, l'absorption des ondes de cisaillement est beaucoup plus grande que l'absorption des ondes de compression. Nous pouvons donc adopter un modèle acoustique aux fréquences (2-10 MHz) utilisées en imagerie ultrasonore pour le diagnostic.

Afin de réduire les temps de calcul, le modèle proposé ne prend pas en compte l'atténuation. Nous considérons que l'absence d'atténuation n'affecte pas les résultats puisque en imagerie échographique et tomographique de réflectivité, pour compenser l'atténuation variant en fonction de la profondeur de l'écho, il est d'usage d'amplifier les échos profonds. Cette amplification ou gain permet d'ajuster la brillance de l'image et est appelé en anglais *time-gain-compensation* (TGC).

2.4 Fantômes numériques pour l'imagerie anatomique

2.4.1 Milieu aléatoire

Utilisation de la fonction de corrélation pour décrire la structure des milieux biologiques La taille moyenne des diffuseurs dans les tissus biologiques peut être caractérisée en employant des techniques de rétrodiffusion ultrasonore. En effet, le phénomène de diffraction a lieu lorsqu'une onde acoustique se propage à travers une région présentant des variations d'impédance. Si la longueur d'onde est plus grande ou du même ordre que la taille des diffuseurs, une partie de l'énergie incidente sera diffractée dans toutes les directions. Cette énergie diffractée dépendra de la taille, de la forme et de l'orientation des diffuseurs par rapport à la longueur d'onde et à la direction de propagation de l'onde. Ainsi, par une analyse fréquentielle des signaux ultrasonores diffractés par des tissus, on peut établir une dépendance entre la structure du milieu biologique et l'allure du spectre. Des modèles ont été développés (Fellepa *et al* 1986, Lizzi *et al* 1987, Insana *et al* 1990, Oelze *et al* 2002) afin de décrire les milieux biologiques par des densités probabilistes d'impédance.

On suppose que les diffuseurs sont distribués aléatoirement. Dans la plupart des cas, une sphère, un cylindre ou une configuration géométrique simple sont utilisés pour approcher la forme des diffuseurs. Ainsi d'un point de vue statistique, des fonctions d'autocorrélation spatiales peuvent être utilisées pour décrire la taille, la forme, la distribution et les propriétés mécaniques du milieu. Ainsi, Feleppa *et al* (1986) a estimé la taille moyenne des diffuseurs ainsi qu'un nouveau paramètre combinant la concentration de ces derniers et l'impédance acoustique (appelé la concentration acoustique - Oelze *et al* 2002) pour des tumeurs oculaires. Lizzi *et al* (1987) et Insana *et al* (1990) ont utilisé la même technique pour étudier différents modèles de distribution (sphérique, gaussienne et exponentielle) pour des tissus biologiques (Lizzi *et al* 1987) ou pour des sphères de verre et de polystyrène dans de l'agar (Insana *et al* 1990). Plus récemment, l'estimation de la taille des diffuseurs et de la concentration acoustique a été superposée sur des images échographiques en mode B pour différencier des fibroadénomes mammaires et carcinomes de souris (Oelze *et al* 2002, Oelze & O'Brien 2004).

Afin de calculer la fonction d'autocorrélation, certains auteurs (Insana *et al* 1990, Oelze *et al* 2002) ont proposé de calculer le facteur de forme de l'intensité acoustique. Le facteur de forme est

proportionnel à la transformée de Fourier de la fonction d'autocorrélation et décrit la dépendance fréquentielle des diffuseurs. Nous avons choisi dans cette étude d'utiliser un facteur de forme Gaussien donné par l'Eq.(2.4) largement utilisé dans la littérature (Lizzi *et al* 1987, Oelze *et al* 2002, Oelze & O'Brien 2004). Le facteur de forme Gaussien représente une distribution d'impédance continûment variable avec les tissus environnants. Un couple spécifique (longueur de corrélation, écart type) est donc attribué pour chaque tissu : il permet de quantifier les distributions de célérité et d'impédance qui varient autour de leur valeur moyenne. Nous rappelons brièvement comment un milieu aléatoire peut être généré (Klimes 2002).

Génération d'un milieu aléatoire Chacun des paramètres acoustiques (impédance et célérité), noté u, a une valeur moyenne $u_0(\mathbf{x})$ à laquelle nous ajoutons la réalisation d'un milieu aléatoire stationnaire (statistiquement homogène). Ainsi chaque paramètre est décrit par sa distribution spatiale $u = u(\mathbf{x})$ (avec $u_0(\mathbf{x}) = \langle u(\mathbf{x})\rangle$). L'écart type de la réalisation est corrélé à la valeur moyenne. Le milieu aléatoire stationnaire est exprimé en terme d'un bruit blanc filtré par un filtre fréquentiel (le facteur de forme Gaussien). De cette façon, la fonction de covariance du milieu peut être exprimée en terme de fontion de corrélation (Insana *et al* 1990, Klimes 2002, thèse Ferrière 2003).

Notons $U(\mathbf{x}) = u(\mathbf{x}) - u_0(\mathbf{x})$ la différence entre la valeur moyenne $u_0(\mathbf{x})$ et sa réalisation. La différence U est caractérisée par la fonction de corrélation :

$$\mathrm{C}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \langle U(\mathbf{x}+\frac{1}{2}\mathbf{y})\cdot U^*(\mathbf{x}-\frac{1}{2}\mathbf{y})\rangle \tag{2.1}$$

$\mathbf{x}$ est le point milieu des points $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}+\frac{1}{2}\mathbf{y}, \mathbf{x}_2 = \mathbf{x}-\frac{1}{2}\mathbf{y}$ où la fonction de corrélation est évaluée. La fonction de corrélation dépend seulement de $\mathbf{y} = \mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2$ dans l'approximation d'un milieu aléatoire statistiquement homogène $\mathrm{C}(\mathbf{x},\mathbf{y}) = \mathrm{C}(\mathbf{y})$. La procédure de construction d'un milieu statistiquement homogène est la suivante :

- Génération d'un bruit blanc de moyenne nulle et d'écart type unitaire $W(\mathbf{x})$ sur une grille rectangulaire.
- Calcul de la transformée de Fourier 2D $\widehat{W}(\mathbf{k})$ du bruit blanc.
- Filtrage fréquentiel : $\widehat{U}(\mathbf{k}) = \widehat{W}(\mathbf{k})\widehat{f}(\mathbf{k})$.
- Calcul de la transformée de Fourier inverse 2D de $\widehat{U}(\mathbf{k})$: $U(\mathbf{x})$.
- Obtention de la distribution désirée par addition de la valeur moyenne $u_0(\mathbf{x})$:

$$u(\mathbf{x}) = u_0(\mathbf{x}) + U(\mathbf{x}). \tag{2.2}$$

Par conséquent, la transformée de Fourier de la fonction de corrélation est la densité spectrale du filtre f :

$$\widehat{\mathrm{C}}(\mathbf{k}) = \widehat{F}(\mathbf{k})\widehat{F}^*(\mathbf{k}). \tag{2.3}$$

Nous nous concentrons sur les fonctions de corrélation homogènes isotropiques du type $\widehat{F}(\mathbf{k}) = \widehat{f}(k) = \widehat{f}(\|\mathbf{k}\|)$. Un filtre Gaussien est utilisé :

$$\widehat{f}(k) = \ e^{-\frac{a^2k^2}{8}}, \quad a \in \mathbb{R}^*, \tag{2.4}$$

où a est la longueur de corrélation Gaussienne qui représente le diamètre moyen des hétérogénéités. On obtient la fonction de corrélation suivante :

$$\mathrm{C}(\mathbf{y}) = \frac{1}{\pi a^2}\cdot e^{-\frac{\mathbf{y}^2}{a^2}}. \tag{2.5}$$

2.4.2 Fantômes numériques anatomiques : une section sagittale du sein

La figure 2.5 représente les cartes de célérité et d'impédance (utilisées pour les simulations numériques) pour une section sagittale de sein passant par le mamelon pour un sujet sain (lobe

droit) et dans la situation pathologique d'une prolifération de cellules endothéliales (ectasie : lobe gauche). Les cartes [Fig. 2.5 et 2.6] représentent les éléments successifs du sein sondés par les ultrasons : la peau, la graisse, le lobe, le tissu conjonctif qui est le tissu de maintien du lobe et des structures intra-lobulaires. A chaque pixel de la carte sont attribuées une valeur de célérité et une valeur d'impédance supposées être représentatives du type de tissu et basée sur des résultats provenant de différents travaux (Goss *et al* 1978, Foster *et al* 1984, Kossoff *et al* 1973, Glover 1979, Woodard & White 1986).

TAB. 2.1 – Valeurs des différentes propriétés acoustiques des tissus

Milieu	Célérité moyenne (m/s)	Impédance moyenne (MRayl)	Milieu aléatoire	
			Ecart type (%)	Longueur de corrélation (mm)
Eau	1500	1.5	-	-
Peau	1590[a,b]	1.733[a,b,e]	2	0.21
Tissu conjonctif	1545[a,b]	1.73[a,b,e]	2	0.21
Graisse	1470[a,c]	1.396[a,c,e]	Bernouilli Gaussien	
Lobe	1550[a,c]	1.643[a,c,e]	2	0.21
Muscle	1545[a,c]	1.622[a,c,e]	0.8	0.42
Ectasie	1570-1620[c,d]	1.632-1.684[c,d,e]	2	0.03[f]

avec [a] Goss *et al* 1978, [b] Foster *et al* 1984, [c] Kossoff *et al* 1973, [d] Glover 1979, [e] Woodard & White 1986, [f] Oelze & O'Brien 2004.

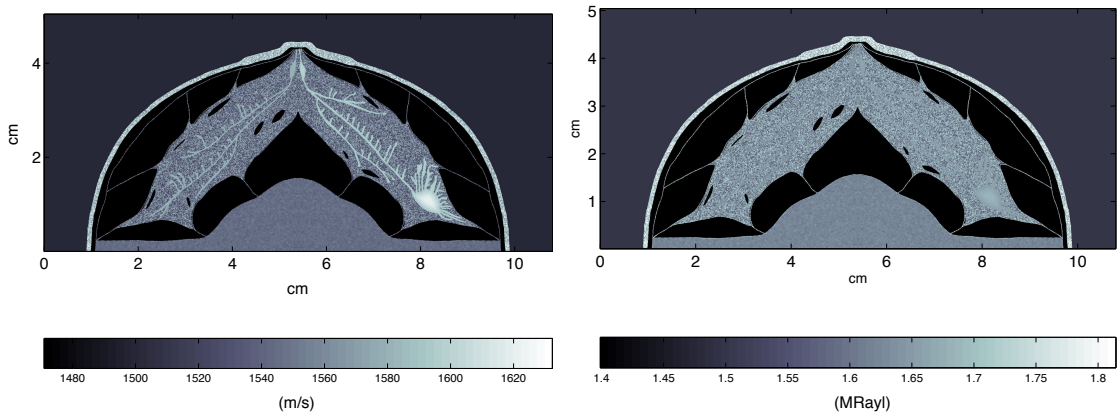
L'écart type et la longueur de corrélation pour chaque type de tissu sont choisis afin de restituer (du point de vue d'un radiologue) une image échographique réaliste. Les longueurs de corrélation (et respectivement les écarts types) choisis pour les tissus conjonctifs (fasciae et ligaments de Cooper), la peau hyper échogénique et le lobe sont plus petites (respectivement plus grands) que ceux choisis pour les muscles pectoraux. La longueur de corrélation de l'ectasie est égale à 30 μm, correspondant au diamètre moyen des diffuseurs d'un carcinome donné par Oelze & O'Brien (2004). Afin d'obtenir le rendu échographique du tissu graisseux et considérant que la graisse est un milieu quasi-homogène contenant quelques diffuseurs, nous distribuons des diffuseurs selon une loi Bernouilli-Gaussienne. La distribution Bernouilli-Gaussienne est déduite d'une loi Gaussienne (un écart type de 2% et une longueur de corrélation de 0.2 mm) écrêtée à 90% de l'écart type. Les valeurs des différents paramètres dans cette étude sont données au tableau 2.1.

Sur la base de ces données anatomiques et statistiques, deux fantômes ont été développés, l'un pour la tomographie, l'autre pour l'échographie. En effet, la position de la patiente étant différente selon qu'elle est soumise à un examen tomographique ou un examen échographique, deux fantômes ont dû être réalisés.
Le code d'éléments finis a été utilisé pour simuler la propagation des ondes cylindriques (simulations 2D) dans les fantômes. Le pas spatial de la grille de simulation est égal à un trentième de la longueur d'onde. Chaque simulation a été réalisé à l'IDRIS (Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique) utilisant un Compaq Linux Cluster incorporant 24 processeurs Alpha EV68 cadencés à 836 MHz.

Fantôme numérique de sein pour la tomographie

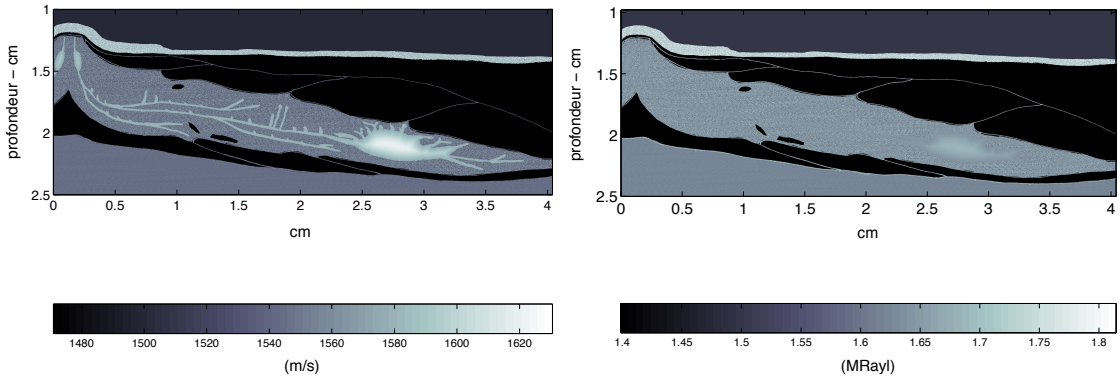
Durant un examen tomographique, la patiente est allongée sur le ventre sur un lit d'examen, son sein est immergé dans un bain d'eau[1] et une antenne semi-circulaire tourne autour de lui. Pour le code d'éléments finis, une grille de simulation de 2400 $\times$ 1200 pixels ($\Delta x = 0.045$ mm, 10.8 cm$\times$

[1]Le sein, immergée dans l'eau, pend tout en flottant plus ou moins (comme en apesanteur).



(a) Carte de célérité (b) Carte d'impédance

FIG. 2.5 – Fantôme numérique de sein pour la tomographie. La patiente est allongée sur le ventre sur un lit d'examen, son sein est immergé dans un bain d'eau.



(a) Carte de célérité (b) Carte d'impédance

FIG. 2.6 – Fantôme numérique de sein pour l'échographie. La patiente est allongée sur le dos et son sein est aplati.

5.4 cm) est utilisée [Fig. 2.5]. Des impulsions courtes sont émises à partir des transducteurs faisant face au quadrant reconstruit tous les 0.25^o. Le temps de calcul pour la simulation totale est de l'ordre de 720 heures (360 tirs $\times$ 2 heures).

Fantôme numérique de sein pour l'échographie

Durant un examen clinique, la patiente est allongée sur le dos et son sein est de ce fait aplati. Une poche d'eau est placée sur le transducteur et par conséquent, la peau est quasiment parallèle à la sonde. Pour le code d'éléments finis, une grille de simulation de 4000 $\times$ 2500 pixels ($\Delta x = 0.01$ mm, 4 cm $\times$ 2.5 cm) est utilisée. Les signaux sont enregistrés par 320 récepteurs simulant une barrette linéaire placée à 0.9 cm de la surface de la peau. Le temps de calcul pour la simulation totale est de l'ordre de 3520 heures (320 tirs $\times$ 11 heures). La figure 2.6 représente les cartes de célérité et d'impédance pour une situation pathologique (ectasie : zone claire sur la carte de célérité).

2.5 Focalisation synthétique et rétroprojection elliptique : une formulation unifiée

Une théorie unifiée mettant en relation l'imagerie utilisant la focalisation synthétique et la reconstruction par rétroprojection a été développée par plusieurs auteurs (Norton & Linzer 1979, Anderson 1993, Anderson & Morgan 1995). Cette théorie unifiée permet d'analyser les systèmes d'imagerie conventionnels actifs en terme d'"analyse ellipsoïdale" (terme utilisé par Anderson & Morgan 1995), c'est à dire en terme de projections et rétroprojections sur des surface ellipsoïdales, et ainsi de mettre en avant les avantages que l'on peut attendre de la tomographie à rétroprojection elliptique par rapport à l'échographie conventionnelle.
Si on fait l'hypothèse que le milieu a une célérité constante c_0 et que la fonction d'étalement d'un point -en anglais Point Spread Function PSF- est spatialement invariante, l'image générée est la convolution de l'objet initial avec la PSF. Cependant la PSF dépend de la position spatiale.
Nous rappelons la solution ellipsoïdale élémentaire (ou la fonction de Green ellipsoïdale) d'un système actif, puis établissons la corrélation avec la technique de formation de voies (Anderson 1993, Anderson & Morgan 1995) et enfin étendons l'analyse à notre procédure de rétroprojection elliptique. Cette dernière a l'avantage d'offrir un haut pouvoir de résolution et est facile à implémenter.

2.5.1 "Analyse ellipsoïdale"

La projection de f (ou g) sur g (ou f) s'écrit :

$$\langle f, g\rangle = \langle f(\mathbf{x}), g(\mathbf{x})\rangle = \int f(\mathbf{x}) \cdot g(\mathbf{x})\, d\mathbf{x}. \tag{2.6}$$

Si $g = u(\mathbf{x})$ est une surface arbitraire, alors $\langle f, g\rangle = \langle f(\mathbf{x}), \delta(\mathbf{x} - u(\mathbf{x}))\,\rangle$ est la surface intégrée de f sur u. Le système d'imagerie actif élémentaire consiste en un point émetteur $\mathbf{e}$ émettant une impulsion, un point de réflexion unique $\mathbf{x}$, et un point récepteur $\mathbf{r}$. Les différentes étapes aboutissant à la solution ellipsoïdale élémentaire sont :

1. l'émetteur localisé en $\mathbf{e}$ émet une onde sphérique de largeur de bande infinie $(4\pi r)^{-1}\delta(r - c_0 t)$,
2. l'onde arrive au point $\mathbf{x}$ au temps $\|\mathbf{e} - \mathbf{x}\|/c_0$. Le point de diffraction est supposé agir comme une source secondaire $(4\pi\|\mathbf{e}-\mathbf{x}\|)^{-1} r^{-1}\delta\left(r - c_0\left(t - \|\mathbf{e} - \mathbf{x}\|/c_0\right)\right)$ (approximation de mono-diffusion),
3. l'onde diffractée mesurée en $\mathbf{r}$ est :

$$g(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \mathbf{r}, t) = \left[16\pi^2 \|\mathbf{r} - \mathbf{x}\|.\|\mathbf{x} - \mathbf{e}\|\right]^{-1} \delta\left(t - \frac{\|\mathbf{e} - \mathbf{x}\|}{c_0} + \frac{\|\mathbf{r} - \mathbf{x}\|}{c_0}\right). \tag{2.7}$$

$g(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \mathbf{r}, t)$ est la fonction de Green ellipsoïdale donnant la position de tous les points de réflexion possibles $\mathbf{x}$ qui auraient pu contribuer à l'écho enregistré à l'instant t pour une géométrie d'acquisition donnée $\mathbf{e}$ et $\mathbf{r}$. Par conséquent la séquence d'échos diffractés par l'objet compact $O(\mathbf{x})$ est, dans une hypothèse de mono-diffusion :

$$s(\mathbf{e}, \mathbf{r}, t) = \langle\, g(\mathbf{x}, \mathbf{e}, \mathbf{r}, t), O(\mathbf{x})\rangle, \tag{2.8}$$

qui correspond à la projection de l'objet sur une surface ellipsoïdale de foyers $\mathbf{e}$ et $\mathbf{r}$ et de grand axe $c_0 t$ [voir Eq. 1.32 au chapitre 1].

2.5.2 "Analyse ellipsoïdale" d'une barrette focalisée

Pour une barrette focalisée, lorsqu'un seul émetteur est activé, le signal en réception est formée en combinant les signaux $s(\mathbf{e}, \mathbf{r}, t)$ enregistrés en chacun des points $\mathbf{r}$ appartenant à l'ouverture de

récepteurs $\{\mathbf{r}\}$ activés selon une loi de retard Γ (explicitée plus loin Eq. (2.11)). Le signal $I_{\mathbf{x}}(t)$ obtenu est la somme de toutes les projections ellipsoïdales :

$$I_{\mathbf{x}}(t) = \int_{\{\mathbf{r}\}} s\left(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, t)\right)\ d\mathbf{r}, \tag{2.9}$$

qui peut aussi être considéré comme une image 3D, $I(\mathbf{x}, t) = I_{\mathbf{x}}(t)$ en considérant toutes les positions $\mathbf{x}$. Si l'on considère une émission étendue $\{\mathbf{e}\}$ (au lieu d'un seul émetteur $\mathbf{e}$), l'écho à chaque récepteur-point $\mathbf{r}$ sera la somme de tous ces échos dû à chaque émetteur-point. On définit $t(\mathbf{e})$ le retard à l'émission. Ainsi, pour une ouverture continue focalisée en émission et en réception en $\mathbf{x}$, l'image $I(\mathbf{x}, t)$ obtenue s'écrit :

$$I(\mathbf{x}, t) = \int_{\{\mathbf{e}\}} \int_{\{\mathbf{r}\}} s\left(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}, t(\mathbf{e}))\right)\ d\mathbf{e}d\mathbf{r}. \tag{2.10}$$

Cette relation décrit la technique de focalisation dynamique continue. En pratique, on utilise une technique d'imagerie à focalisation synthétique en considérant des ouvertures d'émetteurs et de récepteurs discrets $\{\mathbf{e}\} = \mathbf{e}_1, \cdots, \mathbf{e}_n$ et $\{\mathbf{r}\} = \mathbf{r}_1, \cdots, \mathbf{r}_m$. On suppose l'ouverture à l'émission (respectivement en réception) centrée au point $\mathbf{e}_c$ (respectivement $\mathbf{r}_c$). Pour les systèmes d'imagerie que nous comparons (l'échographie et la tomographie de réflexion), les ouvertures en émission et en réception sont supposées centrées au même point $\mathbf{e}_c$. Les lois de retard pour une focalisation en $\mathbf{x}$ sont :

$$\Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}_j, t) = t - \frac{\|\mathbf{r}_j - \mathbf{x}\| - \|\mathbf{e}_c - \mathbf{x}\|}{c_0} \tag{2.11}$$

$$t(\mathbf{e}_i) = \frac{\|\mathbf{e}_i - \mathbf{x}\| - \|\mathbf{e}_c - \mathbf{x}\|}{c_0}. \tag{2.12}$$

Pour une barette à focalisation synthétique, si l'on considère toutes les positions $\mathbf{x}$, l'image 3D obtenue s'écrit :

$$I(\mathbf{x}, t) = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} s\left(\mathbf{e}_i, \mathbf{r}_j, \Gamma(\mathbf{x}, \mathbf{r}_j, t(\mathbf{e}_i))\right). \tag{2.13}$$

En échographie, le balayage linéaire est généralement utilisé pour le sein. Un certain nombre de transducteurs sont activés selon une séquence servant à tracer une ligne de tir. Afin de former une ligne de tir, plusieurs points de focalisation uniformément espacés sont considérés (à différentes profondeurs). Puis le balayage s'effectue en acquérant un élément supplémentaire sur un bord de la surface utile et en perdant un autre élément, sur le bord opposé. Une image rectangulaire est alors reconstruite employant plusieurs lignes de réflectivité.
Un système d'imagerie permettant d'isoler temporellement et spatialement les impulsions émises serait plus approprié. Cette information permettrait une localisation des diffuseurs plus précise ; c'est le but de la technique de rétroprojection elliptique.

2.5.3 Rétroprojection elliptique

Lorsque l'ensemble des échos est enregistré, il est possible de reconstruire une image (convention de sommation d'Einstein sur les variables) :

$$\begin{aligned} I(\mathbf{x}) &= \left\langle s(\mathbf{e} = \mathbf{e}_f, \mathbf{r} = \mathbf{r}_f, t),\ \frac{\delta\left(t - \frac{\|\mathbf{e}_f - \mathbf{x}\|}{c_0} + \frac{\|\mathbf{r}_f - \mathbf{x}\|}{c_0}\right)}{16\pi^2 \|\mathbf{r}_f - \mathbf{x}\| \|\mathbf{x} - \mathbf{e}_f\|} \right\rangle \\ &= \left\langle s(\mathbf{e} = \mathbf{e}_f, \mathbf{r} = \mathbf{r}_f, t),\ \Pi(\mathbf{e} = \mathbf{e}_f, \mathbf{r} = \mathbf{r}_f, \mathbf{x}, t) \right\rangle, \end{aligned} \tag{2.14}$$

où $\Pi(\mathbf{e}_f, \mathbf{r}_f, \mathbf{x}, t)$ est l'indicatrice de surface ellipsoïdale.
Ainsi, pour un voxel donné, $\delta\left(ct - (\|\mathbf{e}_f - \mathbf{x}\|/c_0) + \|\mathbf{x} - \mathbf{r}_f\|/c_0)\right)$ sélectionne l'échantillon (écho) $s(\mathbf{e} = \mathbf{e}_f, \mathbf{r} = \mathbf{r}_f, t)$ correspondant indexé par t pour le sinogramme obtenu pour une géométrie de reconstruction $(\mathbf{e}_f, \mathbf{r}_f)$ fixée. Cette technique permet de rétroprojeter les échos sur des surfaces

ellipsoïdales $\Pi(\mathbf{e}_f, \mathbf{r}_f, \mathbf{x}, t)$. La rétroprojection peut être vue comme le produit de convolution des indicatrices de surface ellipsoïdale $\Pi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \mathbf{x}, t)$ avec les projections (ellipsoïdales) de l'objet, pour toutes les paires $(\mathbf{e}, \mathbf{r})$ possibles (convention de sommation d'Einstein sur les variables) :

$$I(\mathbf{x}) \quad = \quad \langle s(\mathbf{e}, \mathbf{r}, t) * H(t), \ \Pi(\mathbf{e}, \mathbf{r}, \mathbf{x}, t) \rangle \tag{2.15}$$

où le filtre est $H(t) = F^{-1}(|S|) = \dfrac{1}{2\pi^2} P_f \left(\dfrac{1}{t^2} \right)$ et P_f la distribution associée à la valeur principale de Cauchy [2].

2.6 Comparaison des reconstructions échographique et tomographique

L'objectif est de comparer la qualité des images échographiques et tomographiques. Afin de démontrer l'intérêt de notre méthode de reconstruction tomographique comparée à la technique d'échographie, nous avons choisi d'opérer à une fréquence quatre fois plus basse en tomographie qu'en échographie, nous mettant dans une situation défavorable pour ce qui concerne la résolution d'image. Nous allons voir que même dans ces conditions défavorables la balance est en faveur de la tomographie. Par ailleurs, ces fréquences plus basses sont souhaitables en tomographie pour une approche duale en réflexion et en transmission. L'épaisseur des tissus à traverser étant alors importante, il est nécessaire de réduire l'atténuation en baissant la fréquence.

Pour l'**échographie**, nous modélisons une barrette linéaire multi-éléments de 4 cm de longueur et de fréquence centrale 4 MHz (soit une longueur d'onde dans l'eau λ_0 de 0.375 mm pour un célérité dans l'eau c_0=1500 m/s) comportant 320 éléments piézo-électriques. Les éléments piézo-électriques sont simulés par des sources ponctuelles (qui jouent à la fois le rôle d'émetteur et récepteur), espacés régulièrement tous les $\dfrac{40}{319} = 0.1254$ mm$\approx \dfrac{\lambda_0}{3}$. Chaque source ponctuelle émet une onde cylindrique. Les graphes temporel et spectral de l'impulsion sont tracés en Fig. 2.7.

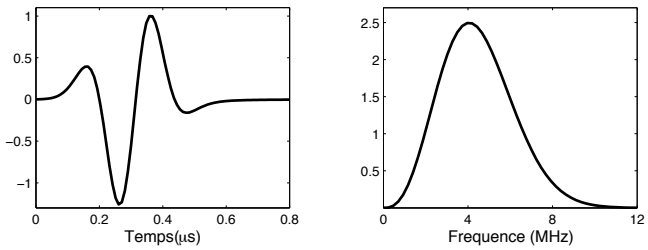


FIG. 2.7 – Onde cylindrique de 4 MHz utilisée dans le code d'éléments finis (formes incidentes temporelle et fréquentielle).

Chaque groupe actif (ouverture) est composé de 32 éléments actifs soit une ouverture de 31 $\times$ 0.1254 =3.89 mm, soit environ 10 λ_0. La focalisation à l'émission et à la réception est réalisée via formation de voies. Le balayage linéaire est constitué de 288 lignes de tir contenant chacune six

[2] Grâce aux relation suivantes :

$$F^{-1}(\mathrm{sgn}(S)) = -\frac{1}{i\pi t} \quad \text{et} \quad F(-2i\pi S \mathrm{sgn}(S)) = \frac{\partial}{\partial t}\left(-\frac{1}{i\pi t}\right) = \frac{1}{i\pi t^2},$$

on obtient $H(t) = F^{-1}(|S|) = \dfrac{1}{2\pi^2 t^2}$. Pour être plus rigoureux, on emploie P_f la distribution associée à la valeur principale de Cauchy et on écrit $H(t) = F^{-1}(|S|) = \dfrac{1}{2\pi^2} P_f \left(\dfrac{1}{t^2} \right)$.

points focaux situées à 1.1 cm, 1.35 cm, 1.6 cm, 1.85 cm, 2.1 cm et 2.35 cm, offrant une dynamique de 1 cm à 2.45 cm. L'image échographique reconstruite [Fig. 2.8] est générée en supposant que la propagation est rectiligne et que la célérité moyenne des tissus est de 1540 m/s (afin de déterminer l'intensité de l'écho à partir du temps de vol).

Pour la **tomographie**, on considère une antenne semi-circulaire de rayon 5 cm composée de 720 transducteurs (points sources) de fréquence centrale 1 MHz (soit λ_0=1.5 mm). Les éléments sont donc espacés régulièrement tous les 0.218 mm, soit environ $\frac{\lambda_0}{7}$. Pour chaque tir, le champ de pression diffracté est mesuré sur une ouverture de 20^o centrée sur l'émetteur ($\pm$ 10^o autour de l'émetteur) avec un pas de 0.25^o, soit une réception réalisée sur 80 éléments$\approx$12 λ_0, proche de l'ouverture nominale en échographie. L'image tomographique [Fig. 2.9] est reconstruite en utilisant l'algorithme de rétroprojection elliptique.

> **Remarque** : On peut noter que l'échographie ductale opère à des fréquences plus élevées (de 7 à 13 MHz) par rapport à l'échographie que nous simulons ici. De même, nous ne simulons pas une antenne de 3 MHz mais seulement de 1 MHz. Dans l'idéal, nous aurions du opérer pour les deux modalités à des fréquences quatre fois plus élevées (12 MHz pour l'échographie et 3 MHz pour la tomographie). L'utilisation de fréquences plus basses dans notre simulation est liée à la contrainte d'un temps de calcul acceptable (paragraphe 2.4.2) et surtout à la validité de notre simulation du fait du phénomène de dispersion numérique. La dispersion numérique est un défaut numérique des codes de propagation qui se traduit par la déformation de la forme d'une impulsion lors de sa propagation (voir annexe B paragraphe B.3). Si on veut limiter le phénomène de dispersion numérique, il est nécessaire de travailler avec un important nombre de points par longueur d'onde (de 30 à 40 points par longueur d'onde) et de réaliser une propagation sur un nombre de longueur d'onde raisonnable. Ainsi, pour la tomographie, nous avons utilisé 33 points par longueur d'onde et réalisé la propagation sur 72 longueurs d'onde. Pour une tomographie à 3 MHz, il aurait été nécessaire de réaliser une simulation sur 216 longueurs d'onde !

L'image d'échographie ductale (*ED*) simulée [Fig. 2.8] doit être comparée au fantôme de la figure 2.6 dont elle réalise l'image. On peut observer que les principaux tissus (lobe, ligaments, graisse et zone rétro-aérolaire) sont correctement imagés. L'image ED révèle quelques limites de l'échographie classique. La zone rétro-aérolaire, zone stratégique sensible au cancer, présente des artéfacts (des échos parasites). Les bords de la lésion, de première importance d'un point de vue sémiologique, sont mal imagés quand ils sont parallèles à l'axe de la sonde. De plus, la texture des tissus est spatialement filtrée passe-bas et son rendu est non isotrope (résolution latérale moins bonne que la résolution axiale).

A l'opposé, l'image tomographique ductale (*TD*) [Fig. 2.9] révèle un speckle isotrope différent. Ces différentes distributions de speckle limitent la résolution latérale des images ED en comparaison des images TD. On peut qualitativement apprécier la présence des inclusions de graisse (non détectées par l'échographie) et la qualité du rendu de la zone rétro-aérolaire. Les bords de la lésion sont bien délimités alors que la fréquence centrale des signaux tomographiques est quatre fois plus petite que celles des signaux échographiques et que l'ouverture nominale utilisée est du même ordre (environ $12\lambda_0$ en tomographie, $10\lambda_0$ en échographie). Dans les deux cas, les canaux ne sont pas visibles, puisque le contraste d'impédance est faible.

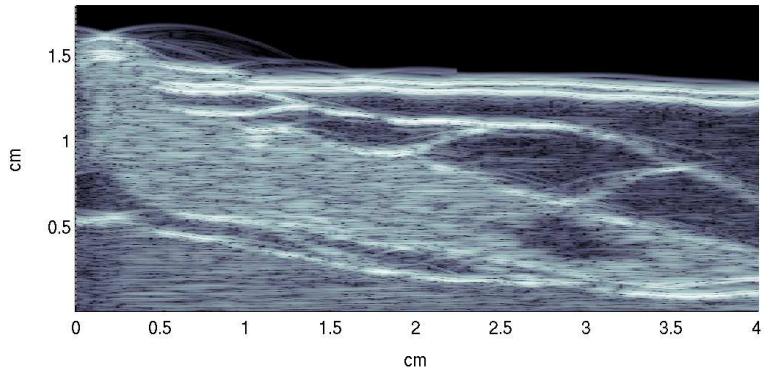


FIG. 2.8 – Reconstruction échographique (4 MHz), balayage linéaire.

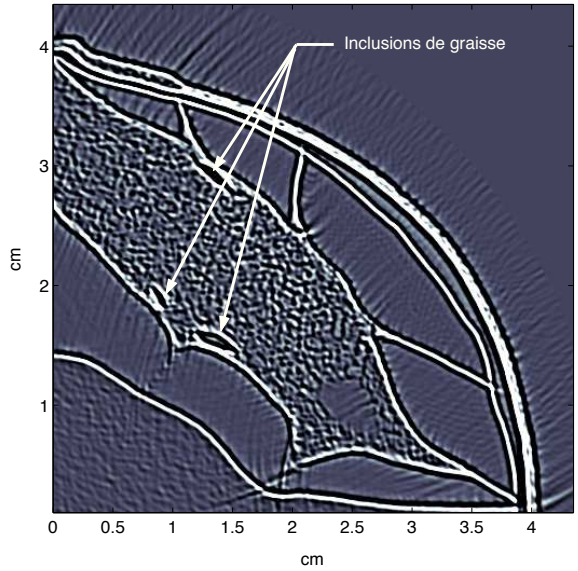


FIG. 2.9 – Reconstruction tomographique (1 MHz).

2.7 Les limites du fantôme numérique anatomique 2D

Les simplifications des structures réelles des tissus limitent la validité des simulations de propagation dans les fantômes anatomiques de sein 2D présentées ici. On peut rencontrer des limites similaires dans les simulations de propagation à travers le modèle bidimensionnel de sein (Manry & Broschat 1996) ou à travers la paroi abdominale (Mast *et al* 1997).
Premièrement, bien qu'une attention particulière a été donnée aux valeurs de célérité et d'impédance afin qu'elles soient représentatives des tissus, le modèle est limité par l'incapacité à modéliser les détails microscopiques d'un milieu biologique, la texture réelle des tissus. Aucune information histologique ni aucune information mécanique n'a été utilisée, excepté pour l'infiltration ductale dont la longueur de corrélation est égale à la taille des diamètres moyens des diffuseurs de 30 μm de carcinomes de souris étudiés par Oelze & O'Brien (2004). Par conséquent, une analyse de l'image tomographique obtenue, basée sur la caractérisation de la microstructure des tissus, n'aurait aucun sens. De la même façon, le speckle résultant du milieu aléatoire des tissus simulés doit être différent

du speckle qui proviendrait des diffuseurs réels. En raison du manque d'information sur la microstructure des tissus biologiques, nous sommes dans l'incapacité de mesurer qualitativement la qualité d'un système ultrasonore du point de vue de l'utilisateur final (anatomo-pathologistes, sénologues). Ceci souligne la nécessité d'une recherche reliant les domaines histologique et acoustique.
Une seconde limite de notre modèle de tissus est l'absence d'absorption. Pour un sujet sain, l'atténuation étant égalisée par TGC (temps-gain-compensation), l'absence du phénomène d'atténuation peut être justifiée. Pour les cas pathologiques où l'évaluation de la malignité d'une lésion est de première importance, le phénomène d'atténuation ne peut être négligé et le modèle numérique que nous proposons n'est pas adapté.
Enfin, des simulations bidimensionnelles ont été réalisées alors que la propagation ultrasonore dans les milieux réels s'effectue en trois dimensions. Pour une simulation tomographique équivalente tridimensionnelle, une grille de 2400 $\times$ 2400 $\times$ 1200 pixels ($\Delta x = 0.045$ mm, 10.8 cm $\times$ 10.8 cm $\times$ 5.4 cm) aurait dû être utilisée. Le temps de calcul pour un tir serait au moins de 4800 heures ou 200 jours (2 heures $\times$ 2400 pixels). Bien que la parallélisation du code d'éléments finis réduise les temps de calcul, les ressources informatiques disponibles limitent la présente simulation à un modèle 2D.

Malgré les limites de notre modèle, l'image échographique simulée [Fig. 2.8] est ressemblante à une image échographique réelle [Fig. 2.3]. Le modèle de tissu employé semble suffisant pour reproduire les principaux effets de réfraction et de diffraction que l'on doit prendre en compte dans les techniques de construction d'image.

2.8 Conclusion

Nous avons présenté un modèle acoustique numérique 2D de sein. Les principales qualités de ce fantôme sont la prise en compte des détails de l'ordre du sub-millimètre ainsi que des caractéristiques ultrasonores réalistes des différents types de tissus constituant le sein (lobe, tissus conjonctifs, graisse, muscle) en terme de cartes de célérité et d'impédance. Cependant, des modélisations précises nécessiteraient des simulations tridimensionnelles prenant en compte l'absorption et une description microscopique des tissus.
Ce fantôme constitue un outil informatique précieux pour l'évaluation des techniques d'imagerie ultrasonore. Nous avons montré qu'il est possible de générer des images ultrasonores simulées réalistes. Ce fantôme de sein nous a permis de simuler une image échographique ductale, en utilisant une barrette linéaire de 4 MHz, qui est semblable à une imagerie échographique ductale réelle. L'image échographique simulée a été comparée à l'image tomographique. Dans ce dernier cas, des ondes cylindriques de 1 MHz sont émises et mesurées par des transducteurs ponctuels uniformément distribués sur une antenne semi-circulaire. Une comparaison qualitative de ces images révèle la supériorité de l'image tomographique à la fois en terme de contraste et de résolution.

Par ailleurs, nous espérons que ce modèle de sein permettra une meilleure compréhension de la composition et de la structure du sein et son interaction avec les ultrasons (Hinkelman *et al* 1995, Manry & Broschat 1996). Une meilleure compréhension de ces interactions permettra d'améliorer la conception des futurs équipements et le développement des techniques de caractérisation de tissus.
De plus, la tomographie offre la possibilité d'une imagerie quantitative, objet de la deuxième partie du manuscrit.

Deuxième partie

Tomographie Quantitative

Dans cette partie, nous nous intéressons à l'imagerie quantitative pour les paramètres de célérité, d'absorption et d'impédance, qui permettent de caractériser les différents types de tissus constituant le sein. On peut citer à titre d'exemple les travaux de Foster *et al* (1984) qui ont réalisé des mesures ultrasonores en double transmission sur des échantillons de tissus mammaires humains (Fig. 2.10). L'échantillon était placé entre un réflecteur et une membrane de mylar, un transducteur focalisé de 13 MHz est utilisé afin de mesurer le signal réfléchi par le réflecteur atténué ou retardé à travers l'échantillon. Des résultats in vitro obtenus suggèrent qu'une bonne caractérisation des tissus peut être obtenue en utilisant trois paramètres : la réflectivité, l'atténuation et la célérité. La figure 2.11 résume ses résultats :

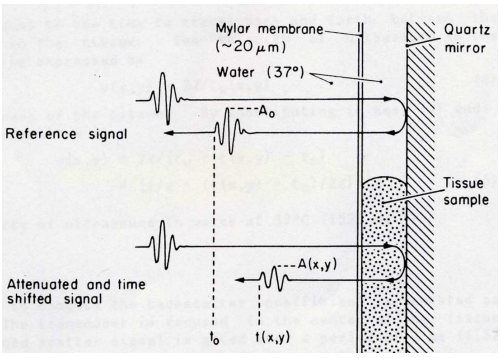


FIG. 2.10 – Principe des mesures ultrasonores en double transmission sur des échantillons de tissus humains du sein (Foster *et al* 1984).

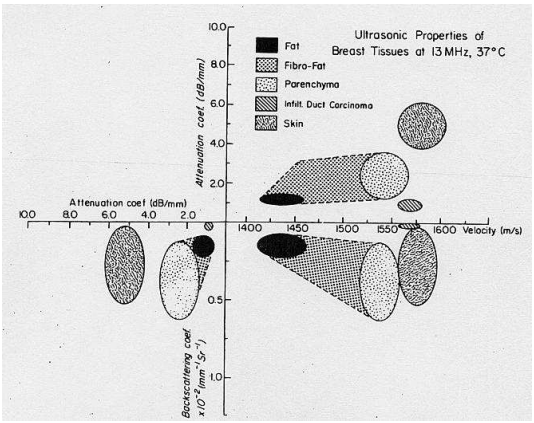


FIG. 2.11 – Résultats sur 17 régions étudiées sur 9 échantillons de tissus obtenus par Foster *et al* (1984).

Ainsi, les mesures *in vivo* ou *in vitro* de la célérité et de l'atténuation faites depuis une quarantaine d'années montrent que des corrélations avec la pathologie, significatives médicalement parlant, ont pu être établies (McDaniel 1977, Fry *et al* 1979, Greenleaf & Bahn 1981, Kuc 1980, Maklad *et al* 1984, Landini *et al* 1985, Richter 1995). Un système d'imagerie permettant de différencier les célérités et les atténuations des tissus pourrait donc jouer un rôle fondamental dans les méthodes de détection et de caractérisation tissulaire. Afin d'améliorer cette différentiation tissulaire parfois insuffisante (Greenleaf & Bahn 1981), certains auteurs combinent à ces deux paramètres la mesure de texture (Greenleaf & Bahn 1981), le coefficient de réflectivité (Foster 1984), ou encore l'élasticité (projet CARISMA -Computer Assisted Reconstructive Imaging by Sonographic and Mechano-Elastic Analysis- Krueger 1998).

Pour les paramètres de célérité et d'absorption, on utilisera des méthodes tomographiques en transmission et pour le paramètre d'impédance, une méthode d'optimisation couplée à la tomographie "qualitative" d'impédance.
Les méthodes proposées dans cette partie ont été élaborées pour des objets simples : inclusions homogènes dans une matrice homogène. Par conséquent, dans leur état actuel, certaines méthodes ne sont pas applicables au sein qui possède une structure plus complexe que les objets simples étudiés. Pour chaque méthode, nous tenterons de donner les domaines de validité (types d'objets) et les développements à apporter.

Chapitre 3

Tomographie de célérité par la technique de ”layer stripping”

Nous présentons une technique de type layer stripping permettant de reconstruire par tomographie de rayons droits le paramètre de célérité. Cette technique est couramment utilisée dans le domaine de la sismique-réflexion en géophysique (Yagle 1982, Yagle & Raadhakrishran 1992) et consiste à reconstruire le milieu à imager par couche successive, des couches externes vers les couches internes, d'où le nom layer stripping. Il s'agit généralement de reconstruire les paramètres d'impédance et de célérité grâce à des données acquises en réflexion. Les effets de la réponse des différentes interfaces de la portion reconstruite sont directement incorporés à la réponse de l'interface (plus profonde) à reconstruire. L'avantage de cette technique est de prendre en compte la diffraction et les effets de réflexions multiples.
L'algorithme de type layer stripping que nous employons ici diffère des méthodes de layer stripping classiques : nous travaillons en transmission et faisons l'hypothèse que la propagation se fait en rayons droits entre chaque couple émetteur/récepteur. La diffraction et les réflexions multiples ne seront donc pas pris en compte. Le principe reste identique : à partir des temps de vol entre les transducteurs émetteurs et récepteurs, les trajets étant supposés rectilignes, la carte de célérité du milieu est reconstruite, pas à pas, des couches externes vers les couches internes.
Cette technique a été développée lors de la thèse de R. Ferrière au LMA (Ferrière 2003) et a fait l'objet de deux articles : Ferrière *et al* 2003, Mensah & Ferrière 2004. L'objectif de ce chapitre est de tester la méthode de reconstruction sur des objets académiques à partir de simulation numérique de la propagation des ondes acoustiques. Nous comparons les résultats qu'elle donne à ceux que l'on obtient avec une technique classique ”fan beam” (géométrie d'acquisition en éventail). Notre technique permet de cumuler quantitatif et résolution.

3.1 La technique de layer stripping

3.1.1 Principe de la technique layer stripping

Nous rappelons le principe de la technique de layer stripping élaboré lors de la thèse de Ferrière au LMA (Ferrière 2003, chapitre 7, pp. 77-82).
On considère une antenne circulaire comportant une distribution uniforme de transducteurs. La méthode consiste à calculer la célérité d'une couche en fonction de la célérité des couches qui lui sont externes. Le maillage du domaine à géométrie circulaire est construit à partir de cellules (pentagones) formant des couches concentriques. La taille et la distribution des cellules dépendent du nombre N de transducteurs uniformément répartis sur le cercle d'acquisition tous les $\Delta\theta = \frac{360^o}{N}$ et de l'angle $\kappa\Delta\theta$ à partir duquel les données sont acquises en transmission. Le maillage concentrique se compose alors de $N_l = \frac{N}{2} - \kappa + 1$ couches, chaque couche se compose de N cellules (Figure 3.1).

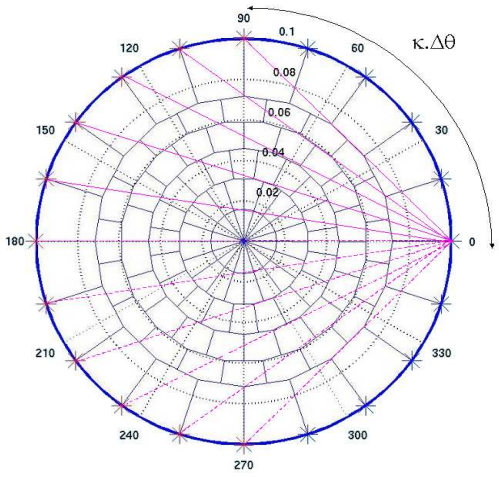


FIG. 3.1 – Maillage du domaine à géométrie circulaire. Les N transducteurs sont équirépartis tous les $\Delta\theta = \frac{360^o}{N}$. Les données sont acquises à partir de l'angle $\kappa\Delta\theta$.

Notons $M(i,j)$ la cellule située dans la couche i à la position angulaire $[(j-1)\Delta\theta, j\Delta\theta]$ avec $(i = 1...N_l)$ et $(j = 1...N)$. Le transducteur localisé à la position $(i-1)\Delta\theta$ est noté $D(i)$. $\Gamma(n,m)$ est le rayon reliant l'émetteur $D(n)$ au récepteur $D(m)$. $l(i,j,n,m)$ est la longueur du rayon $\Gamma(n,m)$ dans la cellule $M(i,j)$:

$$l(i,j,n,m) = \int_{M(i,j)} \Gamma(n,m)dl \tag{3.1}$$

Enfin, on définit $\Omega_{i,j}$ l'ensemble des rayons Γ qui coupent la même cellule $M(i,j)$:

$$\Omega_{i,j} = \{(n,m)|\Gamma(n,m) \cap M(i,j) \neq \varnothing\} - \{(n,m)|q > i, \Gamma(n,m) \cap M(q,\cdot) \neq \varnothing\} \tag{3.2}$$

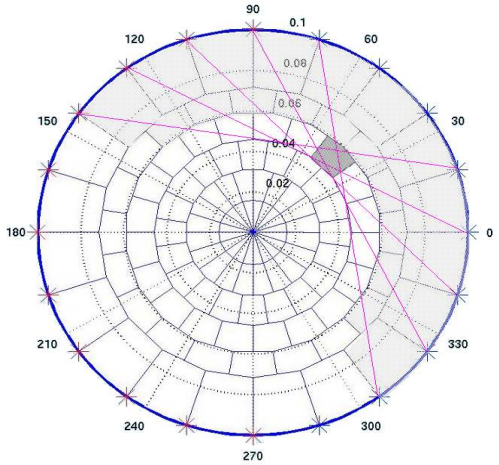


FIG. 3.2 – Estimation de la célérité d'une maille.

On suppose que la célérité dans les cellules des couches $l < i$ est connue, la célérité de la cellule

$M(i,j)$ est alors estimée par :

$$C_{ij} = \frac{1}{\sum_{\Omega_{i,j}} \Gamma(n,m)} \left(\sum_{\Omega_{i,j}} \Gamma(n,m) \cdot c(n,m) \right) \tag{3.3}$$

où $c(n,m)$ est la célérité moyenne, estimée à partir des temps de vol, le long du rayon $\Gamma(n,m)$ et corrigée par les estimations des célérités (déjà effectuées) des cellules externes.

3.1.2 Procédure de reconstruction et influence du maillage : étude analytique pour un objet simple (inclusions homogènes dans un milieu homogène)

Afin d'évaluer les performances de cette technique nous nous plaçons dans un cas idéal : nous reconstruisons un objet académique (Fig. 3.3), de même type que celui présenté au chapitre 1 paragraphe 1.5, à partir de temps de vol obtenus par une méthode approchée analytique. Les temps de vol analytiques sont calculés à partir de la carte de célérité de l'objet en supposant que la propagation se fait en rayons droits. Cet objet, immergé dans de l'eau (c_0=1500 m/s, ρ_0=1000 kg/m^3), est un cylindre de célérité 1470 m/s contenant quatre cavités de célérité 1650 m/s de rayons variables, réparties le long d'une spirale. Le diamètre du cylindre externe est $d = 13.3$ mm et les diamètres des cavités sont $d_1 = d/5 \approx 4\lambda$, $d_2 = d/10 \approx 2\lambda$, $d_3 = d/20 \approx \lambda$ et $d_4 = d/40 \approx \frac{\lambda}{2}$.
La figure 3.4 représente les célérités moyennes (obtenues à partir des temps de vol analytiques) sur chaque rayon reliant l'émetteur situé en ($x = 0.64$ mm, $y = 8$ mm) et les 359 récepteurs de l'antenne. La célérité intégrée pour le trajet de l'onde dans l'eau est retranchée.
Nous pouvons alors utiliser deux techniques :

- la technique de layer stripping seule,
- une technique adaptée à un objet présentant une matrice avec des inclusions (de célérités variables ou non) : la procédure consiste à localiser les inclusions puis à déterminer leur célérité grâce à la technique de layer stripping.

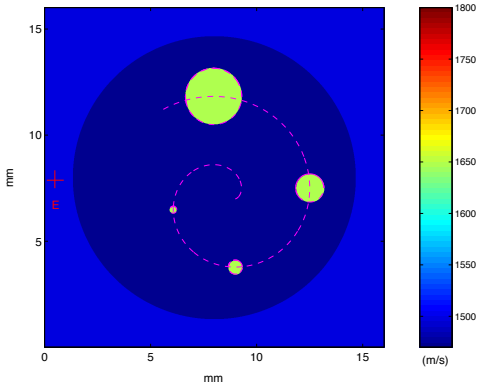


FIG. 3.3 – Carte de célérité. Matrice : $c_1 = 1470$ m/s, inclusions : $c_2 = 1650$ m/s.

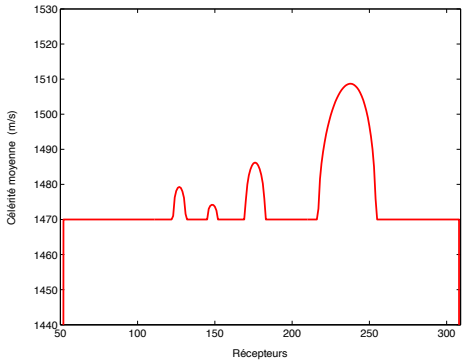


FIG. 3.4 – Célérités moyennes obtenues à partir des temps de vol analytiques, le trajet de l'onde dans l'eau étant retranché.

Afin d'étudier l'influence du maillage, nous effectuons les reconstructions avec un nombre variable de transducteurs. L'antenne est donc composée successivement de 60, 120 et 360 transducteurs équirépartis sur un cercle de rayon $R_{mes} = 7.36$ mm. L'angle à partir duquel les données sont acquises en transmission est $\kappa\Delta\theta$ (Fig. 3.1 et tableau 3.1).

TAB. 3.1 – Angle à partir duquel les données sont acquises en fonction du nombre de transducteurs.

Nombre de transducteurs	$\Delta\theta$	κ	$\kappa\Delta\theta$
60	6^o	5	30^o
120	3^o	11	33^o
360	1^o	33	33^o

Technique de layer stripping seule

Les reconstructions (Fig. 3.5, 3.6 et 3.7) ne permettent pas de localiser les inclusions (dont la célérité est de plus sous-estimée $<$ 1600 m/s). Il semble que, la localisation des inclusions au niveau des couches externes étant mauvaise (étalement des inclusions), l'erreur se propage des couches externes vers les couches internes. Ferrière (thèse 2003) a introduit une méthode s'effectuant en deux étapes et favorable aux objets possédant un milieu homogène (matrice) dans lequel se trouve des inclusions.

Technique de layer stripping améliorée : localisation des inclusions suivi de la technique de layer stripping

Le rayon de l'objet étant supposé connu, on impose la célérité des premières couches à celle du milieu hôte (l'eau). La reconstruction s'effectue en deux étapes (thèse Ferrière 2003) :
Première étape : détermination des temps de vol lors d'un premier balayage suivant une configuration d'acquisition conique (Fig. 3.1). La Fig. 3.4 représente les célérités moyennes obtenues de façon analytique pour un émetteur situé en ($x = 0.64$ mm, $y = 8$ mm), le trajet dans l'eau étant retranché. Grâce à différents profils du même type, on fixe la célérité de la matrice à c_1=1470 m/s. Pour chaque couple émetteur / récepteur ($D(n)$ / $D(m)$), si la célérité moyenne (estimée) est égale $c_1 \pm \epsilon$ (ϵ petit), les cellules traversées par le rayon $\Gamma(n, m)$ prennent la valeur c_1, sinon les cellules prennent une valeur c_D à déterminer. Le résultat est une carte binaire (Fig. 3.8(a)) de célérité distinguant la matrice de célérité c_1 et toute inclusion de célérité autre à déterminer c_D.
Deuxième étape : la technique de Layer Stripping détermine les célérités des inclusions (Fig. 3.8(b)). La configuration des transducteurs est représentée Fig. 3.2.

Les reconstructions -Fig. 3.8, 3.9 et 3.10- pour les différents maillages montrent que plus le maillage est dense plus les inclusions sont finement délimitées. Par conséquent, par la suite, nous choisirons de travailler avec 360 transducteurs.

Notons que la très bonne qualité de la reconstruction obtenue Fig. 3.10 est partiellement due au fait que problème direct et problème inverse font appel à la même théorie approchée de propagation en rayons droits. C'est ce qu'on appelle le "crime inverse". Nous allons maintenant sortir de ce "crime" en procédant à des simulations de la propagation des ultrasons (résolution du problème direct par une méthode d'éléments finis). Cette méthode d'éléments finis permet de prendre en compte le phénomène de diffraction multiple. Auparavant, nous présentons rapidement le principe de la tomographie "fan beam" de rayons droits afin de pouvoir comparer les reconstructions des données simulées pour les deux méthodes (fan beam et layer stripping).

Remarque : Nous avons pensé utiliser une solution alternative à la première étape (localisation de la matrice et des inclusions) : la tomographie de rétroprojection elliptique filtrée présentée au chapitre 1. La tomographie de réflectivité permettrait d'obtenir une image avec une bonne résolution et de délimiter correctement les contours des inclusions. Néanmoins cette technique est plus lourde à mettre en oeuvre, puisque cela nécessite le traitement de l'image de réflectivité afin d'en extraire les contours de l'objet reconstruit. De plus, on risque parfois de faire de fausses estimations de célérité. En

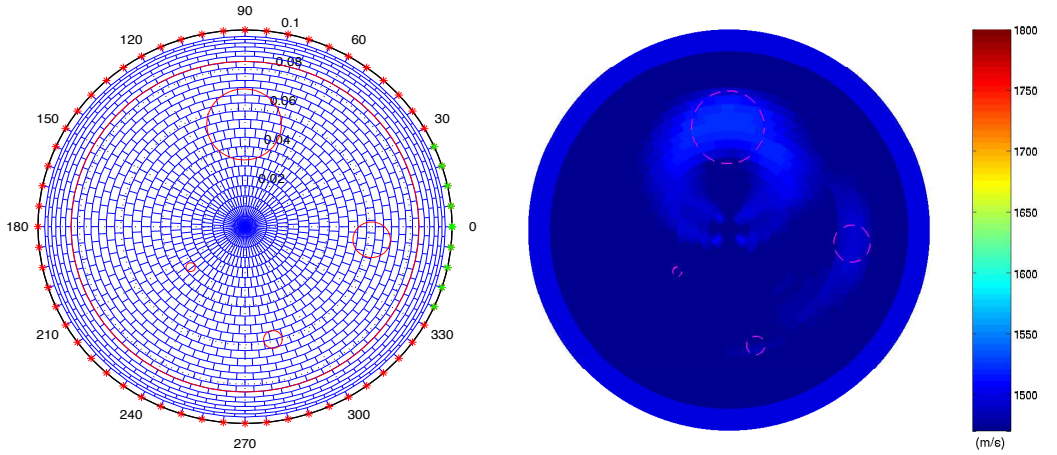


FIG. 3.5 – Maillage et carte de célérité obtenue via la technique de Layer Stripping avec 60 transducteurs.

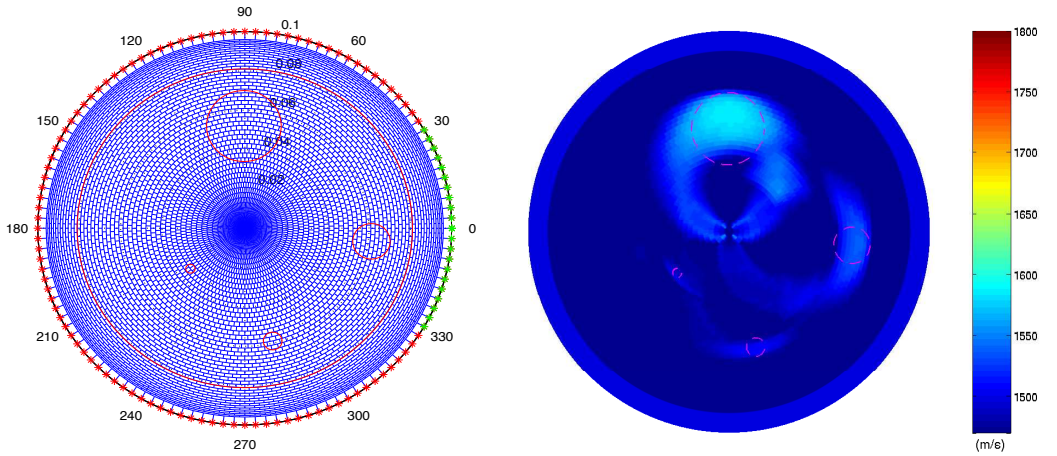


FIG. 3.6 – Maillage et carte de célérité obtenue via la technique de Layer Stripping avec 120 transducteurs.

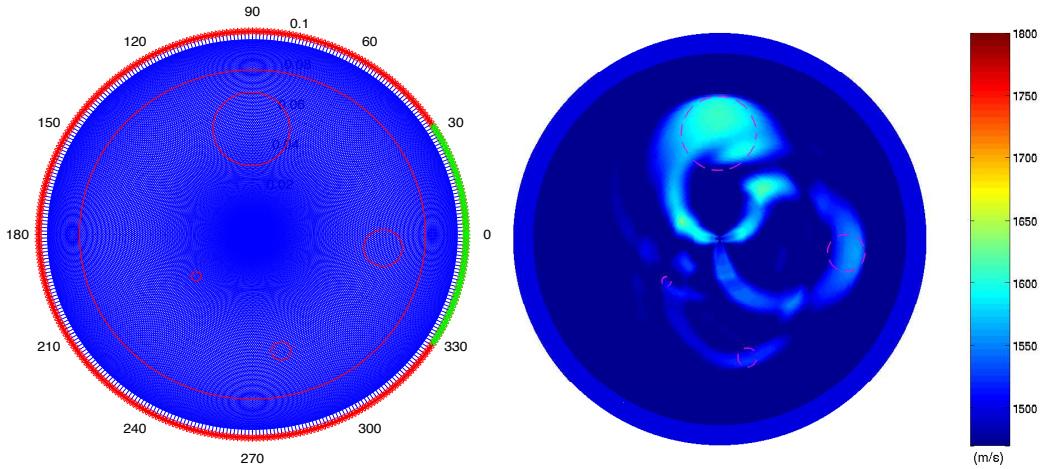
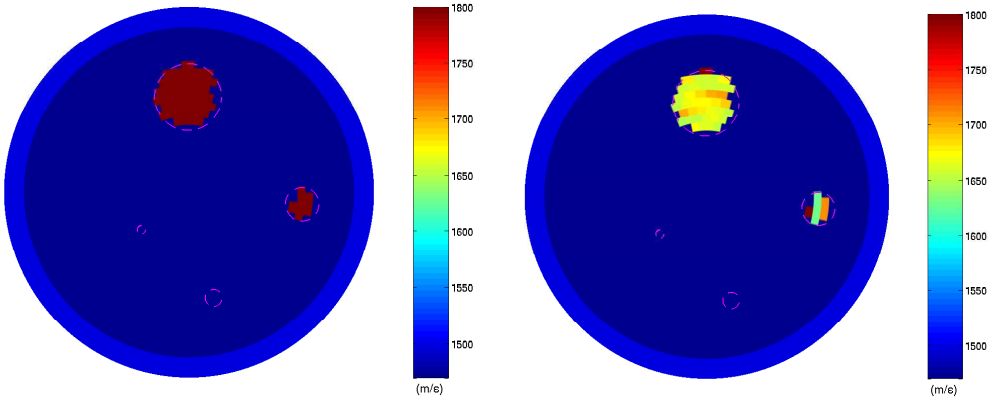


FIG. 3.7 – Maillage et carte de célérité obtenue via la technique de Layer Stripping avec 360 transducteurs.

effet, pour qu'une inclusion soit détectée par temps de vol, il faut qu'elle présente un contraste de célérité suffisant et/ou soit de taille assez importante. Si ce n'est pas le cas, l'inclusion est soit transparente, soit partiellement détectée par temps de vol (comme on pourra le voir dans les fantômes numériques présentés par la suite). Dans ce dernier cas (inclusion détectée partiellement par temps de vol), si on utilise comme première étape la tomographie de réflectivité, la taille de l'inclusion sera exacte mais la célérité obtenue par layer stripping sera sous-estimée. Il est préférable d'utiliser une détection des inclusions en utilisant les temps de vol : l'inclusion sera détectée avec une taille erronée -plus petite- mais l'estimation de la célérité sera bien meilleure.



(a) Premier balayage pour déterminer la célérité moyenne de la matrice.

(b) Technique de layer stripping afin de déterminer la célérité des inclusions

FIG. 3.8 – Reconstruction de la célérité avec 60 transducteurs.

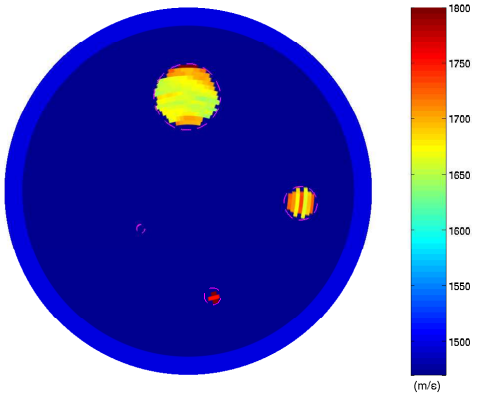


FIG. 3.9 – Reconstruction de la célérité avec 120 transducteurs.

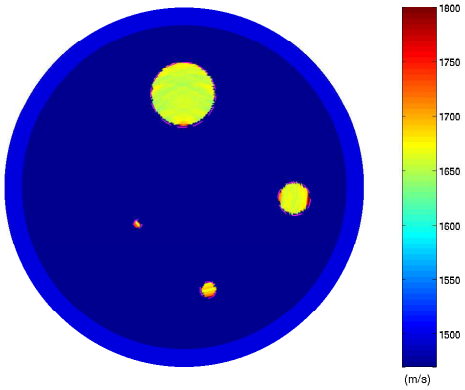


FIG. 3.10 – Reconstruction de la célérité avec 360 transducteurs.

3.2 Tomographie "fan beam" de rayons droits standard

En tomographie de transmission, il est fréquent que la reconstruction soit réalisée à partir de données acquises avec une géométrie en éventail (Fig. 3.11) grâce à un algorithme de tomographie fan beam. Il s'agit donc de traiter des projections en éventail, l'intégration du paramètre étudié étant faite le long de rayons droits (rayons entre chaque couple émetteur-récepteur) formant un cône ou un éventail ayant pour sommet la position de l'émetteur.
L'algorithme de tomographie fan beam est aussi appelé "algorithme de rétroprojection des projections filtrées et pondérées", car l'algorithme est basé sur le réarrangement préalable des données acquises en géométrie en éventail avant l'utilisation du classique algorithme de rétroprojection des projections filtrées (adapté aux configurations en parallèle). L'algorithme que nous avons implémenté est décrit par Kak & Slaney (1988, pp. 77-86) et est rappelé en annexe C.

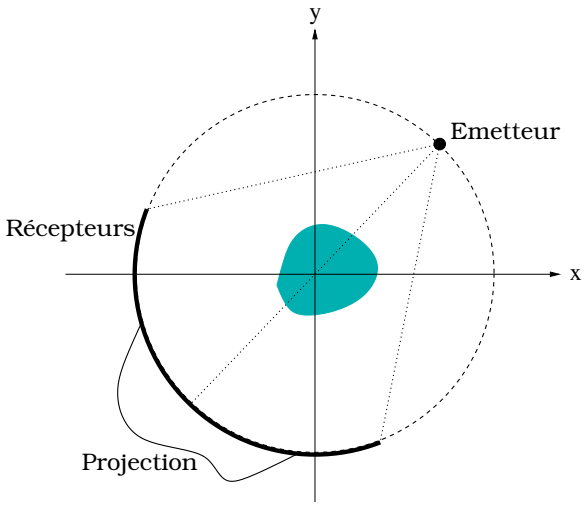


FIG. 3.11 – Géométrie d'acquisition. Les données sont acquises en transmission avec une géométrie en éventail.

3.3 Etude sur des fantômes numériques simples (inclusions homogènes dans un milieu homogène)

On simule la propagation des ondes acoustiques à travers divers fantômes numériques 2D grâce à un code de propagation décrit annexe B.1.1. Les fantômes numériques sont des objets simples : inclusions homogènes dans un milieu homogène. L'expérience est menée sur une grille de 1000 $\times$ 1000 éléments ($\Delta x = 0.016$ mm, 1.6 cm$\times$ 1.6 cm). L'antenne est composée de 360 transducteurs équirépartis de fréquence centrale 2.5 MHz (λ =0.6 mm) sur un cercle de rayon R_{mes} =7.36 mm. L'angle à partir duquel les données sont acquises en transmission est $\kappa\Delta\theta = 33^o$. Pour chaque position de l'émetteur, la propagation des ondes est simulée et le champ total est mesuré par tous les transducteurs (points de mesure ponctuels) de l'antenne. A partir des signaux simulés, nous extrayons les temps de vol en utilisant le premier passage par zéro. Le centre de l'objet correspond au centre de l'antenne circulaire.
Pour la technique de layer stripping améliorée (via localisation des inclusions avec un premier balayage suivant une géométrie d'acquisition conique), le diamètre extérieur de l'objet étant supposé connu, on prend la célérité des premières couches du maillage égale à celle du milieu hôte (l'eau). La célérité de la matrice (homogène) est fixée grâce aux célérités intégrées obtenues à partir des signaux simulés.

3.3.1 Fantôme académique à inclusions de nature identique et de tailles différentes

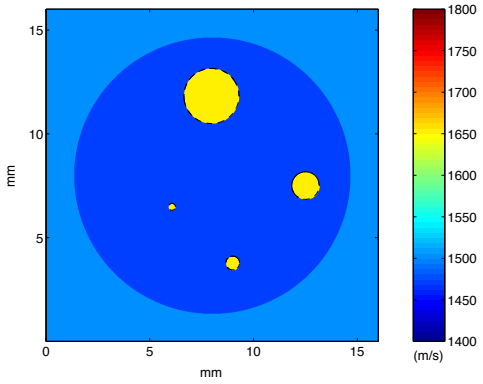
Le fantôme est un objet fluide, immergé dans l'eau (c_0=1500 m/s, ρ=1000 kg/m^3), de célérité c_1 et de densité ρ_1 contenant quatre cavités de célérité c_2 et de densité ρ_2 de rayons variables, réparties le long d'une spirale, identiques à celles décrites au paragraphe 3.1.2 : $d_1 = 4\lambda$, $d_2 = 2\lambda$, $d_3 = \lambda$ et $d_4 = \frac{\lambda}{2}$. Afin d'étudier la détection et la détermination de la taille des inclusions, nous étudions deux objets dont les paramètres sont résumés au tableau 3.2. L'objet 1 est le même que celui décrit au paragraphe 3.1.2.

TAB. 3.2 – Propriétés acoustiques

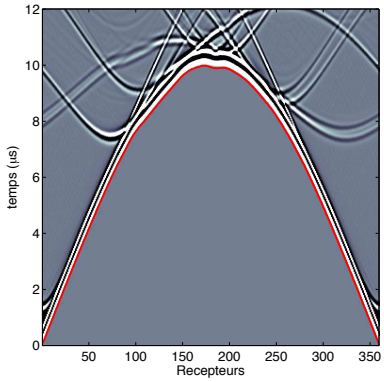
	Matrice		Inclusions	
	Célérité (m/s)	Densité (kg/m^3)	Célérité (m/s)	Densité (kg/m^3)
Objet 1	1470	950	1650	1040
Objet 2	1650	1040	1500	1000

Pour obtenir la célérité intégrée sur chaque rayon (reliant l'émetteur et le récepteur), on détecte les temps de vol par premier passage à zéro du signal total τ_t (simulation avec objet) et du signal incident τ_i (simulation sans objet). La célérité intégrée est égale à $\frac{c_{eau} \cdot \tau_i}{\tau_t}$.

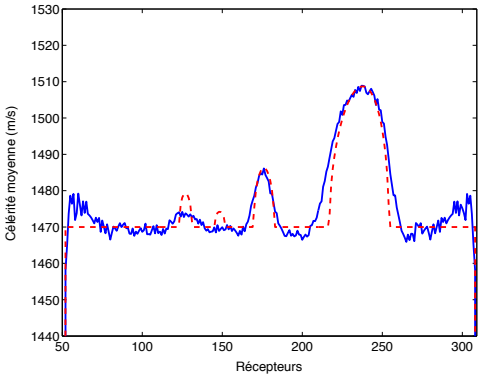
Objet 1 : inclusions de célérité plus importante que la matrice (c_0=1500 m/s, c_1=1470 m/s et c_2=1650 m/s)
La carte de célérité de l'objet est représentée figure 3.12(a). Comme nous avons pu le voir avec l'étude du cas analytique, la reconstruction Fig. 3.12(d) utilisant la technique de layer stripping seule ne donne pas un résultat satisfaisant.
Les figures 3.12(e) et 3.12(f) représentent les reconstructions obtenues par la technique de layer stripping améliorée (avec un premier balayage suivant une géométrie d'acquisition conique) et par la tomographie fan beam de rayons droits standard.
Pour la technique de layer stripping, grâce aux célérités intégrées obtenues à partir des signaux simulés, la célérité de la matrice est fixée à c_1=1470 m/s (Fig. 3.12(c)). La technique permet de détecter des objets de taille de l'ordre de deux fois la longueur d'onde. Les diamètres des deux plus grandes inclusions ($d_1 = 4\lambda$ et $d_2 = 2\lambda$) sont surévalués. L'estimation moyenne de la célérité de ces deux inclusions est 1601 m/s avec un écart type de 1.81%, soit $\pm$ 29 m/s (valeur réelle : 1650 m/s).
Pour la tomographie fan beam, les contours des deux plus grandes inclusions sont flous et l'inclusion de diamètre λ est tout juste détectée. L'estimation moyenne de la célérité des deux plus grandes inclusions est 1594 m/s avec un écart type de 1.32%, soit $\pm$ 21 m/s.
Pour ce type d'objet, la satisfaction des résultats pour les deux techniques est équivalente.



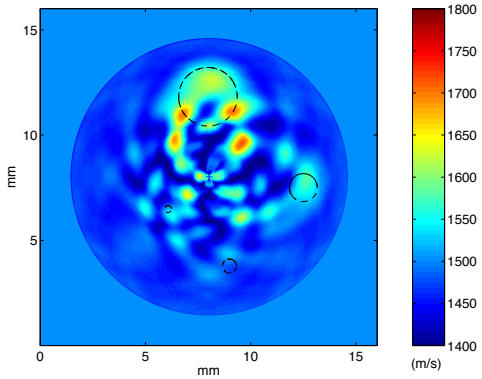
(a) Carte de célérité de l'objet 1. Matrice : c_1=1470 m/s, inclusions : c_2=1650 m/s.



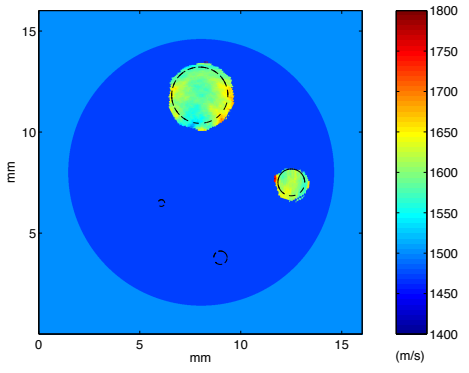
(b) Sinogramme pour un émetteur situé en ($x = 0.64$ mm, $y = 8$ mm) et détection des temps de vol par premier passage par zéro (en rouge).



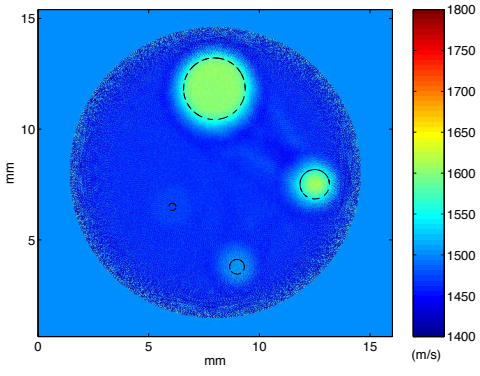
(c) Comparaison des célérités intégrées obtenues analytiquement (en rouge) et à partir des signaux simulés (en bleu). L'émetteur est situé en ($x = 0.64$ mm, $y = 8$ mm).



(d) Reconstruction de la carte de célérité en utilisant la technique de layer stripping seule.

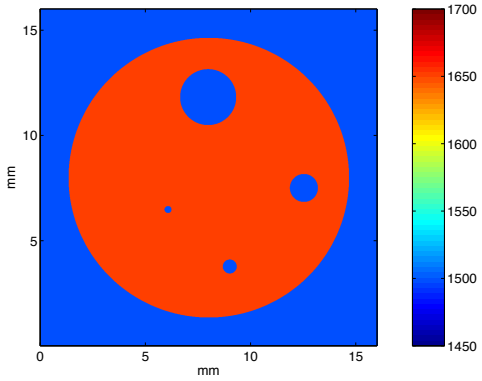


(e) Reconstruction layer stripping via localisation des inclusions avec un premier balayage suivant une géométrie d'acquisition conique.

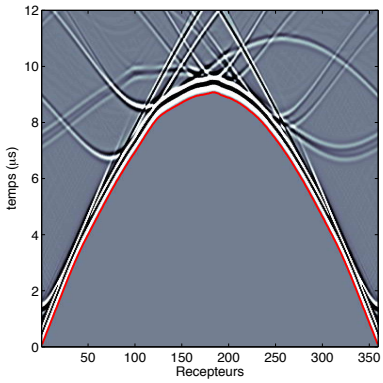


(f) Reconstruction fan beam de rayons droits.

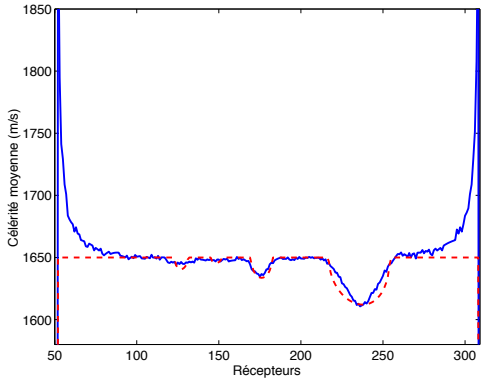
FIG. 3.12 – **Objet 1** : c_0=1500 m/s, c_1=1470 m/s et c_2=1650 m/s.



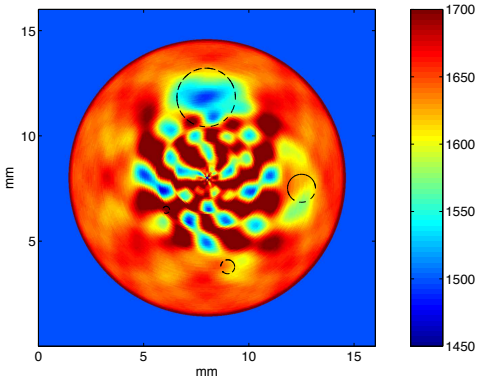
(a) Carte de célérité de l'objet 2. Matrice : c_1=1650 m/s, inclusions : c_2=1500 m/s.



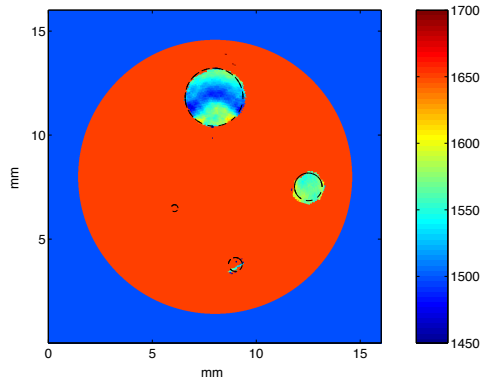
(b) Sinogramme pour un émetteur situé en ($x = 0.64$ mm, $y = 8$ mm) et détection des temps de vol par premier passage par zéro (en rouge).



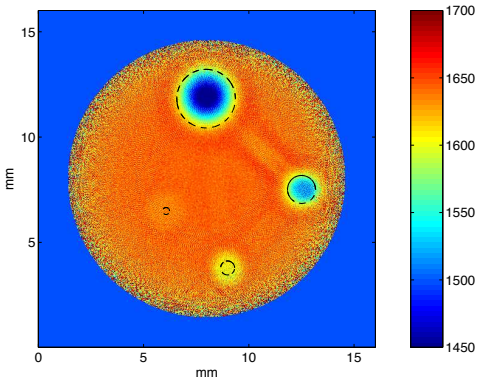
(c) Comparaison des célérités intégrées obtenues analytiquement (en rouge) et à partir des signaux simulés (en bleu). L'émetteur est situé en ($x = 0.64$ mm, $y = 8$ mm)



(d) Reconstruction de la carte de célérité en utilisant la technique de layer stripping seule.



(e) Reconstruction layer stripping via localisation des inclusions avec un premier balayage suivant une géométrie d'acquisition conique.



(f) Reconstruction fan beam de rayons droits.

FIG. 3.13 – **Objet 2** : c_0=1500 m/s, c_1=1650 m/s et c_2=1500 m/s.

Objet 2 : inclusions de célérité plus faible que la matrice (c_0=1500 m/s, c_1=1650 m/s et c_2=1500 m/s)
La carte de célérité de l'objet est représentée figure 3.13(a). Les figures 3.13(e) et 3.13(f) montrent les reconstructions obtenues par la technique de layer stripping améliorée et par la tomographie fan beam de rayons droits standard. Les deux méthodes permettent de détecter l'inclusion de diamètre λ et de discriminer la taille des deux plus grandes inclusions de diamètre 4λ et 2λ. L'estimation de la célérité moyenne pour les deux plus grandes inclusions est donnée au tableau 3.3 (valeur de la célérité réelle : 1500 m/s).
Pour ce type d'objet, la comparaison des deux méthodes est favorable à la technique de layer stripping pour laquelle l'estimation de la célérité est meilleure. En effet, pour l'inclusion de diamètre 4λ, l'écart type pour la technique de layer stripping est deux fois plus petit que pour la tomographie fan beam.

TAB. 3.3 – Estimation de la célérité moyenne des inclusions de diamètre 4λ et 2λ

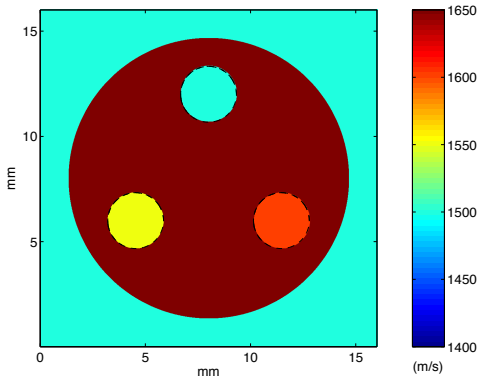
	Célérité moyenne estimée par la technique de layer stripping	Célérité moyenne estimée par la reconstruction fan beam
Inclusion de diamètre d_1=4λ	1534 m/s σ=1.95%, soit $\pm$ 30 m/s	1540 m/s σ=4.02%, soit $\pm$ 62 m/s
Inclusion de diamètre d_2=2λ	1566 m/s σ=0.64%, soit $\pm$ 10 m/s	1557 m/s σ=1.87%, soit $\pm$ 29 m/s

3.3.2 Fantôme académique à inclusions de célérités différentes et de taille identique

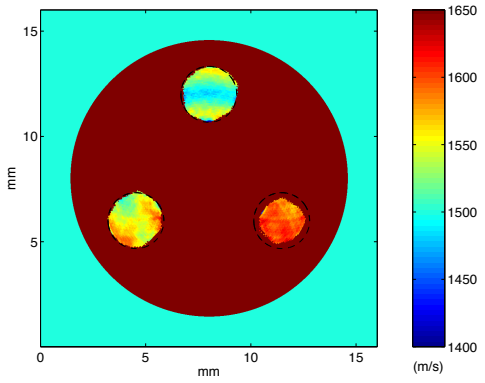
L'objet est un cylindre de diamètre $d = 13.3$ mm dont la célérité de la matrice est de 1650 m/s. L'objet présente trois inclusions de diamètre identique $d/5 \approx 4\lambda$ de célérité 1600, 1550 et 1500 m/s (Fig. 3.14(a)). On se place dans un cadre de travail où le diamètre des inclusions de l'ordre de 4λ est bien reconstruit comme on a pu le voir au paragraphe précédent 3.3.1.
Les figures 3.14(b) et 3.14(c) représentent les reconstructions obtenues par les méthodes de layer stripping améliorée et de fan beam. L'estimation de la célérité moyenne pour chaque inclusion et chaque méthode de reconstruction est donnée au tableau 3.4.
On peut noter que seul la technique de layer stripping permet de détecter l'inclusion ayant le contraste de célérité le plus faible (égal à 50 m/s). Le diamètre de l'inclusion est sous-estimé mais l'estimation de la célérité par la technique de layer stripping est satisfaisante. La tomographie fan beam permet de détecter tout juste cette inclusion.
Pour ce type d'objet, la méthode de layer stripping améliorée est plus performante que la méthode fan beam standard.

TAB. 3.4 – Estimation de la célérité moyenne pour les trois inclusions

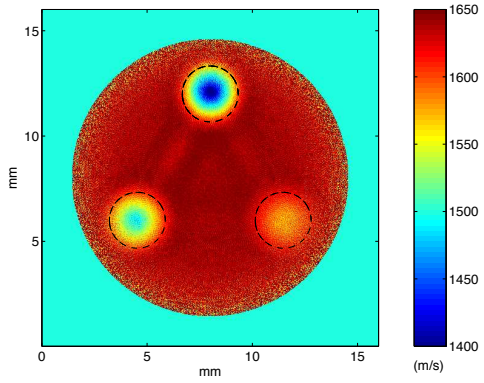
	Célérité moyenne estimée par la technique de layer stripping	Célérité moyenne estimée par la reconstruction fan beam
Inclusion de célérité 1600 m/s	1595 m/s σ=0.87%, soit $\pm$ 14 m/s	1589 m/s σ=1.07%, soit $\pm$ 17 m/s
Inclusion de célérité 1550 m/s	1553 m/s σ=1.28%, soit $\pm$ 20 m/s	1534 m/s σ=1.69%, soit $\pm$ 26 m/s
Inclusion de célérité 1500 m/s	1516 m/s σ=1.52%, soit $\pm$ 23 m/s	- -



(a) Carte de célérité. Matrice : c_1=1650 m/s, inclusions : 1600, 1550 et 1500 m/s.



(b) Reconstruction layer stripping avec un 1^{er} balayage suivant une géométrie d'acquisition conique.



(c) Reconstruction fan beam de rayons droits.

FIG. 3.14 – **Objet ayant des inclusions de célérités différentes.**

3.3.3 Etude sur des cas particuliers

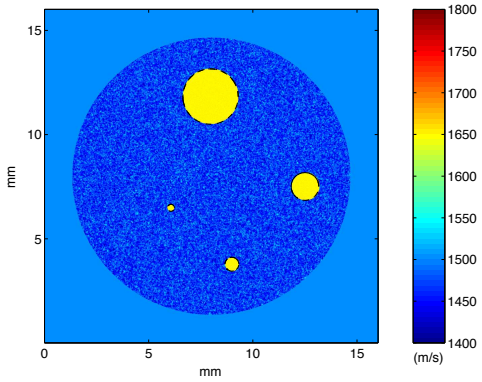
En pratique, le **sein** est composé de 90% de graisse. La célérité de la graisse étant proche de 1470 m/s, une modélisation simpliste du sein est une matrice de célérité 1470 m/s comportant des inclusions de célérités plus élevées. Nous travaillons donc par la suite avec des objets dont les matrices ont une célérité moyenne de 1470 m/s.
Afin de tester les limites de notre méthode et de nous placer dans un cadre plus réaliste, nous étudions un objet inhomogène aléatoire et un objet modélisant une fine couche de peau.

Fantôme aléatoire

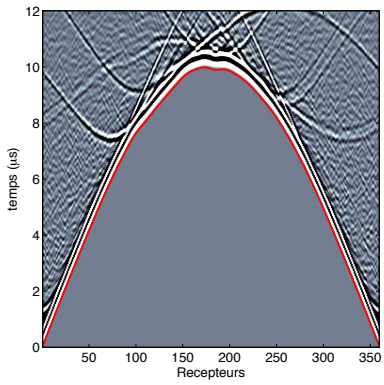
Nous nous intéressons à présent à un objet aléatoire dont la carte de célérité est représentée figure 3.15(a). La matrice de l'objet possède une célérité moyenne de 1470 m/s avec un écart type de 2%, soit $\pm$ 29 m/s. Les inclusions ont les mêmes dimensions et positions qu'au paragraphe 3.3.1 et ont une célérité moyenne de 1650 m/s avec un écart type de 0.5%, soit $\pm$ 8 m/s. Les propriétés acoustiques de l'objet aléatoire sont résumées au tableau 3.5. La détection des temps de vol par premier passage à zéro (Fig. 3.15(b)) est très similaire à celle effectuée avec l'objet non aléatoire au paragraphe 3.3.1 (Fig. 3.12(b)). Par conséquent, les reconstructions de la carte de célérité Fig. 3.15(d) et (e) sont elles aussi quasiment identiques à celle de l'objet non aléatoire Fig. 3.12(e) et (f).
Pour les deux méthodes de reconstruction, on discrimine l'inclusion de diamètre 2λ. Pour la technique de layer stripping, l'estimation de la célérité moyenne pour les deux inclusions est de 1604 m/s avec un écart type de 1.93%, soit $\pm$ 31 m/s (valeur réelle 1650 m/s). Pour la tomographie fan beam de rayons droits, la célérité moyenne des deux inclusions est de 1593 m/s avec un écart type de 1.19%, soit $\pm$ 19 m/s.

TAB. 3.5 – Propriétés acoustiques

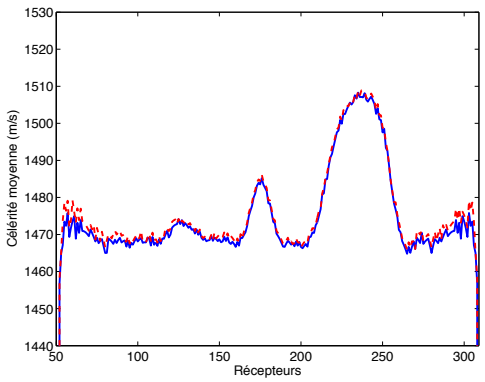
Milieu	Célérité moyenne (m/s)	Densité moyenne (kg/m^3)	Milieu aléatoire	
			Ecart type (%)	Longueur de corrélation (mm)
Eau	1500	1000	-	-
Matrice	1470	950	2	0.21
Inclusions	1650	1040	0.5	0.03



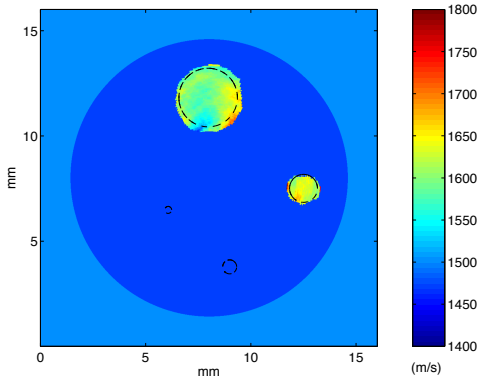
(a) Carte de célérité. Matrice : c_1=1470 m/s, inclusions : c_2=1650 m/s.



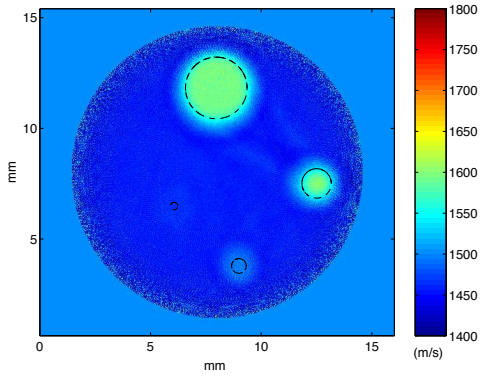
(b) Sinogramme pour un émetteur situé en ($x = 0.64$ mm, $y = 8$ mm) et détection des temps de vol par premier passage par zéro (en rouge).



(c) Célérités intégrées obtenues à partir des signaux simulés avec l'objet aléatoire (en bleu) et l'objet non aléatoire de la Fig. 3.12 (en rouge). L'émetteur est situé en ($x = 0.64$ mm, $y = 8$ mm).



(d) Reconstruction layer stripping via localisation des inclusions avec un premier balayage suivant une géométrie d'acquisition conique.

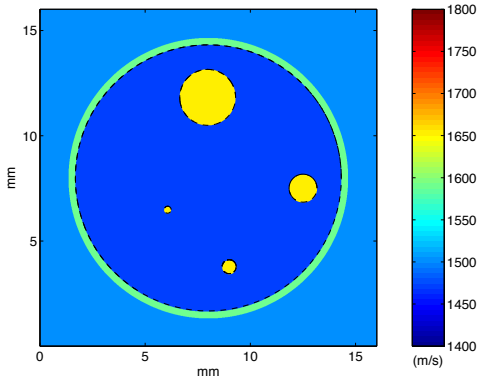


(e) Reconstruction fan beam de rayons droits.

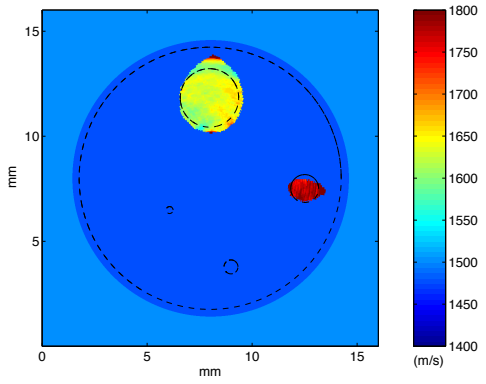
FIG. 3.15 – **Objet aléatoire.**

Fantôme modélisant une fine couche de peau : c_0=1500 m/s, c_1=1470 m/s, c_2=1650 m/s et c_p=1590 m/s

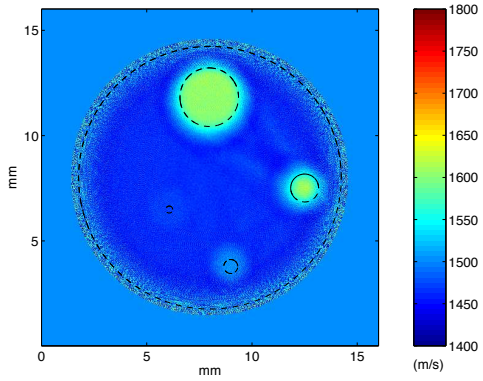
Le fantôme est un tube fluide (Fig. 3.16(a)) de rayon externe 6.64 mm (célérité c_p=1590 m/s, densité ρ_p=1090 kg/m^3). La cavité intérieure a un rayon de 6.32 mm (c_1=1470 m/s, ρ_1=950 kg/m^3) et contient quatre cavités (c_2=1650 m/s, ρ_2=1040 kg/m^3).
Pour la technique de layer stripping améliorée, la célérité de la matrice est fixée à c_1=1475 m/s grâce au profil des célérités (non représenté). Lors du premier passage, la fine couche de peau n'est pas détectée, son épaisseur étant trop faible. La technique permet de détecter les deux plus grandes cavités ($d_1 = 4\lambda$ et $d_2 = 2\lambda$) et de déterminer la célérité des objets de l'ordre de 4λ. Pour la plus grande cavite $d_1 = 4\lambda$, l'estimation de la célérité est 1630 m/s avec un écart type de 1.66%, soit $\pm$ 27 m/s.
Pour la tomographie fan beam, l'estimation de la célérité pour les deux plus grandes inclusions est de 1595 m/s avec un écart type de 1.57%, soit $\pm$25 m/s (valeur réelle 1650 m/s).
Pour ce type d'objet plus complexe avec quatre contrastes de célérité, la méthode fan beam classique est plus performante que la technique de layer stripping améliorée : la célérité de l'inclusion de diamètre 2λ estimée par layer stripping est erronée (supérieure à 1750 m/s) alors que l'estimation déterminée par tomographie fan beam est satisfaisante.



(a) Carte de célérité. Matrice : c_1=1470 m/s, inclusions : c_2=1650 m/s, peau : c_p=1590 m/s.



(b) Reconstruction layer stripping avec un 1^{er} balayage suivant une géométrie d'acquisition conique.



(c) Reconstruction fan beam de rayons droits.

FIG. 3.16 – **Objet modélisant une fine couche de peau.**

3.4 Discussion

Ce chapitre présente une technique de tomographie en transmission de type layer stripping, basée sur une hypothèse de propagation en rayons droits. La méthode de reconstruction consiste à détecter les inclusions et à déterminer la célérité de la matrice lors d'un balayage suivant une configuration d'acquisition conique. La célérité des inclusions est ensuite estimée par la méthode de layer stripping. Les résultats obtenus sur les divers fantômes académiques montrent que l'on peut détecter et déterminer la célérité des objets de l'ordre de deux longueurs d'onde lorsque le contraste de célérité est supérieur ou égal à 150 m/s. Nous pouvons aussi constater que la détection devient plus difficile pour des objets dont la taille est inférieure à deux longueurs d'onde (objets non détectés) ou dont le contraste avec le mileu environnant est faible ($\leq$50 m/s) (taille des objets sous-estimée). Pour des objets complexes (milieux aléatoires, fine couche de peau), la technique semble assez robuste, bien que dans le cas d'un objet simulant une fine couche de peau, la tomographie fan beam de rayons droits donne un meilleur résultat. Excepté pour ce type de fantôme, les résultats obtenus avec la technique de layer stripping sont satisfaisants : les résultats sont soit équivalents, soit supérieurs à ceux obtenus avec la tomographie fan beam. Il est même surprenant d'obtenir de si bons résultats à partir d'une approximation de rayons droits où les phénomènes de réfraction et de diffraction sont négligés.
Globalement, la technique de layer stripping donne de bons résultats à la surface des objets mais en profondeur, les erreurs successives peuvent s'accumuler. De plus, la méthode est basée sur un modèle simpliste de tissu à deux "phases" : la matrice, uniforme, et les inclusions, non moins uniformes mais de tailles et de natures différentes. Ce modèle simpliste est probablement applicable dans le cas d'une structure diffusante fortement contrastée (tumeur) pour laquelle une estimation grossière de la vitesse moyenne du sein est suffisante. Ce modèle semble peu applicable dans un sein ne présentant pas de pathologie ou présentant des pathologies naissantes (tumeurs peu développées et/ou peu contrastées par rapport à leur environnement).

Chapitre 4

Tomographie d'absorption avec correction des effets de la diffraction[1]

Ce chapitre présente l'étude menée sur la reconstruction du paramètre d'absorption par tomographie de rayons droits. Nous évaluons dans un premier temps l'erreur introduite par la diffraction dans la méthode du rapport des spectres, méthode fréquentielle d'estimation de l'absorption sur un rayon. Une procédure de correction des effets de diffraction est ensuite proposée, donnant de bons résultats avec une tomographie pourtant simplifiée de rayons droits.
Ce travail a été effectué en collaboration avec M.-C. Pauzin lors de son stage de master recherche (Pauzin 2005). La partie théorique de ce chapitre a été publiée dans un article intitulé[2] : "*Soft tissue absorption tomography with correction for scattering aberrations*", paru dans *Ultrasonic Imaging*, (Franceschini *et al* 2005).

4.1 Motivations

De nombreuses techniques ont été proposées afin d'estimer l'atténuation. Un grand nombre d'entre elles ont été mises en oeuvre pour l'estimation de l'atténuation à partir de l'impulsion échogra-phique et ont été passées en revue par Ophir *et al* (1984) et Jones & Leeman (1984). On peut distinguer deux classes de méthodes : les **méthodes temporelles** (Ferrari *et al* 1982, Flax *et al* 1983, Claesson & Salomonsson 1985, He & Greenleaf 1986, Jiang *et al* 1988) et les **méthodes fréquentielles** (Kuc & Schwartz 1979, Dines & Kak 1979, Meyer 1979, Fink *et al* 1983, Lizzi *et al* 1987).

Dans le **domaine temporel**, l'atténuation est généralement mesurée en comparant la valeur de l'amplitude ou l'énergie totale des signaux ultrasonores incident et transmis à travers le tissu (ou réfléchi par le tissu). L'atténuation et la diffraction des transducteurs dépendant de la fréquence, la précision de cette procédure est difficile à contrôler. Une autre technique développée par Ferrari *et al* (1982) et Flax *et al* (1983) utilise un comptage de passages à zéro du signal pour estimer la fréquence moyenne ; en évaluant le décalage de la fréquence moyenne (et en supposant que la variation de l'atténuation avec la fréquence est linéaire), on obtient une estimation en temps réel de l'atténuation. He & Greenleaf (1986) ont proposé d'estimer l'atténuation par mesure du décalage du pic de l'enveloppe de l'écho. Dans le **domaine fréquentiel**, Kuc & Schwartz (1979) et Lizzi *et al* (1987) ont utilisé la différence des logarithmes des deux spectres fournissant la pente d'atténuation (méthode du rapport des spectres). Une approche similaire, développée par Dines & Kak (1979), est basée sur l'analyse de la propagation d'une impulsion dont le spectre a une forme gaussienne. On peut montrer que le spectre du signal garde sa forme gaussienne au cours de sa propagation dans le

[1] Nous utilisons le terme "diffraction" afin de se rapporter aux phénomènes de diffraction par la structure tissulaire et par les transducteurs. Néanmoins, il est fréquent d'employer le terme de diffusion au lieu de diffraction pour la diffusion par la structure tissulaire.

[2] La partie validation numérique présentée dans l'article est rapportée au chapitre 6.

milieu atténuant. On estime l'atténuation en mesurant la différence entre les fréquences centrales des deux spectres. L'atténuation peut être également déduite du déplacement du centrioïde des spectres (Fink *et al* 1983).

Bien que les méthodes dans le domaine temporel soient généralement plus faciles à mettre en oeuvre en temps réel, beaucoup d'auteurs ont préféré adopter une approche spectrale (Ophir *et al* 1984). Puisque l'atténuation des tissus et la diffraction des transducteurs sont dépendantes de la fréquence, une estimation dans le domaine fréquentiel aura tendance à être plus précise et les résultats obtenus plus stables.

Malheureusement, les mesures d'atténuation in vivo sont difficiles à effectuer (Ophir *et al* 1984) : l'estimation de l'atténuation est généralement affectée par plusieurs facteurs. Certains de ces facteurs, tels que l'annulation de phase, la bande-passante, la diffraction et la focalisation des transducteurs, dépendent du système d'acquisition et ont été résolu par des techniques de correction spécifique (Pan & Liu 1981, Cloostermans & Thijssen 1983, Insana *et al* 1983, O'Donnell 1983, Laugier *et al* 1987). Un autre facteur de première importance, qui est souvent négligé lorsque l'on traite les tissus mous, est la diffraction des ondes ultrasonores due aux hétérogénéités du milieu sondé (Sehgal & Greenleaf 1984, Laugier *et al* 1985, Xu & Kaufman 1993). En effet, l'atténuation résulte principalement de deux phénomènes distincts : l'**absorption** des ultrasons par le milieu, qui est un phénomène de conversion de l'énergie ultrasonore en chaleur et la **diffraction** par la structure tissulaire, dans un tissu, les diffuseurs vont diffuser et réfléchir une partie de l'énergie ultrasonore d'où une diminution de l'intensité du signal transmis (ou réfléchi)[3]. Lorsqu'on travaille avec un milieu homogène, seul le phénomène d'absorption a lieu ; dans le cas de milieu hétérogène, il est difficile de séparer la contribution de ces deux processus. C'est pourquoi, dans le cas des tissus mous, la diffraction a reçu peu d'attention jusqu'à présent, les variations de vitesse y étant généralement inférieures à 10 %.

En tomographie ultrasonore d'absorption, on effectue généralement deux hypothèses simplificatrices. Premièrement, les effets de la diffraction sont ignorés : l'énergie reste confinée dans un faisceau de rayons. La seconde hypothèse est qu'aucune réfraction n'a lieu et donc que la propagation se fait comme en rayons X suivant un trajet rectiligne. Les premières images d'absorption (Greenleaf *et al* 1974), dont la reconstruction est basée sur ces hypothèses, sont parfois de qualité médiocre et présentent des artéfacts (valeurs et caractéristiques géométriques estimées fausses). Plusieurs groupes ont tenté de corriger les effets de réfraction en utilisant des techniques itératives basées sur des méthodes de tracés de rayons (Johnson *et al* 1975, Andersen & Kak 1982, Andersen & Kak 1984, Denis *et al* 1987) ou une approche alternative utilisant une analyse perturbatrice de la réfraction (Norton & Linzer 1982). Cependant, lorsque les hétérogénéités présentes dans l'objet sont du même ordre (ou inférieure) à la longueur d'onde, la théorie des rayons, même courbes, n'est plus valable.

Le but de cette étude est de fournir des moyens afin de prendre en compte les effets de la diffraction perturbant les techniques de tomographie d'absorption classiques de rayons droits. Nous étendons donc notablement le domaine d'application de cette dernière tout en maintenant l'hypothèse de rayons droits.

4.2 Les effets de la diffraction dans l'estimation ultrasonore de l'absorption

Afin de décrire les effets de la diffraction induits par les hétérogénéités présentes dans le milieu, nous faisons deux hypothèses :

– le système ultrasonore est un système linéaire,

[3]La conversion de mode de l'onde compression en onde transverse pourrait constituer un troisième phénomène dans le cas par exemple des tissus osseux, dans le cas des tissus mous ce phénomène est négligeable.

– l'atténuation varie avec la fréquence dans la bande de fréquence utilisée suivant la relation (Sehgal & Greenleaf 1982)

$$\alpha(\mathbf{x}, f) = \alpha_0(\mathbf{x}) f^{\beta}$$

où f est la fréquence en Hz, $\alpha(\mathbf{x}, f)$ est l'absorption du tissu dépendant de la fréquence en un point quelconque $\mathbf{x}$ d'une coupe et $\alpha_0(\mathbf{x})$ est le coefficient d'absorption dépendant seulement de $\mathbf{x}$ (en Np. cm^{-1}. MHz$^{-\beta}$). β est une constante généralement égale à l'unité. Des mesures réalisées sur des tissus mous humains (ICRU Report 1998) montrent que β est compris entre 0.9 et 1.5. Nous avons choisi pour notre étude, comme la majorité des auteurs, β =1, c'est à dire une atténuation qui varie linéairement avec la fréquence.

Une analyse similaire des effets de diffraction sur la méthode du rapport spectral a été proposée par Xu & Kaufman (1993), qui ont pris en compte la diffraction des transducteurs. Ici nous nous focalisons sur la diffraction due aux hétérogénéités du milieu.

Nous considérons deux transducteurs, un émetteur et un récepteur placés dans une cuve remplie d'eau. Deux mesures sont réalisées : l'une avec le tissu placé entre les deux transducteurs et l'autre sans. Le spectre d'amplitude $Y_e(f)$ du signal ultrasonore qui s'est propagé dans l'eau (signal de référence) est égal à :

$$|Y_e(f)| = |Y_0(f) H_e(f)| \tag{4.1}$$

où $Y_0(f)$ est la fonction d'instrumentation qui inclut le spectre d'amplitude du signal électrique émis et les fonctions de transfert des transducteurs émetteur et récepteur. $H_e(f)$ caractérise les effets de la diffraction sur l'impulsion ultrasonore pour le trajet dans l'eau, correspondant à la diffraction des transducteurs en l'absence de l'objet.

Après avoir intercalé le tissu entre les transducteurs, le spectre d'amplitude $Y_{mes}(f)$ du signal enregistré correspond à :

$$|Y_{mes}(f)| = |Y_0(f) H_e(f) H_d(f)|\, e^{-\left(\int_{rayon} \alpha_0(\mathbf{x}) ds\right) f} \tag{4.2}$$

où $H_d(f)$ caractérise les effets de la diffraction sur l'impulsion ultrasonore le long du trajet de propagation eau - tissu - eau. On suppose que H_d représente seulement la diffraction due aux hétérogénéités et que la diffraction des transducteurs en présence ou en l'absence de l'objet est identique et égale à $H_e(f)$ *i.e.* il n'y a pas d'ondes effectuant des aller-retours entre le tissu mou et les transducteurs[4].

Une telle modélisation suppose que la propagation entre deux points s'effectue selon un rayon.

Méthode du rapport spectral

La majorité des mesures d'atténuation de tissus biologiques ont été faites in vitro : les échantillons sont façonnés sous la forme de tranches homogènes d'épaisseur constante et sont sondés par une onde plane de façon à ce que les interfaces rencontrées soient parallèles aux fronts d'onde ; seul le phénomène d'absorption a lieu dans ce cas. L'absorption intégrée sur le trajet de l'onde $A_e(f)$ est la pente du rapport du logarithme des spectres $|Y_e(f)/Y_{mes}(f)|$ en fonction de la fréquence f :

$$A_e(f) = \int_{rayon} \alpha_{0e}(\mathbf{x}) ds = \frac{ln\,|Y_e(f)| - ln\,|Y_{mes}(f)|}{f} \tag{4.3}$$

où α_{0e} est le coefficient d'absorption estimé quand les effets de diffraction sont négligés. Cette procédure n'est plus valable lorsque la tomographie ultrasonore d'absorption est mise en oeuvre sur une structure tissulaire complexe où les interfaces ne sont pas nécessairement perpendiculaires aux fronts d'onde (et les fronts d'onde pas parfaitement plans). Ignorer le phénomène de diffraction

[4]Dans le cadre de nos validations numériques, les transducteurs récepteurs sont des points de mesure transparents.

résultera inévitablement en des erreurs sur l'estimation du coefficient d'absorption. Il est préférable de calculer l'absorption intégrée sur le trajet $A(f)$ à partir de l'Eq.(4.2) :

$$A(f) = \int_{rayon} \alpha_0(\mathbf{x}) ds = \frac{ln\,|Y_e(f)| - ln\,|Y_{mes}(f)| + ln\,|H_d(f)|}{f} \tag{4.4}$$

L'erreur introduite lorsque l'Eq.(4.3) est utilisée au lieu de l'Eq.(4.4) est la distorsion induite par la diffraction $D(f)$:

$$D(f) = \int_{rayon} (\alpha_0(\mathbf{x}) - \alpha_{0e}(\mathbf{x}))\, ds = \frac{ln\,|H_d(f)|}{f} \tag{4.5}$$

4.3 Correction des effets de diffraction

Nous proposons de séparer les mécanismes de diffraction et de dissipation qui contribuent au phénomène d'atténuation en estimant $D(f)$ puis en calculant $A(f) = A_e(f) + D(f)$.

Dans ce but, nous tentons de connaître/prédire le champ diffracté par l'organe. Dans un premier temps, afin d'obtenir une approximation du processus de diffraction, la carte de célérité de l'objet est reconstruite. Cette carte de célérité est associée à une carte de densité constante (1000 kg/m^3) et une carte d'absorption nulle afin de construire un modèle acoustique libre de tout processus de dissipation que nous appellerons le *fantôme numérique* ou simplement le *fantôme*. Nous simulons la propagation des ondes ultrasonores à travers ce fantôme à l'aide du code acoustique d'éléments finis (annexe B.1).

Le spectre d'amplitude $Y_{sim}(f)$ de l'impulsion enregistrée après simulation de la propagation à travers le fantôme numérique (intercalé entre les deux transducteurs) est donné par :

$$|Y_{sim}(f)| = \left|Y_0(f) H_e(f) \widetilde{H_d}(f)\right| = \left|Y_e(f) \widetilde{H_d}(f)\right| \tag{4.6}$$

où $\widetilde{H_d}(f)$ caractérise les effets de diffraction sur l'impulsion ultrasonore le long du trajet de propagation eau - fantôme - eau. Un spectre d'amplitude est obtenu en l'absence du fantôme (spectre de référence $Y_e(f)$). La distorsion induite par la diffraction $\widetilde{D}(f)$ est alors estimée :

$$\widetilde{D}(f) = \frac{ln\left|\widetilde{H_d}(f)\right|}{f} = \frac{ln\,|Y_{sim}(f)| - ln\,|Y_e(f)|}{f} \tag{4.7}$$

et est ensuite supprimée de l'absorption intégrée $A_e(f)$ (où le phénomène de diffraction est négligé) afin d'obtenir l'absorption intégrée estimée $\widetilde{A}(f)$:

$$\widetilde{A}(f) = \widetilde{A_e}(f) + \widetilde{D}(f) = \int_{rayon} \widetilde{\alpha_0}(\mathbf{x}) ds = \frac{ln\,|Y_{sim}(f)| - ln\,|Y_{mes}(f)|}{f} \tag{4.8}$$

L'absorption intégrée estimée $\widetilde{A}(f)$ est par conséquent obtenue par la pente du rapport du logarithme des spectres $|Y_{sim}(f)/Y_{mes}(f)|$ en fonction de la fréquence f. Finalement, la procédure tomographique en transmission est employée pour déterminer la distribution du coefficient d'absorption estimé $\widetilde{\alpha_0}(\mathbf{x})$.

En résumé, les différentes étapes de la méthode de correction sont :

1. Estimation de la carte de célérité. Nous avons fait le choix de la technique de layer stripping. Cette estimation fournit un fantôme numérique de l'organe à imager, libre de toutes composantes dissipatives. Ce fantôme numérique imite les tissus imagés (visco-acoustiques) excepté pour les caractéristiques de densité et d'absorption : la densité est a priori égale à 1000 kg/m^3, et l'absorption n'est pas prise en compte. Les fluctuations d'impédance de l'objet sont par conséquent approchées en terme de contraste de célérité estimée.

2. Simulation du champ diffracté par ce fantôme à l'aide d'un code d'éléments finis ; l'atténuation dans cette simulation résulte seulement du phénomène de diffraction.
3. Réduction des effets de diffraction affectant l'absorption intégrée mesurée : le champ simulé est pris comme référence dans l'estimation de l'absorption par la méthode du rapport spectral.
4. Reconstruction de la carte d'absorption des tissus via une procédure tomographique standard de rayons droits.

Afin que cette méthode de correction fonctionne, les effets de diffraction doivent être similaires dans le tissu (réel) et le fantôme numérique de telle sorte que la relation $H_{sc}(f) \approx \widetilde{H_{sc}}(f)$ soit acceptable. L'ensemble des fluctuations de célérité, de densité et d'absorption contribue aux effets de diffraction. En pratique, la carte de densité est inconnue et difficile à cartographier, on suppose que l'objet présente une densité constante égale à 1000 kg/m^3. Dans le cas des tissus graisseux, la densité sera donc surestimée, et dans les cas des muscles et des tissus cancéreux, sous-estimée.

4.4 Applications sur des données simulées

Afin d'évaluer la procédure de correction des effets de la diffraction, nous simulons la propagation ultrasonore sur différents fantômes numériques académiques grâce à un code de propagation visco-acoustique. Le code de propagation visco-acoustique est une extension du code acoustique présenté en annexe B.1 intégrant les phénomènes de dispersion/absorption. Ce code a été développé par J.-P. Groby en collaboration avec C. Tsogka lors de sa thèse au LMA (Groby & Tsogka 2003, 2006, Groby 2005) et est présenté en annexe B.2. La simulation est menée sur une grille de 1730$\times$ 1730 (Δx=0.016 mm, 27.7 mm$\times$ 27.7 mm). L'antenne circulaire de rayon R=13.2 mm est composée de 360 transducteurs équirépartis (fréquence centrale 2.5 MHz, λ=0.6 mm). Pour chaque position de l'émetteur, on simule la propagation de l'onde et on mesure le champ diffracté sur les 359 récepteurs. Les formes incidentes temporelle et spectrale sont identiques à celles représentées au chapitre 1 à la figure 1.3.

Nous simulons une matrice (célérité 1470 m/s et absorption 6 Np/m/MHz, paramètres caractéristiques de la graisse) contenant une ou des inclusions (célérité 1600 m/s et absorption 19 Np/m/MHz). Dans le tableau 4.1, pour différents tissus, nous donnons successivement les valeurs de l'absorption (fonction de la fréquence) α à une fréquence de 2.5 MHz, l'absorption α_0 dépendant linéairement de la fréquence, la célérité moyenne et enfin le facteur de qualité Q. Le facteur de qualité est l'une des données à l'entrée du code de propagation visco-acoustique (voir annexe B.2) et est égal à (Carcione 2001) :

$$Q = \frac{\pi}{\alpha_0 v_p}, \tag{4.9}$$

où v_p est la vitesse de phase. Les valeurs des atténuations trouvées par Goss *et al* (1978) et Foster *et al* (1984) pour différentes fréquences d'insonification ont été interpolées. Afin de calculer le facteur de qualité, nous approchons la vitesse de phase v_p par la célérité moyenne.

La figure 4.1 montre les variations de $\alpha(f)/f$ en fonction de f obtenues avec le code visco-acoustique (ce calcul est basé sur la partie imaginaire de l'Eq. B.18 à l'annexe B). On peut observer que l'absorption simulée $\alpha(f)$ est quasi linéaire avec la fréquence pour les deux tissus. La figure 4.2 illustre l'évolution de la célérité en fonction de la fréquence : la dispersion de vitesse est négligeable. Le modèle numérique utilisé satisfait bien les deux contraintes que nous nous sommes imposées : dispersion négligeable et linéarité de l'absorption avec la fréquence.

4.4.1 Tests préliminaires

Nous étudions deux objets l'un présentant uniquement un contraste d'absorption, l'autre présentant uniquement un contraste de célérité. Ces objets ne sont pas réalistes puisque généralement un tissu

TAB. 4.1 – Valeurs de références pour l'atténuation

Tissus	α		α_0	Célérité moyenne	Facteur de
	(Np/cm)	(dB/cm)	(Np.m^{-1}.MHz^{-1})	(m/s)	qualité Q
Peau	0.672	5.83	26.9	1590	73
Tissu conjonctif	0.42	3.65	16.8	1545	121
Graisse	0.157	1.36	6.3	1470	340
Lobe	0.28	2.43	11.2	1550	181
Muscle	0.224	1.5	8.9	1545	243
Carcinome	0.56-1.624	4.864-14.11	22-65	1570-1620	30-90

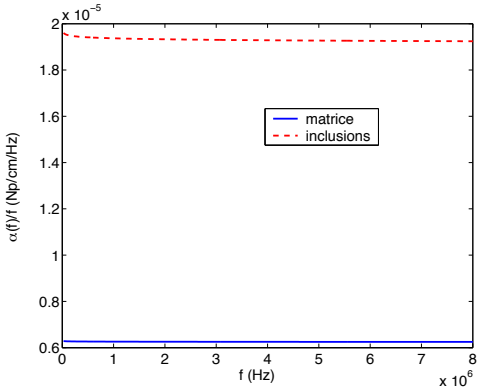


FIG. 4.1 – Evolution de $\frac{\alpha(f)}{f}$ en fonction de f.

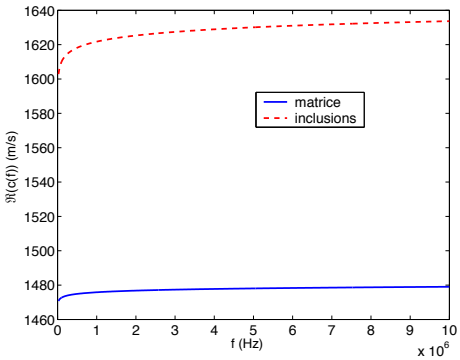


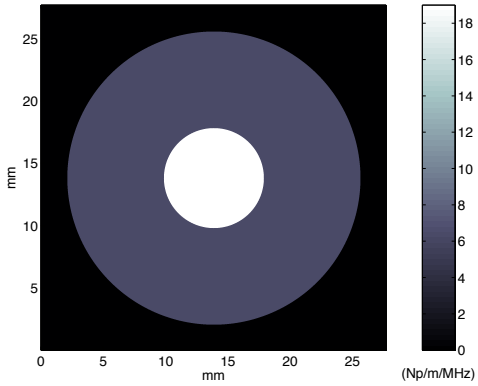
FIG. 4.2 – Evolution de la célérité en fonction de la fréquence f.

possède des variations à la fois de célérité et d'absorption. Le but est de se placer, avec le fantôme d'absorption, dans un cas favorable à une reconstruction ne nécessitant pas de correction. Avec le fantôme de célérité, le but est de montrer qu'une reconstruction sans correction des effets de diffraction conduira à l'estimation d'une absorption (alors que l'absorption est inexistante) ; la méthode de correction est alors indispensable.

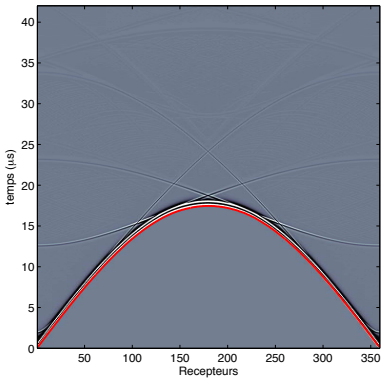
Objet présentant uniquement un contraste d'absorption

Le fantôme cylindrique (Fig. 4.3(a)) est un tube fluide de rayon externe 12 mm et de rayon interne 4 mm, immergé dans l'eau (densité 1000 kg/m^3, célérité 1500 m/s). Il présente seulement un contraste d'absorption : pour le tube 6 Np/m/MHz et pour la cavité intérieure 19 Np/m/MHz (densité 1000 kg/m^3, célérité 1500 m/s).

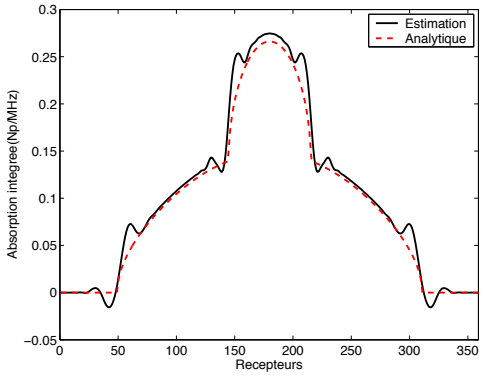
L'objet présente une variation de célérité due seulement à la dispersion. La variation de célérité étant extrêmement faible $\leq$ 30 m/s (Fig. 4.2), on peut se contenter d'une estimation d'absorption sans correction des effets de diffraction. La reconstruction a été réalisée en utilisant un algorithme de tomographie *fan beam* (géométrie d'acquisition en éventail) de rayons droits (annexe C). 360 projections ont été acquises sur un angle de 360^o en transmission. La reconstruction de l'absorption (Fig. 4.3(d)), réalisée sans correction des effets de diffraction, donne une bonne estimation des absorptions et du rayon de la cavité intérieure.



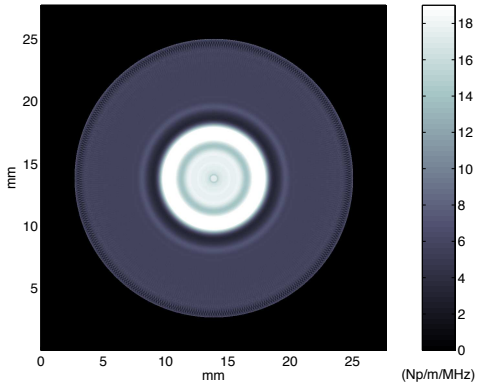
(a) Carte d'absorption. Tube : 6 Np/m/MHz, cavité intérieure : 19 Np/m/MHz.



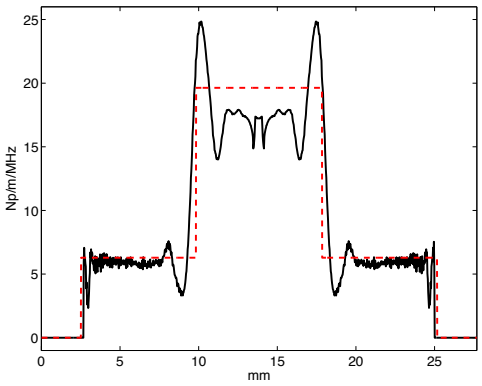
(b) Sinogramme pour l'émetteur (x=0.65 mm, y=13.85 mm).



(c) Données projetées pour l'émetteur (x=0.65 mm, y=13.85 mm) en utilisant la méthode du rapport spectral.

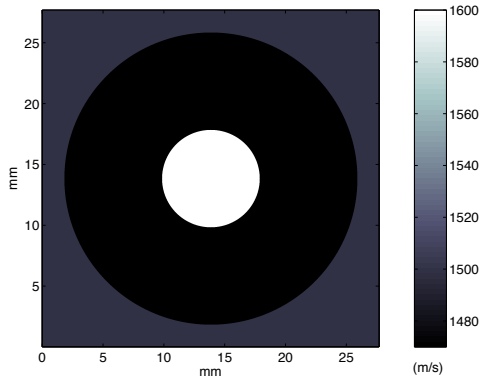


(d) Reconstruction de l'absorption via la méthode du rapport spectral classique.

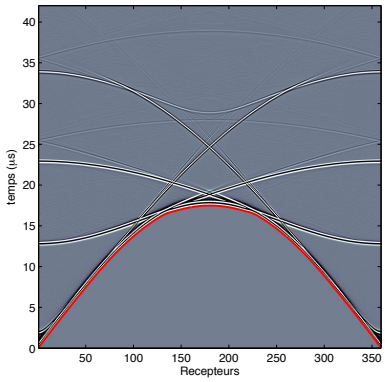


(e) Profil central.

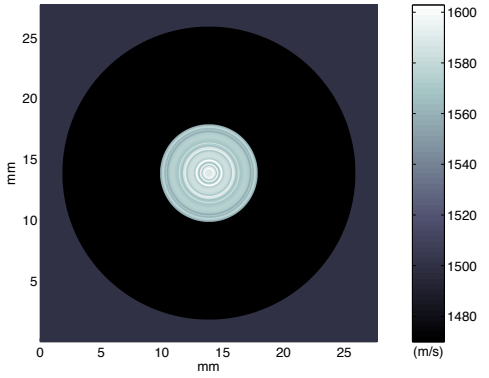
FIG. 4.3 – Tube présentant un contraste d'absorption.



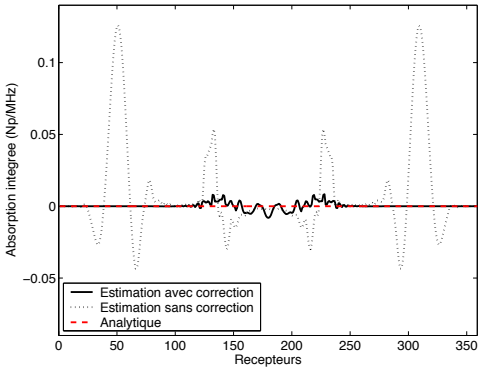
(a) Carte de célérité. Tube : 1470 m/s, cavité intérieure : 1600 m/s



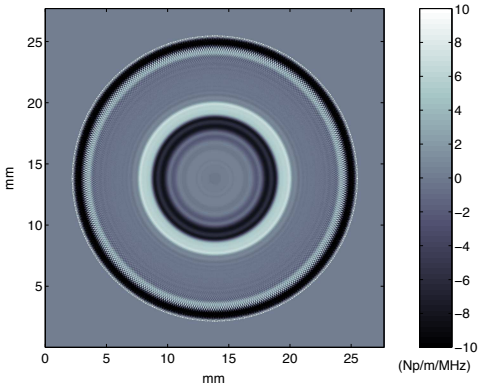
(b) Sinogramme pour l'émetteur (x=0.65 mm, y=13.85 mm).



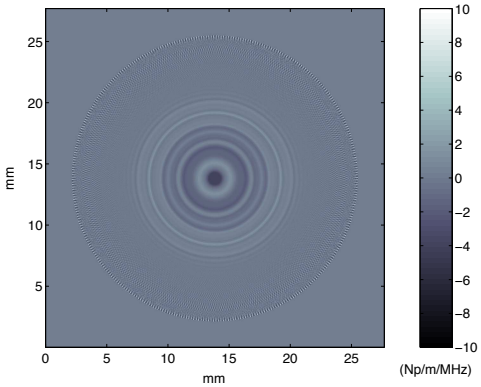
(c) Reconstruction de la carte de célérité via layer stripping.



(d) Données projetées en utilisant la méthode du rapport spectral avec et sans correction des effets de diffraction.



(e) Reconstruction de l'absorption en utilisant la méthode du rapport spectral **sans correction** des effets de diffraction.



(f) Reconstruction de l'absorption en utilisant la méthode du rapport spectral **avec correction** des effets de diffraction.

FIG. 4.4 – Tube présentant un contraste de célérité.

Objet présentant uniquement un contraste de célérité : nécessité de corriger les effets de la diffraction

Le fantôme cylindrique (Fig. 4.4(a)) est un tube fluide de rayon externe 12 mm et de rayon interne 4 mm, immergé dans l'eau (densité 1000 kg/m^3, célérité 1500 m/s). Il présente seulement un contraste de célérité : pour le tube 1470 m/s et pour la cavité intérieure 1600 m/s (densité 1000 kg/m^3, absorption 0 Np/m/MHz). Les deux sinogrammes des objets présentant soit un contraste d'absorption (Fig. 4.3(b)), soit un contraste de célérité (Fig. 4.4(b)) montrent que l'allure du champ diffracté est similaire mais que son amplitude est plus importante dans le cas d'un contraste de célérité.

La figure 4.4(c) représente la carte de célérité reconstruite via la technique de layer stripping. On simule la propagation ultrasonore à travers le fantôme numérique ayant la carte de célérité présentée Fig. 4.4(c) (et une absorption nulle). La procédure de correction est appliquée. Pour un émetteur donné (x=0.65 mm, y=13.85 mm), la figure 4.4(d) permet de comparer les données projetées de l'absorption intégrée estimée avec et sans correction des effets de diffraction. Pour les récepteurs 70^o à 290^o (parmi ceux utilisés pour la reconstruction de la cavité intérieure), la méthode sans correction estime une absorption intégrée entre -0.04 et 0.12 Np/MHz alors que l'absorption est nulle. La méthode de correction permet d'estimer une absorption intégrée quasi-nulle (entre -0.01 et 0.01 Np/MHz).

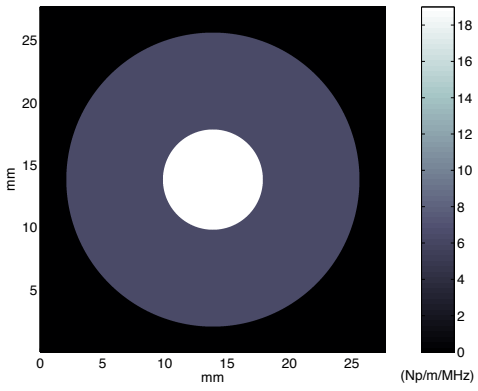
Les figures 4.4(e) et 4.4(f) montrent les reconstructions obtenues lorsque l'absorption intégrée est calculée en négligeant les effets de diffraction [Eq.(4.3)] et en corrigeant les effets de diffraction [Eq.(4.8)], respectivement. Sans correction, on estime une absorption entre - 10 et 10 Np/m/MHz, les valeurs négatives étant bien sûr aberrantes. La méthode de correction permet d'éliminer les deux artéfacts principaux de la figure 4.4(e) : deux tubes concentriques de 8 Np/m/MHz et de -6 Np/m/MHz. Nous ne reconstruisons pas une carte d'absorption nulle partout (absorption comprise entre -3 et 3 Np/m/MHz), la reconstruction de la carte de célérité étant approximative pour la cavité intérieure [Fig. 4.4(c)] ; les artéfacts sont néanmoins diminués.

4.4.2 Objet présentant un contraste de célérité et d'absorption

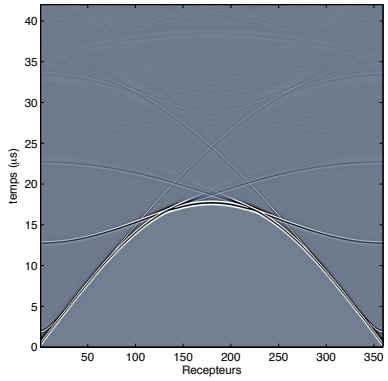
On considère à présent un fantôme cylindrique de même dimension que précédemment et ayant un contraste de célérité (tube 1470 m/s et cavité intérieure 1600 m/s) et d'absorption (tube 6 Np/m/MHz et cavité intérieure 19 Np/m/MHz). La densité de l'objet est égale à celle de l'eau : 1000 kg/m^3. La carte d'absorption est représentée figure 4.5(a).

La carte de célérité est reconstruite par layer stripping (Fig. 4.5(c)) et la procédure de correction est appliquée. La comparaison des données projetées de l'absorption intégrée estimée avec et sans correction (Fig. 4.5(d)) montre que la méthode de correction permet d'éliminer les artéfacts entourant la cavité intérieure. Néanmoins, pour les deux méthodes de rapport spectral avec et sans correction, on peut observer des artéfacts importants lorsque l'onde pénètre à l'intérieur de objet (récepteurs de 20^o à 80^o et de 280^o à 340^o). Ces artéfacts pourraient provenir des ondes se propageant à la surface de l'objet dissipatif dont la vitesse dépend de la fréquence (dispersion). Cette dispersion entraîne une modification de la forme temporelle des ondes de suface qui ne peut pas être correctement reproduite par notre modèle acoustique non dispersif utilisé comme référence dans la méthode de rapport spectral. Cette explication semble d'autant plus pausible lorsqu'on remarque l'absence de ces artéfacts lors de l'estimation de l'absorption (avec correction) pour un objet non dissipatif présentant seulement un contraste de célérité (Fig. 4.4(d)). Une autre origine possible de ces artéfacts est les phénomènes de réfraction, pas totalement corrigés par la méthode de correction : la propagation est toujours supposée en rayons droits lors de la reconstruction fan beam.

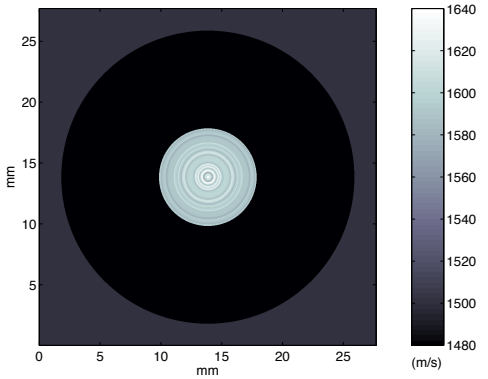
Les reconstructions utilisant la méthode du rapport spectral sans et avec correction des effets de diffraction sont représentées Fig. 4.5(e) et 4.5(f). Le profil central pour chaque reconstruction est représenté figure 4.6. Pour la méthode sans correction, on peut observer des artéfacts (deux couronnes, l'une de 14 Np/m/MHZ et l'autre de 3.5 Np/m/MHZ) entourant la cavité intérieure. Ces artéfacts sont éliminés par notre méthode de correction.



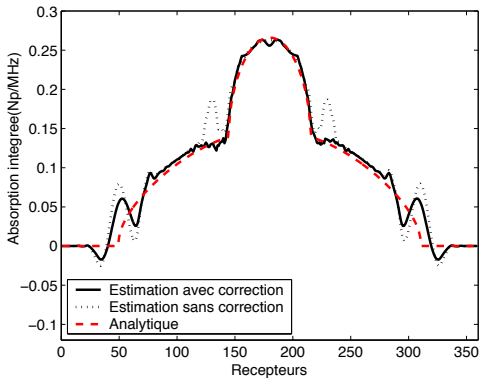
(a) Carte d'absorption. Tube : 6 Np/m/MHz, cavité intérieure : 19 Np/m/MHz.



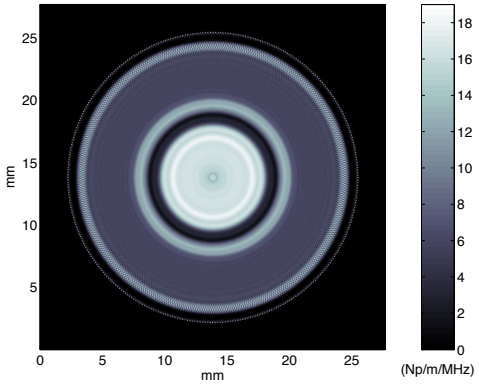
(b) Sinogramme pour l'émetteur (x=0.65 mm, y=13.85 mm).



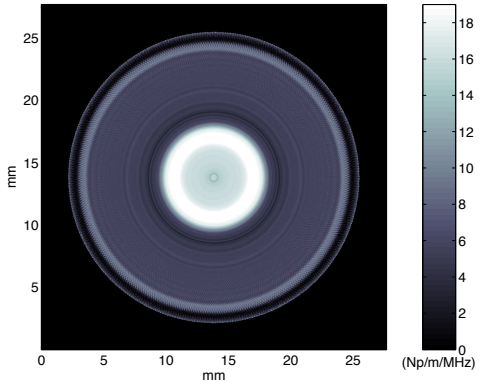
(c) Reconstruction de la carte de célérité via layer stripping.



(d) Données projetées en utilisant la méthode du rapport spectral avec et sans correction des effets de diffraction.



(e) Reconstruction de l'absorption en utilisant la méthode du rapport spectral **sans correction** des effets de diffraction.



(f) Reconstruction de l'absorption en utilisant la méthode du rapport spectral **avec correction** des effets de diffraction.

FIG. 4.5 – Tube présentant un contraste d'absorption et de célérité.

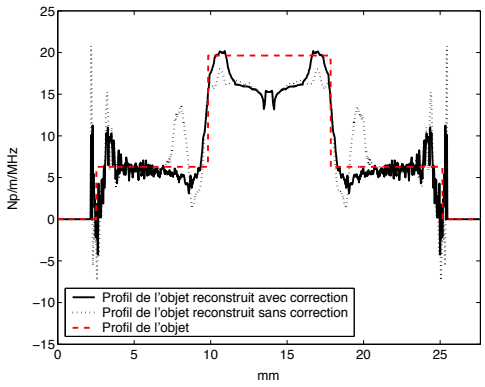


FIG. 4.6 – Comparaison des profils centraux d'absorption de l'objet reconstruit sans correction (trait en pointillé) et avec correction des effets de diffraction (trait plein).

En conclusion, les erreurs dues à la propagation ultrasonore dans un milieu inhomogène produisent des artéfacts importants (artéfacts en anneaux entourant l'objet, mauvaise estimation de l'absorption). Les reconstructions basées sur des données simulées présentées ici montrent comment la méthode de correction des effets de la diffraction peut améliorer l'estimation de l'absorption. Une simulation numérique sur un fantôme académique avec des inclusions décentrées sera présentée au chapitre 6 de validation numérique des méthodes tomographiques.

4.5 Discussion et conclusion

Les artéfacts observés dans les reconstructions tomographiques obtenues avec la méthode du rapport spectral classique sont principalement dus au fait que le processus de diffraction par le milieu est négligé. Afin de résoudre ce problème, nous avons développé une méthode permettant d'estimer l'atténuation due à la diffraction. Le phénomène de diffraction par le milieu résulte des perturbations de la propagation dues aux contrastes de célérité, de densité et d'absorption. Nous supposons que seul le contraste de célérité joue un rôle significatif et reconstruisons dans un premier temps la carte de célérité par la technique de layer stripping améliorée. Cette carte est donnée à l'entrée d'un code d'éléments finis dans le domaine temporel simulant la propagation des ondes. Ce modèle numérique est utilisé afin de prédire le champ diffracté sans aucune interférence due à l'absorption, et ce champ constituera un champ de référence dans l'estimation de l'absorption par la méthode du rapport spectral. Une procédure tomographique de rayons droits est enfin utilisée pour reconstruire la carte d'absorption des tissus. Les simulations numériques illustrent les résultats obtenus à chaque étape et des comparaisons montrent l'amélioration obtenue dans l'estimation du contraste d'absorption.
Par ailleurs, ces résultats montrent que, même dans le cas de variations de célérité faibles (1470 m/s - 1600 m/s), les effets de diffraction ne sont pas négligeables et peuvent dégrader la qualité des images tomographiques d'absorption. Dans le cas des objets fortement contrastés, cette méthode pourrait être associée aux approches actuelles qui opèrent sur l'estimation de la phase afin d'améliorer l'estimation de la vitesse de dispersion.

Notons que, pour reconstruire les cartes de célérité et corriger les effets de diffraction sur les mesures d'absorption, nous avons utilisé la technique de layer stripping améliorée. Cette dernière n'est peut-être pas applicable à des objets de structure plus complexe que ceux étudiés ici (inclusions homogènes dans une matrice homogène).
Dans le cas où la méthode de layer stripping ne peut-être utilisée, il suffira d'utiliser les cartes construites par tomographie fan beam de célérité.

Dans des situations pratiques, la méthode utilisée ici pour corriger des données expérimentales ne sera pas aussi efficace qu'une correction sur des données simulées. Dans cette étude, les données simulées (visco-acoustiques) à corriger et les données simulées (acoustiques) utilisées pour la correction ont été générées par deux versions du même code de propagation. La situation est différente dans un contexte expérimental, où les transducteurs actifs sont non-ponctuels et ont une directivité.
Par ailleurs, la méthode proposée ne peut être utilisée que dans le cas, néanmoins fréquent, où la variation de l'absorption avec la fréquence est linéaire.

Chapitre 5

Tomographie quantitative d'impédance pour des objets simples

Nous avons montré au chapitre 1 que la tomographie du laplacien de l'impédance ne permet pas une reconstruction quantitative mais seulement qualitative. Cela est dû au fait que la bande passante des transducteurs est limitée, en particulier du côté des basses fréquences. Pour faire du quantitatif, il faudrait en outre inverser le laplacien, ce qui est problématique.
L'objectif de cette étude est d'obtenir une information quantitative sur le paramètre d'impédance à l'aide de notre méthode tomographique (qualitative) qui offre un bon pouvoir de résolution. Dans ce but, nous utilisons une méthode d'inversion, s'appuyant sur la théorie de l'optimisation, applicable à des objets "simples" c'est à dire constants par morceaux, tels les fantômes académiques présentés jusqu'ici : inclusions homogènes dans une matrice homogène.

La méthode d'optimisation est basée sur l'utilisation de l'information de nature géométrique fournie par la tomographie du laplacien d'impédance. A partir de cette reconstruction tomographique, l'objet est approché par un corps canonique équivalent. La méthode d'optimisation utilisée consiste à minimiser une fonction coût qui mesure l'écart entre la mesure du champ diffracté par l'objet réel et le calcul du champ diffracté par ce corps équivalent. La recherche du minimum se fait de façon itérative et consiste à résoudre le problème direct (calcul du champ diffracté par le corps canonique équivalent) à chaque itération. Avec l'hypothèse d'un objet homogène par régions, la valeur locale estimée par minimisation est par la suite affectée à toute la région. Cette méthode est par conséquent parfaitement adaptée pour obtenir une information quantitative quand la géométrie de l'objet étudiée se rapproche d'un objet canonique. Des simulations numériques réalisées sur des fantômes académiques montrent comment les techniques d'optimisation peuvent être utilisées pour des applications tomographiques.

Ce travail a été effectué en collaboration avec L. Le Marrec qui a réalisé sa thèse (Le Marrec 2004) au LMA sur l'imagerie d'objets fortement contrastés à l'aide d'une méthode d'optimisation seule, c'est à dire sans couplage avec une reconstruction tomographique. Un article intitulé "*An optimization method for quantitative impedance tomography*" a été publié dans *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control* pour le numéro spécial imagerie ultrasonore haute résolution (Franceschini *et al* 2006).

5.1 Principe de la méthode d'optimisation

La méthode proposée est basée sur une approximation locale canonique de la géométrie de l'objet. Considérons par exemple un point I sur la surface Γ de l'objet, point à l'intersection de la surface Γ et de la direction d'observation spécifiée par le récepteur $\mathbf{r}$, et traçons le cercle $\hat{\Gamma}$ centré en 0 passant par I (Fig. 5.1). Au voisinage du point I, on suppose que le champ diffracté par le contour Γ

est approximativement le même que le champ diffracté par le cylindre circulaire $\hat{\Gamma}$. Cette approximation repose donc sur l'hypothèse que la réponse de l'objet réel est comparable à la réponse d'un cylindre circulaire dont le rayon est égal au rayon de l'obstacle (distance entre 0 et I) dans la direction d'observation et dont les caractéristiques acoustiques sont identiques à celles de l'objet. Ce cylindre circulaire est appelé "corps canonique estimateur".
Pour notre méthode d'approximation, l'origine du repère n'appartient pas obligatoirement à l'objet réel. Lorsque l'origine du repère 0 coïncide avec le centre de l'objet réel ou appartient à l'objet réel, notre approximation est identique à la méthode de type ICBA (Intercepting Canonical Body Approximation) (Scotti & Wirgin 1995).
L'idée est donc d'imiter la réponse d'un objet (à géométrie complexe) par la réponse d'un corps canonique équivalent dont la solution au problème de diffraction peut être explicitement calculée et utilisée comme problème direct lors de l'inversion. Cette approximation permet donc un rapide temps de calcul et est parfaitement adaptée lors de l'utilisation de méthodes itératives nécessitant le traitement de nombreuses données (signaux large-bandes et multiples angles de mesure).

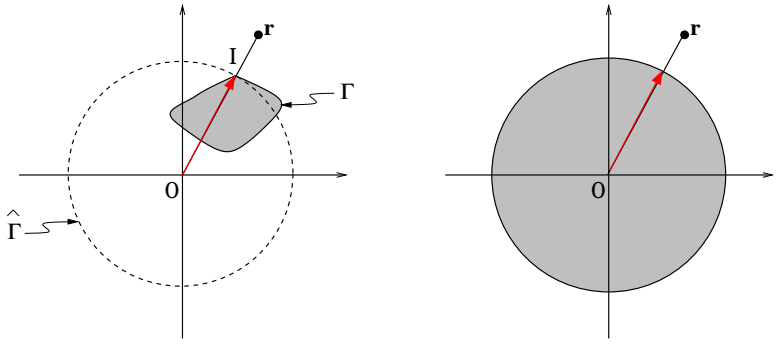


FIG. 5.1 – Configuration d'origine (à gauche) et sa configuration canonique équivalente (à droite) dans la direction d'observation spécifiée par le récepteur **r**.

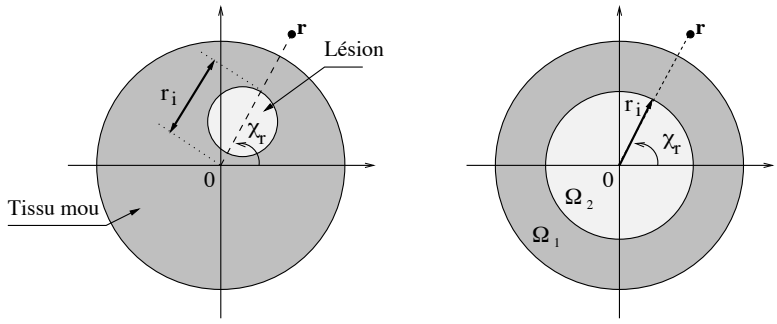


FIG. 5.2 – Objet étudié (à gauche) approché par un corps canonique dans la direction d'observation spécifiée par le récepteur **r** (à droite).

L'objet étudié (organe complexe) est approché par un objet à géométrie simple : un cylindre centré à l'origine du repère contenant un cylindre décentré de taille plus petite (Fig. 5.2 à gauche). Ces deux cylindres modélisent un tissu mou contenant une lésion. La figure 5.2 représente la simplification de la configuration réelle étudiée en une configuration canonique équivalente : un tube -milieu Ω_1- de rayon externe r_e (impédance z_1 et célérité c_1), avec sa cavité intérieure -milieu Ω_2- de rayon r_i (impédance z_2 et célérité c_2). Les rayons externe r_e et interne r_i du tube équivalent sont obtenus via la reconstruction tomographique. Par conséquent, le problème inverse est réduit à

la détermination des inconnues $\tau = (z_j, c_j)_{j=1,2}$ des deux milieux Ω_1 et Ω_2 et est résolu grâce à la méthode d'optimisation.

5.2 La méthode d'inversion locale

Nous considérons un problème inverse de milieu, le milieu étant un corps circulaire fluide, cylindre plein ou tube, immergé dans un milieu fluide Ω_0. Les phénomènes d'absorption-dispersion sont négligés, ainsi les milieux sont décrits par les paramètres d'impédance et de célérité.
L'inversion est réalisée à partir des mesures du champ diffracté. Certaines propriétés du problème de diffraction sont connues : les caractéristiques acoustiques du milieu environnant Ω_0 (impédance z_0 et célérité c_0), le champ incident p_i émis en **e**=(R,χ_e), le champ diffracté mesuré p_d enregistré par les récepteurs **r**=(R,χ_r) pour différents angles de diffraction $\psi = \chi_r - \chi_e$. Le centre du cercle d'acquisition de rayon R coïncide avec l'origine du repère 0.

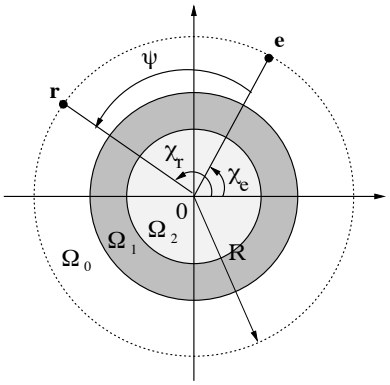


FIG. 5.3 – Configuration d'acquisition. On considère comme corps canonique estimateur un tube (milieu Ω_1) avec sa cavité intérieure (milieu Ω_2).

Dans un premier temps, l'objet étudié (tissu mou + lésion), représenté Fig. 5.2, est approché par un cylindre plein (milieu Ω_1) de rayon r_e et de caractéristiques acoustiques z_1 et c_1. Puis dans un second temps, z_1 et c_1 ayant été estimés, l'objet est approché par un tube. Seuls les caractéristiques acoustiques de la cavité intérieure z_2 et c_2 sont à déterminer.
A chaque étape, seuls deux paramètres (z_j, c_j), avec j =1 ou 2, sont à déterminer par la méthode d'optimisation.

5.2.1 Minimisation d'une fonction coût

Pour une mesure monochromatique, le champ diffracté estimé par un objet canonique $p_{d,e}$ (à l'extérieur de l'objet) est calculé analytiquement par (voir annexe D) :

$$p_{d,e}(\mathbf{r}, f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n(\tau) H_n^{(1)}(k_0 R) \exp(in\chi_r), \forall \mathbf{r} \in \Omega_0, \tag{5.1}$$

où $H_n^{(1)}$ est la fonction de Hankel de premier type à l'ordre n, b_n est la n^{ieme} composante du coefficient de diffraction évaluée en utilisant la méthode de Rayleigh-Fourier (Faran 1951, Doolittle 1966) et τ représente les inconnues du problème inverse. Si le corps canonique estimateur est un cylindre plein, les inconnues sont le rayon du cylindre r_e (déterminé grâce à la reconstruction tomographique) et ses caractéristiques acoustiques z_1 et c_1. Si le corps canonique estimateur est un tube,

les inconnues sont les rayons externe r_e et interne r_i (déterminés grâce à la reconstruction tomographique) et ses caractéristiques acoustiques z_1, z_2, c_1 et c_2.
On peut déterminer les inconnues τ en approchant le champ diffracté mesuré p_d par le modèle équivalent canonique de ce champ $p_{d,e}$. Dans ce but, on cherche à minimiser la fonction coût mesurant l'écart quadratique :

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\tau \ / \ \mathbf{r}, f) &= \|p_d(\mathbf{r}, f) - p_{d,e}(\tau, \mathbf{r}, f)\|^2 \\ &= \|p_d(\mathbf{r}, f) - \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n(\tau) H_n^{(1)}(k_0 R) \exp(in\chi_r)\|^2. \end{aligned} \tag{5.2}$$

Afin de déterminer l'impédance locale dans une direction d'observation donnée, on résout l'équation non linéaire (5.2) à deux inconnues : soit z_1 et c_1 lorsque le corps canonique estimateur est un cylindre, soit z_2 et c_2 (avec z_1 et c_1 données) lorsque le corps canonique estimateur est un tube. L'impédance prédominant dans le mode de réflexion (comme nous avons pu le voir au chapitre 1), si on travaille en rétrodiffusion, on peut imposer la célérité c_j ($j = 1$ ou 2) *a priori* afin que la seule inconnue soit z_j et qu'une seule mesure à une seule fréquence soit suffisante pour déterminer la valeur locale d'impédance. Néanmoins, le problème est moins trivial dans le sens où le problème inverse ne présente pas une unique solution et que la fonction coût peut par conséquent présenter une multiplicité de minima (solutions).
Pour y remédier, une solution consiste à ajouter à la fonction coût un opérateur de régularisation permettant d'exprimer certaines connaissances *a priori* sur la solution (Tikhonov 1963, Demoment & Idier 2001). La méthode de régularisation la plus classique consiste à ajouter à la fonction coût précédente (Eq. 5.2) un opérateur dit de contrainte C (Demoment & Idier 2001). La fonction coût s'écrit :

$$\mathcal{F}(\tau \ / \ \mathbf{r}, f) = \|p_d(\mathbf{r}, f) - p_{d,e}(\tau, \mathbf{r}, f)\|^2 + \alpha \|C(\tau)\|^2 \tag{5.3}$$

où C est un opérateur de contrainte permettant de renforcer certaines propriétés souhaitables traduisant notre connaissance *a priori* sur la solution. α est le coefficient de régularisation permettant d'ajuster le compromis entre les deux informations (la fonction coût non régularisée Eq. 5.2 et l'opérateur de contrainte). Le choix de α s'avère être difficile dans la mesure où un mauvais choix peut conduire à une mauvaise solution.
Une autre solution consiste à surdimensionner le problème en utilisant plusieurs données fréquentielles (Ogam *et al* 2001, Le Marrec *et al* 2006). Ogam *et al* (2001) travaillent à plusieurs fréquences et montrent que, pour le paramètre recherché (le rayon local de l'objet), le problème inverse possède de multiples solutions dont une seule (la vraie solution) ne dépend pas de la fréquence. Un post-traitement des deux fonctions coûts (obtenues à deux fréquences différentes) permet de déterminer la solution.
La méthode proposée ici consiste à utiliser des signaux large-bandes. La méthode est basée sur la minimisation d'une unique fonction coût $\bar{\mathcal{F}}$ synthétisant l'ensemble des fréquences f_l ($l = 1 \cdots L$) contenu dans une mesure (Le Marrec *et al* 2006) :

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{F}}(\tau \ / \ \mathbf{r}, f_l) &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \mathcal{F}(\tau \ / \ \mathbf{r}, f_l) \\ &= \frac{1}{L} \sum_{l=1}^{L} \|p_s(\mathbf{r}, f_l) - p_{s,e}(\tau, \mathbf{r}, f_l)\|^2 \end{aligned} \tag{5.4}$$

La synthèse fréquentielle a un effet constructif sur le minimum qui est invariant avec la fréquence et un effet destructif sur les autres minima. Cette méthode a été utilisée pour reconstruire le contour (Le Marrec *et al* 2006) et les caractéristiques acoustiques (thèse Le Marrec 2004) d'objets à sections non-circulaires.

5.2.2 La procédure d'inversion

Par la suite, nous distinguerons les inconnues que nous chercherons en résolvant le problème inverse et les inconnues imposées *a priori* qui peuvent avoir une valeur exacte ou erronée. Pour chaque variable τ du problème inverse, on définit $\hat{\tau}$ la solution exacte, $[\tau_m \tau_M]$ le domaine d'estimation et N_τ le nombre d'itérés.

La fonction coût dépendant des variables $\tau_i, i \in \mathbb{N}$ à estimer est notée :

$$\bar{\mathcal{F}}(\tau_i/\tau_j^a, \tau_k, \psi), \quad i,j,k \in \mathbb{N}, \quad i \neq j \neq k.$$

où les variables τ_j^a, $j \in \mathbb{N}$, $j \neq i$ sont imposées *a priori* et les variables τ_k, $k \in \mathbb{N}$, $k \neq i,j$ sont connues. L'ensemble des solutions est notée τ_i^*. On note r_e^* et r_i^* les rayons externe et interne du tube équivalent puisqu'ils sont déterminés par la procédure de reconstruction tomographique.

La procédure d'inversion se fait en trois temps :

1. *Estimation de l'impédance z_1 grâce à une mesure en rétrodiffusion*. Le rayon externe du tube équivalent r_e^* et la célérité imposée *a priori* c_1^a sont donnés. Durant l'inversion par minimisation, afin d'approcher un corps hétérogène (avec des inclusions) par un corps homogène, seul l'écho spéculaire du champ diffracté mesuré en rétrodiffusion est utilisé (grâce à une fenêtre de pondération temporelle). En considérant que l'objet est homogène par régions et que l'écho spéculaire ne contient aucune information de l'objet en profondeur, la valeur locale de l'impédance estimée z_1^* est attribuée à la matrice de l'objet Ω_1.

2. *Estimation de la célérité c_1 grâce à différentes mesures en diffraction*. r_e^* et z_1^* ont été évalués. On travaille en mode de diffraction avec le premier train d'onde et avec des faibles angles de diffraction afin d'éviter de travailler avec des signaux contenant une information liée à la diffraction des inclusions.

3. *Estimation de l'impédance z_2 grâce à une mesure en rétrodiffusion*. r_e^*, r_i^*, z_1^*, c_1^*, c_2^a sont donnés. On travaille avec les deux premiers trains d'onde pour l'inversion. Le but est d'exploiter principalement l'amplitude du second train d'onde qui dépend seulement de la valeur de l'impédance z_2.

5.3 Applications sur des données simulées

Afin d'évaluer notre procédure de reconstruction, nous étudions divers fantômes numériques académiques dont la réponse acoustique est calculée par la méthode d'éléments finis acoustique présentée annexe B.1.1. Une grille de 1000×1000 pixels (Δx =0.015 mm, 1.5 cm$\times$ 1.5 cm) est utilisée. L'antenne circulaire est composée de 360 transducteurs (fréquence centrale 2.5 MHz, λ =0.6 mm) et a un rayon de R =7.29 mm. La forme de l'onde incidente est identiques à celle représentée au chapitre 1 à la figure 1.3.

5.3.1 Fantôme à inclusions de même nature et de tailles variables

Le fantôme présenté ici, constitué de quatre inclusions de même nature et tailles variables, sert à montrer les limites de notre méthode dans le cas d'inclusions de petites tailles.

Le fantôme (Fig. 5.4) est un cylindre de rayon 6.6 mm ayant les caractéristiques suivantes : impédance 1.4112 MRayl et célérité 1470 m/s. Les rayons des inclusions sont $r_1 = 3\lambda$ =1.8 mm, $r_2 = 2\lambda$ =1.2 mm, $r_3 = \lambda$ =0.6 mm, et $r_4 = \lambda/2$ =0.3 mm. Les inclusions ont les caractéristiques suivantes : impédance 1.782 MRayl et célérité 1620 m/s. On peut noter à la figure 5.4 que chaque inclusion j ($j = 1 \cdots 4$) est localisée de manière à ce que, en rétrodiffusion pour $\mathbf{r} = \mathbf{P}_j$, le rayon interne du tube équivalent soit égal à 5.4 mm.

La figure 5.5 représente le tomogramme d'impédance reconstruit grâce à la procédure de rétroprojection elliptique lorsque les données sont acquises sur une ouverture de 21^o centrée autour de l'émetteur (10^o+1O^o+rétrodiffusion=21^o). Grâce à cette reconstruction, les rayons externe et interne du tube équivalent pour chaque point d'observation $\mathbf{P}_j, j = 1 \cdots 4$ sont estimés avec une erreur relative inférieure à 0.37%. Le tableau 5.1 donne les rayons estimés. La procédure d'inversion est alors appliquée.

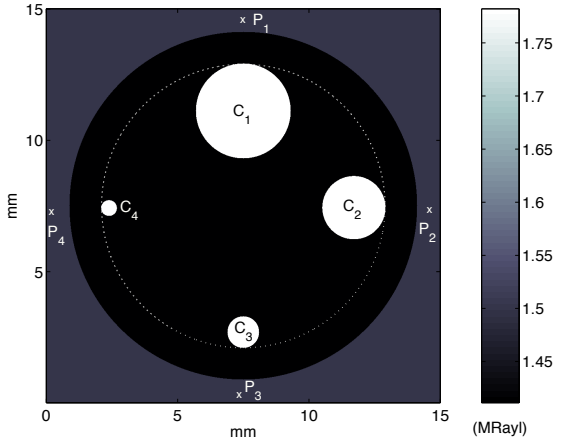


FIG. 5.4 – Carte d'impédance : matrice 1.4112 MRayl et inclusions 1.782 MRayl.

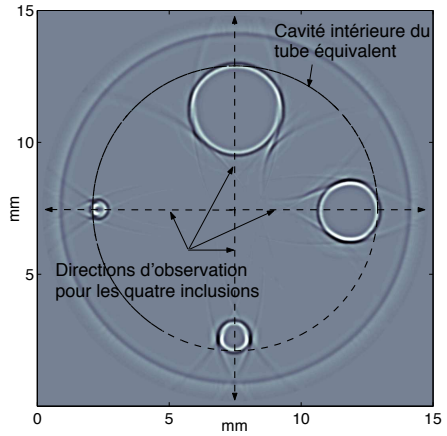


FIG. 5.5 – Reconstruction filtrée passe-bande de l'impédance.

TAB. 5.1 – Rayons estimés du tube équivalent obtenus par la procédure de reconstruction tomographique de réflexion (dans les directions d'observation spécifiées à la figure 5.5)

	Rayon exact (mm)	Rayon estimé (mm)	Erreur relative (%)
Matrice	6.6	6.6	0
Inclusion 1	5.4	5.42	0.37
Inclusion 2	5.4	5.41	0.19
Inclusion 3	5.4	5.4	0
Inclusion 4	5.4	5.4	0

Les "clichés" de la simulation d'une onde cylindrique émise en $\mathbf{P}_1$ et se propageant dans l'objet sont donnés à la figure 5.6. Les flèches blanches indiquent les positions des récepteurs utilisés en rétrodiffusion pour les estimations des impédances z_1 et z_2 (Fig. 5.6 (a) (b)) et en diffraction pour l'estimation de la célérité c_1 (Fig. 5.6 (c) (d) (e) (f)).

Estimation de l'impédance z_1 en rétrodiffusion.

On considère un émetteur/récepteur en $\mathbf{P}_1$ et on travaille uniquement avec l'écho spéculaire (Fig. 5.7). Comme on peut le voir à la Fig. 5.6(a), l'écho spéculaire provient seulement de la réflexion de l'onde incidente sur la matrice de l'objet. La figure 5.7 compare les signaux rétrodiffusés par le tube équivalent (obtenus grâce à l'Eq. (5.1)) et par l'objet réel (obtenus grâce au code d'éléments finis) enregistrés en $\mathbf{P}_1$ et $\mathbf{P}_4$. Les échos spéculaires enregistrés en $\mathbf{P}_1$ et $\mathbf{P}_4$ sont identiques à l'écho spéculaire obtenu par le tube canonique équivalent. On peut donc espérer obtenir une estimation satisfaisante de l'impédance z_1.
Les domaines d'estimation des inconnues z_1 et c_1 sont donnés au tableau 5.2.

La figure 5.8 représente le logarithme[1] des fonctions coûts $\bar{\mathcal{F}}(z_1, c_1 \ / \ r_e^*, \psi_0)$ dépendant de

[1] On représente le logarithme afin d'améliorer la lecture des fonctions coûts.

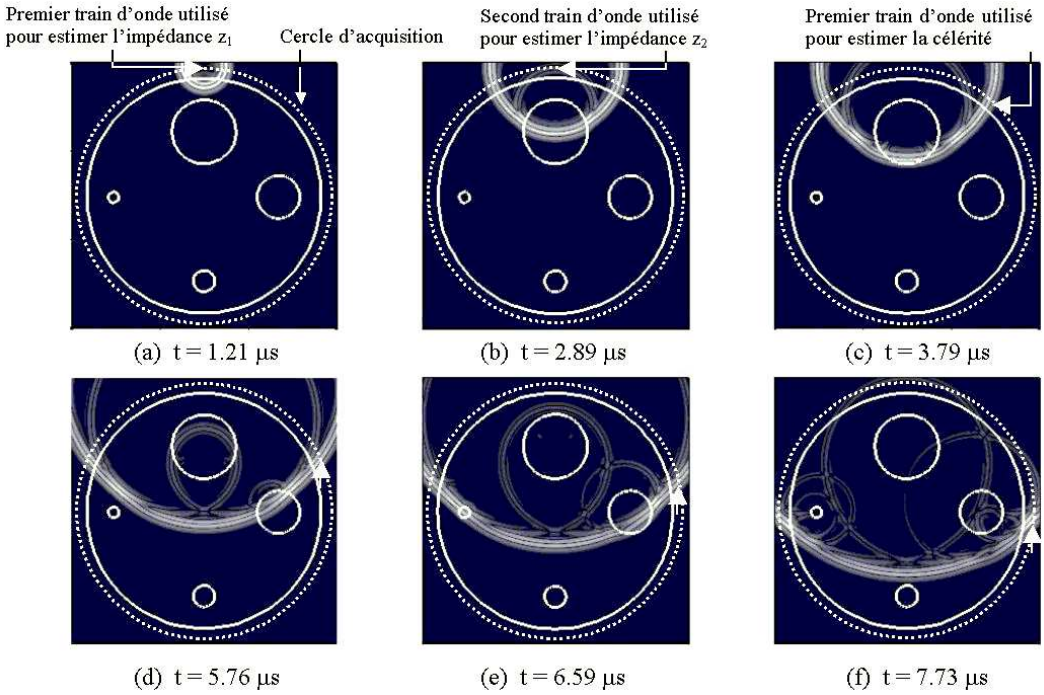


FIG. 5.6 – Simulation à six instants t d'une source cylindrique se propageant dans l'objet. Les flèches blanches indiquent les positions des récepteurs en mode de réflexion ou diffraction pour l'estimation des paramètres d'impédance et de célérité.

TAB. 5.2 – Domaine d'estimation des paramètres du tube estimateur

τ	τ_m	$\hat{\tau}$	τ_M
z_1 (MRayl)	1.12	1.4112	1.85
c_1 (m/s)	1400	1470	1800
z_2 (MRayl)	1.12	1.782	2.58
c_2 (m/s)	1400	1620	1800

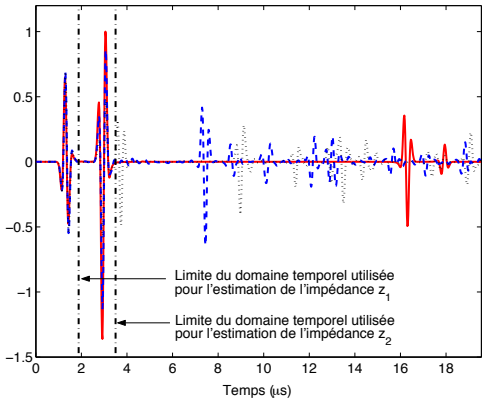
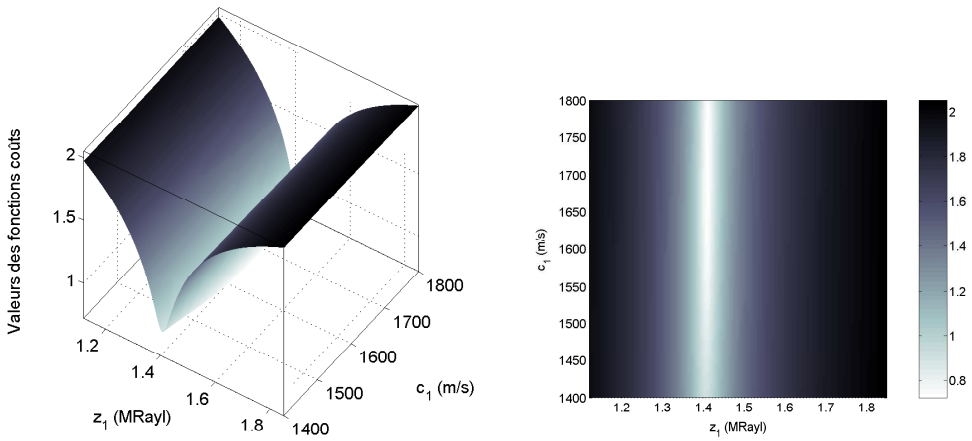


FIG. 5.7 – Champ diffracté par le tube équivalent (—) mesuré en rétrodiffusion et calculé grâce à l'Eq. 5.1. Champ diffracté par l'objet réel mesuré en rétrodiffusion en $\mathbf{P}_1$ (- - -) et en $\mathbf{P}_4$ ($\cdots$) obtenu par le code d'éléments finis.



(a) Vue 3D (b) Vue 2D

FIG. 5.8 – Fonctions coûts $\mathrm{Log}\big(\bar{\mathcal{F}}(z_1, c_1 \,/\, r_0^*, \psi_0)\big)$ dépedant de z_1 et c_1 en rétrodiffusion ($\psi = 0^o$).

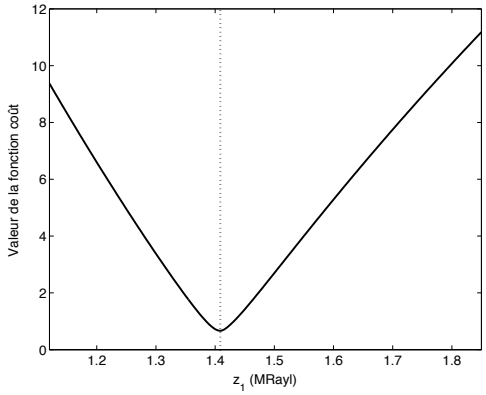


FIG. 5.9 – Une fonction coût $\bar{\mathcal{F}}(z_1 \,/\, c_1^a, r_0^*, \psi_0)$ dépendant de z_1 en rétrodiffusion quand la célérité est imposée *a priori* $c_1^a = 1500\ m/s$.

l'impédance z_1 et de la célérité c_1. On peut remarquer que l'estimation de l'impédance n'est pas influencée par les valeurs de la célérité c_1 : quelque soit la célérité, les fonctions coûts ont des allures très semblables et présentent un unique et même minimum sur le domaine d'estimation considéré. On peut donc imposer *a priori* la célérité de la matrice et la choisir égale à celle de l'eau (tissu mou) c_1^a =1500 m/s (Fig. 5.9). L'impédance estimée est :

$$z_1^* = 1.4085 \text{ MRayl.}$$

Estimation de la célérité c_1 en diffraction.

On considère un émetteur en $\mathbf{P}_1$ et le champ diffracté est mesuré pour des angles de diffraction $0^o \leq \psi \leq 180^o$ dans le sens horaire (incluant les points $\mathbf{P}_1 = 0^o$, $\mathbf{P}_2 = 90^o$ et $\mathbf{P}_3 = 180^o$). Seul le premier train d'onde des signaux est utilisé lors de la procédure d'inversion. La figure 5.10 représente plusieurs fonctions coûts $\bar{\mathcal{F}}(c_1 \ / \ z_1^*, r_e^*, \psi)$ dépendant de la célérité c_1 pour plusieurs angles de diffraction $\psi = 0^o, 15^o, 30^o, 45^o, 60^o, 75^o, 90^o$. On peut remarquer que plus l'angle de diffraction est important, plus le minimum est prononcé ; la célérité prédomine donc en transmission.

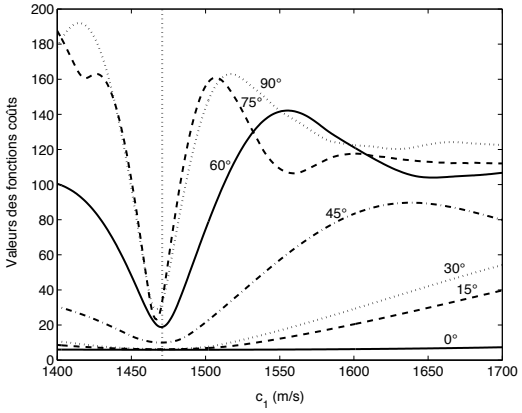


FIG. 5.10 – Fonctions coûts $\bar{\mathcal{F}}(c_1 \ / \ z_1^*, r_e^*, \psi_k)$ pour différents angles de diffraction k quand l'impédance est connue (z_1^* =1.4085 MRayl).

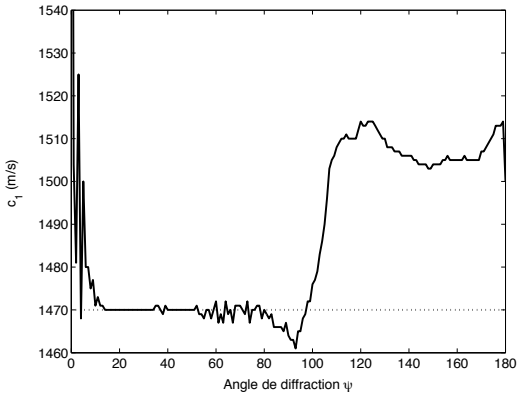


FIG. 5.11 – Célérité estimée $c_1^*(\psi_k \ / \ z_1^*, r_e^*)$ pour différents angles de diffraction $\psi_k = 0^o, \cdots, 180^o$ quand l'impédance est connue (z_1^* =1.4085 MRayl).

La figure 5.11 donne la célérité estimée (minimum d'une fonction coût) $c_1^*(\psi \ / \ z_1^*, r_e^*)$ pour chaque angle de diffraction $0^o \leq \psi \leq 180^o$. Avec un angle de diffraction $\psi \leq 8^o$, l'erreur est comprise entre 6 m/s et 70 m/s : l'angle est trop faible pour pouvoir estimer la célérité, puisque en mode de réflexion, l'impédance est le paramètre le plus robuste. En rétrodiffusion, pour $\psi = 0^o$ (Fig. 5.10), si on fixe l'impédance, la fonction coût dépendant de la célérité c_1 est quasi nulle et est de faible amplitude (pas de minimum distinct). La même analyse a été menée avec les diagrammes de directivité pour les fluctuations d'impédance et de célérité au chapitre 1.
Pour $10^o \leq \psi \leq 84^o$, l'erreur est inférieure à 5 m/s. Pour ces angles de diffraction, le premier train d'onde, provenant de la diffraction de l'onde incidente sur la matrice, est isolé du second train d'onde, provenant de la diffraction induit par la plus grande inclusion [Fig.5.6(c) (d)]. Une estimation satisfaisante de la célérité est par conséquent obtenue pour ces angles.
Pour les angles de diffraction supérieurs à 85^o, plus l'angle est important, plus l'estimation de la célérité est erronée à cause des réflexions multiples mesurées au niveau des transducteurs. Comme on peut le voir à la Fig.5.6(e), le second train d'onde a "rattrapé" le premier train d'onde, la diffusion n'est plus isolable temporellement. A la Fig.5.6(f), le champ diffracté mesuré ($\psi = 90^o$) est complexe puisque le champ diffracté induit par l'inclusion 2 et toutes les réflexions multiples sont mesurées en même temps.

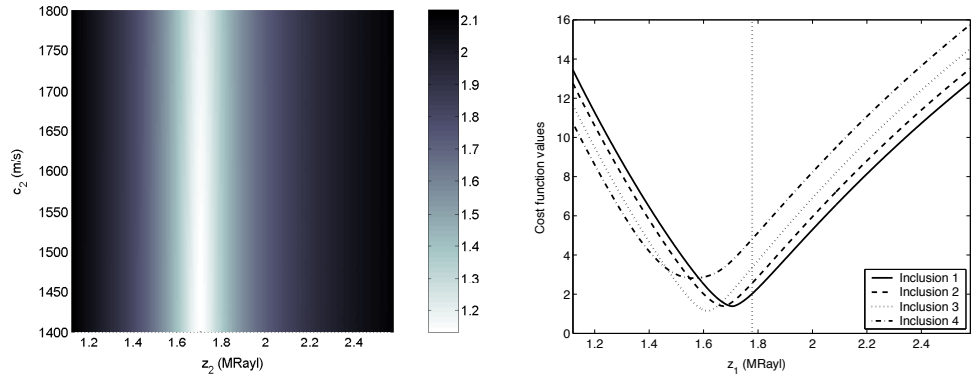
Nous avons choisi d'estimer c_1^* en moyennant les célérités estimées pour les angles de diffraction $25^o \leq \psi \leq 45^o$. La célérité estimée est :

$$c_1^* = 1470.1 \text{ m/s}.$$

Estimation de l'impédance z_2 en rétrodiffusion.

Les domaines d'estimation des inconnues z_2 et c_2 sont donnés au tableau 5.2. Un émetteur/récepteur est localisé en $\mathbf{P}_1$.
La figure 5.12(a) représente le logarithme des fonctions coûts $\bar{\mathcal{F}}(z_2, c_2 \ / \ z_1^*, c_1^*, r_e^*, r_i^*, \psi_0)$ dépendant de l'impédance z_2 et de la célérité c_2. Comme nous avions pu le noter pour l'estimation de z_1, l'estimation de l'impédance z_2 n'est pas influencé par la valeur de la célérité c_2. Quand on impose *a priori* la célérité c_2 à 1500 m/s (Fig. 5.12(b)), l'estimation de l'impédance pour l'inclusion 1 est :

$$z_2^* = 1.7069 \text{ MRayl}.$$



(a) (b)

FIG. 5.12 – (a) Fonctions coûts $\text{Log}\big(\bar{\mathcal{F}}(z_2, c_2 \ / \ z_1^*, c_1^*, r_e^*, r_i^*, \psi_0)\big)$ dépendant de z_2 et c_2 en rétrodiffusion ($\gamma = 0^o$). (b) Pour chaque inclusion j ($j = 1 \cdots 4$), fonction coût $\bar{\mathcal{F}}(z_2 \ / \ c_2^a, z_1^*, c_1^*, r_e^*, r_i^*, \psi_0)$ dépendant de z_2 en rétrodiffusion quand la célérité est imposée *a piori* $c_1^a = 1500 \, m/s$.

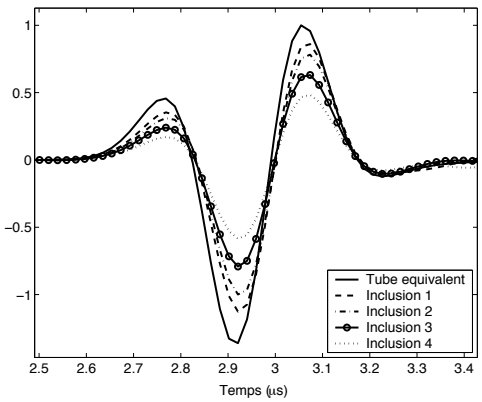


FIG. 5.13 – Seconds trains d'onde des champs diffractés par le tube équivalent calculé via l'Eq. 5.1 (—) et par l'objet réel enregistrés en P_j en rétrodiffusion.

Nous comparons à la figure 5.13 le second train d'onde du champ diffracté par le tube équivalent et celui diffracté par l'objet réel pour un émetteur/récepteur placé en $\mathbf{P}_j$ ($j = 1 \cdots 4$) (rétrodiffusion). Plus le rayon des inclusions est petit, plus l'amplitude du second train d'onde diminue. Les impédances estimées sont par conséquent de plus en plus inexactes (Fig. 5.12(b)). Le tableau 5.3 résume les résultats.

TAB. 5.3 – Impédance estimée par la méthode d'optimisation

	Valeur réelle de l'impédance (MRayl)	Impédance obtenue par optimisation (MRayl)	Erreur relative sur l'estimation de l'impédance (%)	Erreur relative sur le rayon de courbure (%)
Matrice	1.4112	1.4085	0.19	0
Inclusion 1	1.7820	1.7069	4.21	66
Inclusion 2	1.7820	1.6724	6.15	77
Inclusion 3	1.7820	1.6152	9.36	88
Inclusion 4	1.7820	1.5621	12.34	94

En résumé, la méthode décrite dans ce chapitre donne de bons résultats lorsque l'objet étudié peut être approché par un objet canonique : l'erreur relative pour l'estimation de l'impédance du tube z_1 est de 0.19%. Même lorsque l'on commet une erreur relative importante sur le rayon de courbure (66% pour la plus grande inclusion), l'estimation de l'impédance z_2 est assez satisfaisante (erreur relative de 4.21%).
Nous présentons rapidement deux études réalisées sur des tubes : un tube homogène et un tube présentant une macrostructure.

5.3.2 Résultats complémentaires : cas de tubes

En étudiant des tubes, nous nous plaçons dans un cas idéal où l'objet réel et le corps canonique estimateur ont la même géométrie. Dans le cas du tube homogène, nous nous attendons donc à de très bons résultats. L'objectif est ici de **valider notre méthode d'optimisation dans le cas d'un tube présentant une macrostructure**.

Tube homogène

Le fantôme étudié (Fig. 5.14) est un tube circulaire fluide de rayon externe r_e=6.6 mm et de rayon interne r_i=3.3 mm. Ses caractéristiques acoustiques sont identiques à la matrice de l'objet présenté précédemment paragraphe 5.3.1 : impédance 1.4112 MRayl et célérité 1470 m/s. La cavité intérieure du tube a les caractéristiques suivantes : impédance 1.782 MRayl et célérité 1620 m/s.

Les domaines d'estimations des inconnues z_1, z_2, c_1 et c_2 sont données au tableau 5.2. On retrouve pour l'estimation de l'impédance z_1 (en rétrodiffusion) et la célérité c_1 (en diffraction) des résultats quasiment identiques à ceux présentés au paragraphe 5.3.1. Nous donnons par conséquent seulement les résultats obtenus :

$$z_1^* = 1.4081 \text{ MRayl} \qquad \text{et} \qquad c_1 = 1470.4 \text{ m/s}$$

L'erreur relative pour l'estimation de l'impédance z_1 est 0.22% et pour la célérité c_1 de 0.03%.

La figure 5.16(b) représente la fonction coût $\bar{\mathcal{F}}(z_2 \ / \ c_2^a, z_1^*, c_1^*, r_e^*, r_i^*, \psi_0)$ dépendant de z_2, lorsque la valeur de la célérité c_2 est imposée *a priori* à 1500 m/s. L'estimation de l'impédance est :

$$z_2^* = 1.775 \text{ MRayl.}$$

L'erreur relative sur l'estimation de l'impédance z_2 est de 0.39%. Comme on pouvait s'y attendre, l'erreur sur z_2 est très faible, aucune erreur n'étant commise sur le rayon de courbure.

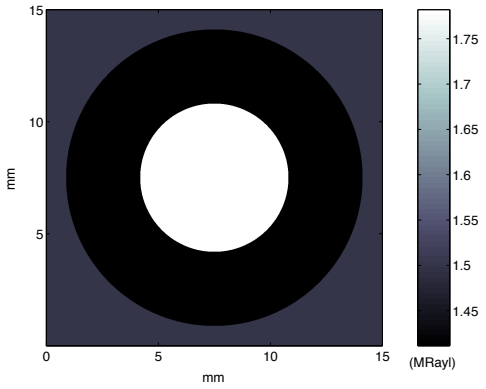


FIG. 5.14 – Carte d'impédance : tube 1.4112 MRayl et cavité intérieure 1.782 MRayl.

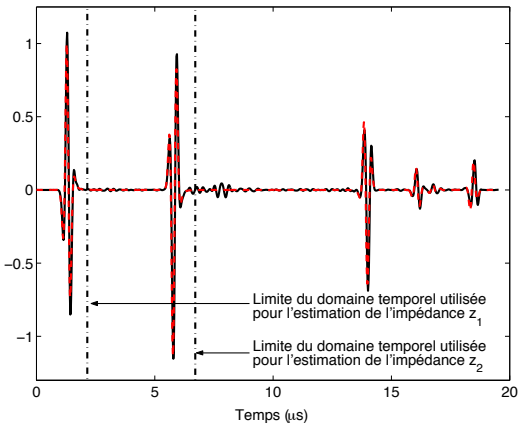
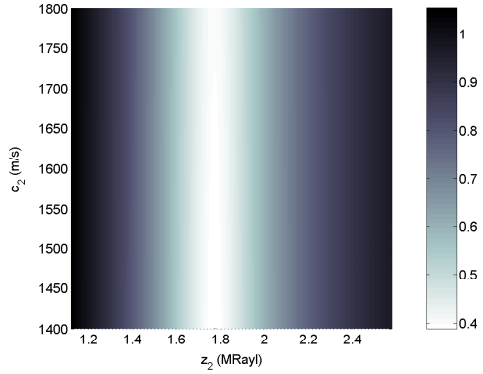
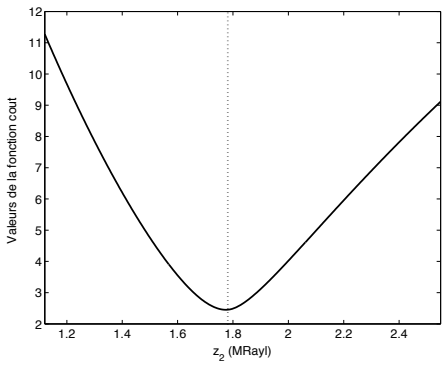


FIG. 5.15 – Champ diffracté par le tube équivalent (- - -) mesuré en rétrodiffusion et calculé grâce à l'Eq. 5.1. Champ diffracté par l'objet réel mesuré en rétrodiffusion (—) obtenu par le code d'éléments finis .



(a)



(b)

FIG. 5.16 – (a) Fonctions coûts $\mathrm{Log}\big(\bar{\mathcal{F}}(z_2, c_2 \,/\, z_1^*, c_1^*, r_e^*, r_i^*, \psi_0)\big)$ dépendant de z_2 et c_2 en rétrodiffusion ($\gamma = 0^o$). (b) Fonction coût $\bar{\mathcal{F}}(z_2 \,/\, c_2^a, z_1^*, c_1^*, r_e^*, r_i^*, \psi_0)$ dépendant de z_2 en rétrodiffusion quand la célérité est imposée *a priori* c_1^a=1500 m/s.

Tube présentant une macrostructure

Nous nous intéressons à la robustesse de la méthode d'optimisation en milieu aléatoire. Le fantôme étudié (Fig. 5.17) possède la même géométrie et les mêmes caractéristiques acoustiques moyennes que l'objet précédent avec un aléa pour le paramètre d'impédance : longueur de corrélation 1 mm et écart type de 0.5%.

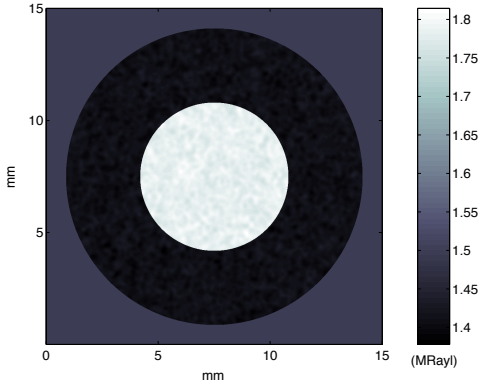


FIG. 5.17 – Carte d'impédance : tube 1.4112 MRayl et cavité intérieure 1.782 MRayl. Ecart type de 0.5%

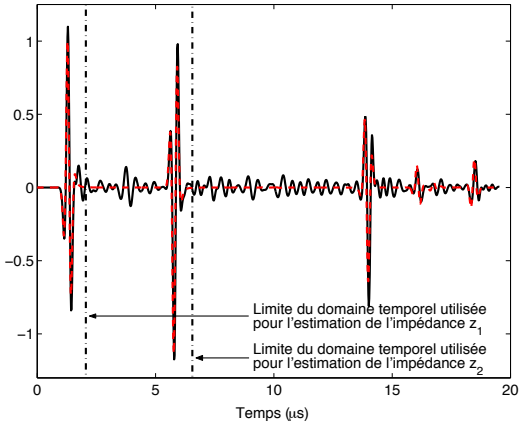


FIG. 5.18 – Champ diffracté par le tube équivalent (- - -) mesuré en rétrodiffusion et calculé grâce à l'Eq. 5.1. Champ diffracté par l'objet réel mesuré en rétrodiffusion (—) obtenu par le code d'éléments finis.

La figure 5.19 représente le logarithme des fonctions coûts $\bar{\mathcal{F}}(z_1, c_1 \ / \ r_e^*, \psi_0)$ dépendant de l'impédance z_1 et de la célérité c_1. L'allure des fonctions coûts est semblable à celle présentée pour des objets non aléatoires. L'estimation de l'impédance est :

$$z_1^* = 1.3978 \text{ MRayl.}$$

L'erreur relative sur l'estimation de l'impédance z_1 est de 0.95% (contre 0.22% en milieu non aléatoire).

La figure 5.20 représente la célérité estimée $c_1^*(\psi_k \ / \ z_1^*, r_e^*)$ pour différents angles de diffraction $\psi_k = 0^o, \cdots, 180^o$ quand l'impédance est connue (z_1^* =1.3978 MRayl). La célérité c_1 est obtenue en moyennant les célérités estimées pour les angles de diffraction $25^o \leq \psi \leq 45^o$ (comme effectué précédemment) :

$$c_1^* = 1472.6 \text{ m/s.}$$

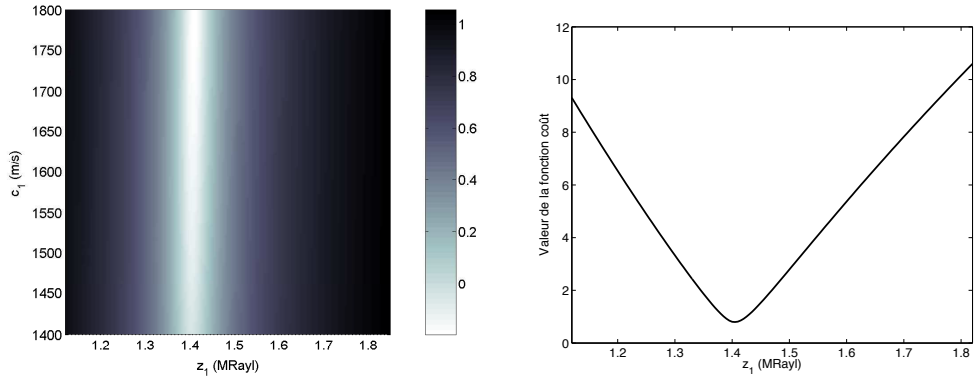
L'erreur relative sur l'estimation de la célérité c_1 est de 1.8% (contre 0.03% en milieu non aléatoire).

La figure 5.21(b) représente la fonction coût $\bar{\mathcal{F}}(z_2 \ / \ c_2^a, z_1^*, c_1^*, r_e^*, r_i^*, \psi_0)$ dépendant de z_2, lorsque la valeur de la célérité c_2 est imposée *a priori* à 1500 m/s. L'estimation de l'impédance est :

$$z_2^* = 1.7258 \text{ MRayl.}$$

L'erreur relative sur l'estimation de l'impédance z_2 est de 3.15% (contre 0.39% en milieu non aléatoire).

Les résultats obtenus montrent que la méthode d'optimisation est assez robuste aux milieux aléatoires, même si les résultats sont moins bons, les estimations restent correctes.



(a) (b)

FIG. 5.19 – (a) Fonctions coûts $\mathrm{Log}\big(\bar{\mathcal{F}}(z_1, c_1 \,/\, r_e^*, \psi_0)\big)$ dépendant de z_1 et c_1 en rétrodiffusion ($\gamma = 0^o$). (b) Fonction coût $\bar{\mathcal{F}}(z_1 \,/\, c_1^a, r_e^*, \psi_0)$ dépendant de z_1 en rétrodiffusion quand la célérité est imposée *a priori* c_1^a=1500 m/s.

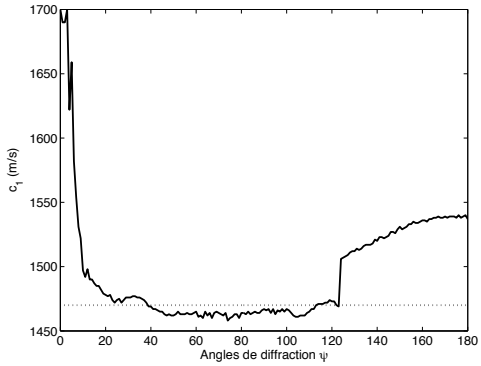
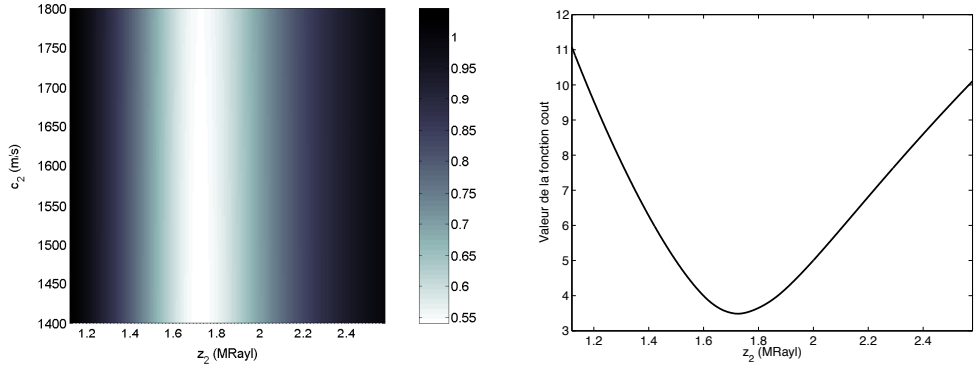


FIG. 5.20 – Célérité estimée $c_1^*(\psi_k \,/\, z_1^*, r_e^*)$ pour différents angles de diffraction $\psi_k = 0^o, \cdots, 90^o$ quand l'impédance est connue (z_1^* =1.3978 MRayl).



(a) (b)

FIG. 5.21 – (a) Fonctions coûts $\mathrm{Log}\big(\bar{\mathcal{F}}(z_2, c_2 \,/\, z_1^*, c_1^*, r_e^*, r_i^*, \psi_0)\big)$ dépendant de z_2 et c_2 en rétrodiffusion ($\gamma = 0^o$). (b) Fonction coût $\bar{\mathcal{F}}(z_2 \,/\, c_2^a, z_1^*, c_1^*, r_e^*, r_i^*, \psi_0)$ dépendant de z_2 en rétrodiffusion quand la célérité est imposée *a priori* c_1^a=1500 m/s.

5.4 Discussion et conclusion

Une méthode d'optimisation, employant l'information géométrique fournie par une méthode tomographique, a été utilisée afin d'obtenir l'information quantitative du paramètre d'impédance. Cette méthode est adaptée à des objets simples : inclusions homogènes ou quasi-homogènes dans un milieu homogène ou quasi-homogène. L'objet est approché localement par un corps canonique équivalent. Ce corps canonique réalise une réduction de modèle permettant une prédiction analytique des mesures locales. Nous procédons à l'inversion optimale des données acquises en rétrodiffusion pour l'estimation de l'impédance et en diffraction pour l'estimation de la célérité. L'inversion consiste à résoudre de façon itérative un problème direct minimisant l'écart entre la mesure du champ rétrodiffusé par l'objet et le calcul du champ diffracté par ce corps équivalent. La méthode d'optimisation donne d'excellents résultats lorsque l'objet peut être approché par un objet canonique (cas du tube) ou lorsque l'objet possède un rayon de courbure assez proche du corps canonique estimateur (cas de l'objet à inclusions de tailles variables).

Lors de l'étude des fantômes académiques, la prédominance des paramètres d'impédance et de célérité a été étudiée. En rétrodiffusion, en traçant les fonctions coûts dépendant de ces deux paramètres, nous avons pu observer la robustesse du paramètre d'impédance par rapport au paramètre de célérité. De même, en traçant les fonctions coûts dépendant de la célérité pour plusieurs angles de diffraction, la prédominance du paramètre de célérité en transmission s'est traduit par un minimum prononcé. Ces conclusions sont identiques à celles formulées au chapitre 1 avec les diagrammes de directivité opposés pour ces deux mêmes paramètres.

Dans le cas de l'objet à inclusions de tailles variables (inclusions décentrées), un corps circulaire équivalent décentré serait plus adapté. La méthode d'optimisation donnerait alors des bons résultats, similaires à ceux que nous avons obtenu dans le cas du tube. Cependant cela nécessiterait d'employer un problème direct plus sophistiqué tel qu'une représentation en intégrale de domaine ou de volume. On pourrait même envisager de **développer des modèles équivalents plus complexes, en utilisant par exemple des simulations numériques** telles que celles présentées avec la méthode d'éléments finies au chapitre 2, ou celles réalisées par Manry & Broschat (1996) avec une méthode de différences finis. Au lieu d'utiliser, lors de la résolution du problème direct, le calcul analytique du champ diffracté par un corps canonique (ou circulaire décentré), on utiliserait ces simulations numériques qui permettraient de prendre en compte des organes à géométrie complexe tels que le sein. Néanmoins, ces méthodes sont chères en temps de calcul. L'approximation canonique a l'avantage de permettre un calcul de la réponse acoustique extrêmement rapide, quasiment en temps réel : une minimisation avec une centaine d'itérations (et donc une centaine de résolutions du problème direct) est réalisée en moins de 1 minutes.
Par ailleurs, le modèle équivalent que nous avons utilisé pourrait être amélioré en développant un objet canonique équivalent à plusieurs couches, ou encore en tenant compte des milieux atténuant et élastique.

Un point qui reste à approfondir est l'applicabilité de la méthode au sein en utilisant un problème direct simple (calcul analytique de la réponse d'un corps canonique, ou représentation en intégrale de domaine ou de volume). Le sein est un organe beaucoup plus complexe que les objets-tests utilisés, même munis de macrostructure.
Un domaine où l'applicabilité est peut-être moins problématique est l'imagerie et la caractérisation des os longs. Une coupe de diaphyse n'est pas très éloignée de nos objets-tests, surtout lorsqu'ils sont munis d'une macrostructure. C'est peut-être dans ce domaine que notre technique présente le plus grand avenir.

Troisième partie

Validations numérique et expérimentale

Chapitre 6

Validation de l'ensemble des techniques tomographiques mises en oeuvre sur un unique fantôme numérique

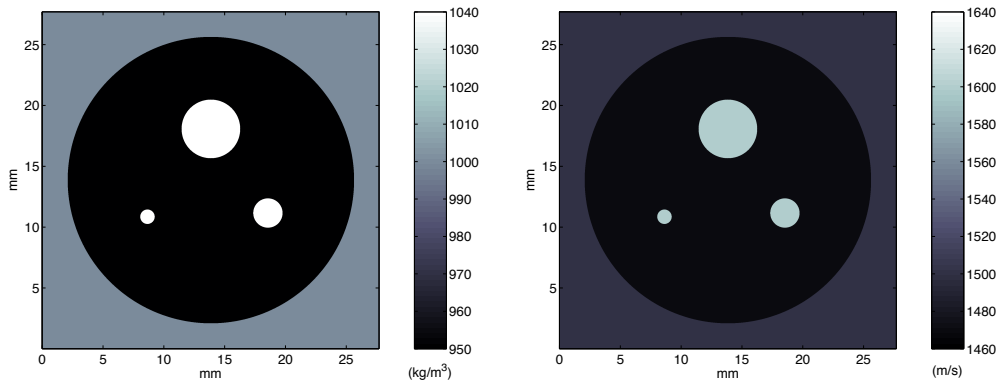
Ce chapitre présente les reconstructions qualitative et quantitative d'un fantôme numérique académique présentant des variations des trois paramètres densité, célérité et absorption. Nous confrontons ainsi sur la base d'un même fantôme numérique les méthodes tomographique exposées précédemment dans ce manuscrit : la tomographie qualitative d'impédance avec et sans correction des aberrations dûes à l'approximation de Born, la technique de type layer stripping pour la reconstruction de la carte de célérité et enfin la tomographie d'absorption avec correction des effets de la diffraction.

6.1 Présentation du fantôme

La simulation est menée sur une grille de 1730$\times$ 1730 (Δx=0.016 mm, 27.7 mm$\times$ 27.7 mm). 360 transducteurs (fréquence centrale 2.5 MHz, λ=0.6 mm) sont équirépartis sur un cercle de rayon R=13.2 mm. Pour chaque position de l'émetteur, on simule la propagation de l'onde et on mesure le champ diffracté sur les 359 récepteurs. La forme de l'onde incidente est identique à celle représentée au chapitre 1 à la figure 1.3.
Le fantôme cylindrique (Fig. 6.1) est un objet fluide, immergé dans l'eau (densité 1000 kg/m^3, célérité 1500 m/s), ayant les caractéristiques suivantes : densité 950 kg/m^3, célérité 1470 m/s et absorption 6 Np/m/MHz. Le rayon de l'objet est de 12 mm et les diamètres des inclusions sont d_0=8λ=3.6 mm, d_1=4λ=2.4 mm et d_2=2λ=1.2 mm. Les inclusions ont les caractéristiques suivantes : densité 1040 kg/m^3, célérité 1600 m/s et absorption 19 Np/m/MHz. Ce fantôme est de type académique (inclusions homogènes dans un milieu homogène) et correspond à un modèle simpliste de sein : une matrice de graisse contenant des nécroses. Nous avons choisi des inclusions de tailles plus importantes (par rapport à la taille des inclusions présentée dans les autres chapitres du manuscrit) car la technique de layer stripping, conditionnant les corrections des techniques de tomographie de réflectivité et d'absorption, permet seulement de discriminer des objets de l'ordre de deux longueurs d'onde (voir chapitre 3).
La figures 6.2 (et respectivement figure 6.3) représente les "clichés" de la simulation à deux instants t du rayonnement d'une source cylindrique située en bordure du domaine dans le milieu sans objet -champ incident- (et respectivement avec l'objet -champ total-). Le train d'onde principal du champ total dans l'objet diffère très peu du champ incident même à l'intérieur des inclusions, ce qui justifie l'utilisation de l'approximation de Born dans le cas de notre objet faiblement contrasté.

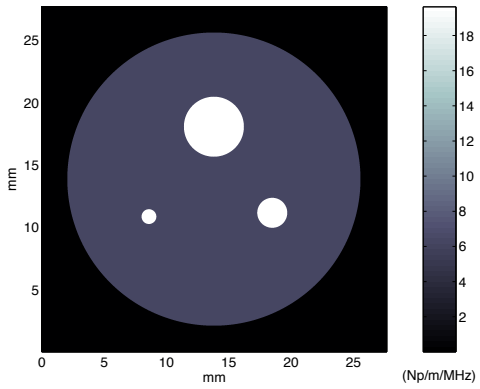
TAB. 6.1 – Propriétés acoustiques

Milieu	Densité (kg/m^3)	Célérité (m/s)	Absorption (Np/m/MHz)
Eau	1000	1500	0
Matrice	950	1470	6
Inclusions	1.5	1600	19



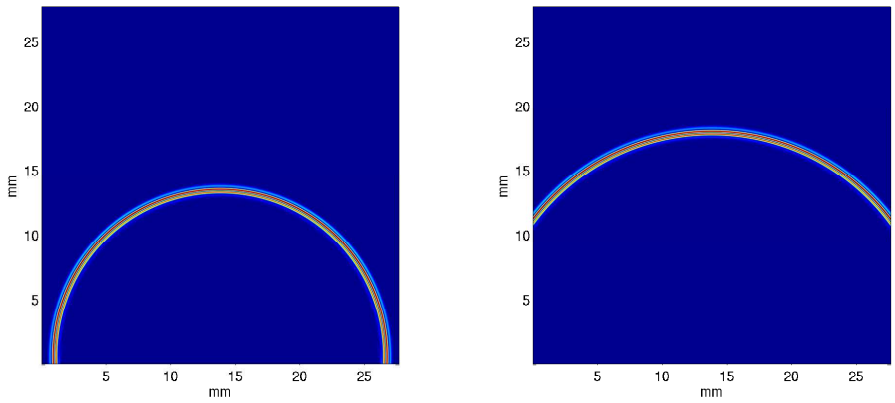
(a) Carte de densité

(b) Carte de célérité



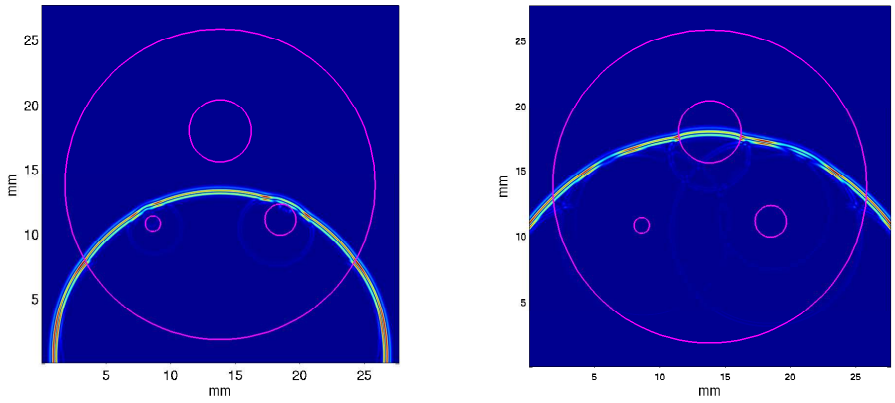
(c) Carte d'absorption

FIG. 6.1 – Fantôme numérique académique.



(a) Simulation à t=9 μs (b) Simulation à t=12 μs

FIG. 6.2 – Simulation à deux instants t d'une onde cylindrique se propageant dans le milieu de couplage (l'eau : densité ρ_0=1000 kg/m^3 et célérité c_0=1500 m/s) grâce au code d'éléments finis visco-acoustique.



(a) Simulation à t=9 μs (b) Simulation à t=12 μs

FIG. 6.3 – Même simulation aux mêmes instants t en présence de l'objet. Le champ dans l'objet est peu différent du champ incident (sans objet Fig. 6.2).

6.2 Tomographie de célérité via la technique de layer stripping

La figure 6.4 illustre la carte de célérité reconstruite en utilisant la technique de layer stripping. L'estimation moyenne de la célérité des inclusions est 1634 m/s et l'écart type est 0.92%, soit $\pm$ 15 m/s. On obtient une célérité moyenne supérieure à celle attendue (1600 m/s) : cela correspond au phénomène de dispersion. En effet, pour les inclusions, la dispersion (Fig. 4.2) induit des variations de célérité de 20 m/s à 30 m/s dans la bande de fréquence 1.5 - 4 MHz.

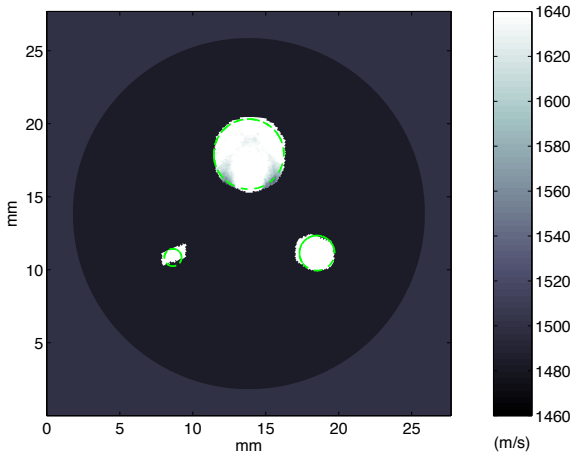


FIG. 6.4 – Reconstruction de la carte de célérité avec la technique de type layer stripping (avec un premier passage pour localiser la matrice). Le contour exact des inclusions est tracé en pointillé.

6.3 Tomographie de laplacien d'impédance avec correction des temps de vol

Nous reconstruisons le tomogramme de laplacien d'impédance (Fig. 6.5) à l'aide de l'algorithme de rétroprojection elliptique filtrée, présentée au chapitre 1 paragraphe 1.4.2, avec les données acquises en diffraction avec une ouverture de 21^o centrée autour de l'émetteur (10^o+10^o+rétrodiffusion =21^o). Les trois inclusions sont détectées, cependant les inclusions de diamètre d_1=8λ et d_3=2λ sont affectées par des distorsions géométriques qui sont dues à l'hypothèse de milieu faiblement hétérogène (approximation de Born) dans la procédure d'inversion. La méthode de correction présentée au chapitre 1 paragraphe 1.6 est appliquée. Les figures 6.6 et 6.7 montrent les reconstructions par rétroprojection filtrée l'une corrigée avec la carte de célérité estimée par la technique de layer stripping (Fig. 6.6), l'autre corrigée avec la carte de célérité exacte en géométrie (Fig. 6.7). La carte de célérité exacte en géométrie possède les tailles/formes exactes des inclusions et les célérités moyennes obtenues via la technique de layer stripping : matrice 1480 m/s (valeur réelle 1470 m/s à laquelle on ajoute de 6 à 8 m/s par le phénomène de dispersion -Fig 4.2) et inclusions 1634 m/s (valeur réelle 1600 m/s à laquelle on ajoute de 20 à 30 m/s par le phénomène de dispersion -Fig 4.2). Les deux reconstructions avec correction des aberrations sont similaires. Les distorsions géométriques affectant la plus petite inclusion ont disparu et celles affectant la plus grande ont été réduites. On peut remarquer que l'artéfact à l'extérieur de l'inclusion moyenne (d_2=4λ) de la reconstruction sans correction (Fig. 6.5) s'est déplacé à l'intérieur de l'inclusion aux reconstructions avec correction (Fig. 6.6 et 6.7).

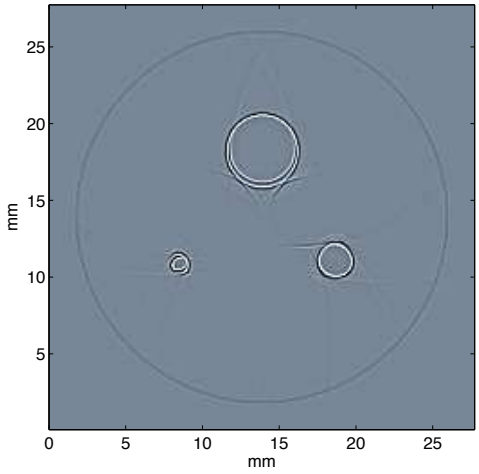


FIG. 6.5 – Reconstruction de l'impédance avec l'algorithme de rétroprojection elliptique filtrée. Les données sont acquises en diffraction avec une ouverture de 21^o autour de l'émetteur.

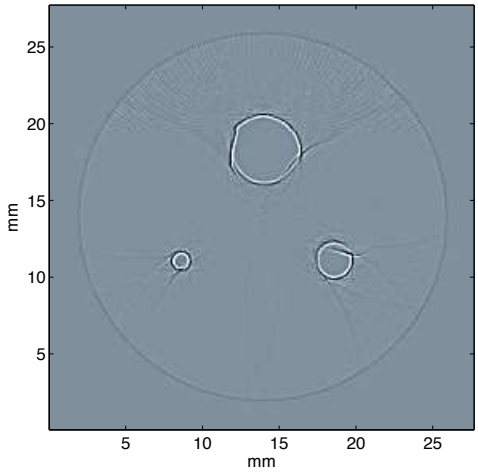


FIG. 6.6 – Correction des aberrations avec la carte de célérité reconstruite par la technique de layer stripping Fig. 6.4.

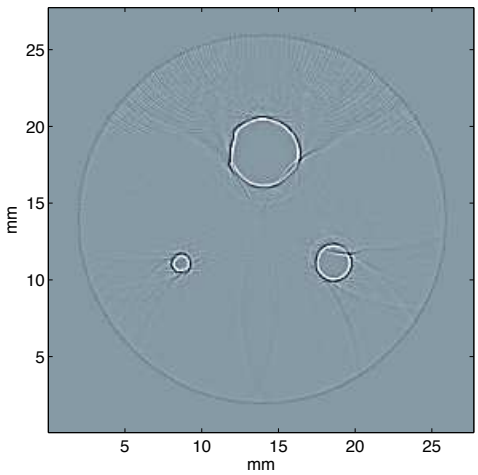


FIG. 6.7 – Correction des aberrations avec la carte de célérité ayant les bonnes tailles/formes des inclusions.

6.4 Tomographie d'absorption avec correction des effets de diffraction

On s'intéresse à présent à la technique de reconstruction du paramètre d'absorption présentée au chapitre 4. La procédure de correction des effets de la diffraction est appliquée. Afin d'éviter des phénomènes de diffraction importants se produisant lorsque l'objet présente des irrégularités (de forme), nous avons régularisé les contours des inclusions reconstruites par layer stripping : les inclusions sont approximées par des ellipses régulières (Fig. 6.8). La figure 6.9 représente la simulation à deux instants t de la propagation ultrasonore à travers le fantôme numérique ayant la carte de célérité reconstruite par layer stripping (et une absorption nulle). Ces simulations tentent de reproduire le champ diffracté par l'objet original et sont donc à comparer avec la figure 6.3. La figure 6.10 permet de comparer les données projetées de l'absorption intégrée analytique et estimée. La méthode de correction améliore considérablement l'estimation de l'absorption pour les deux plus grandes inclusions de diamètres 8λ et 4λ. Pour ces deux inclusions, l'erreur relative maximale est 53 % sans correction et 7 % après correction des effets de diffraction.

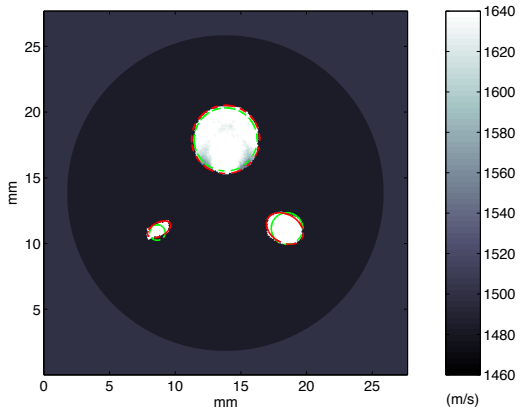
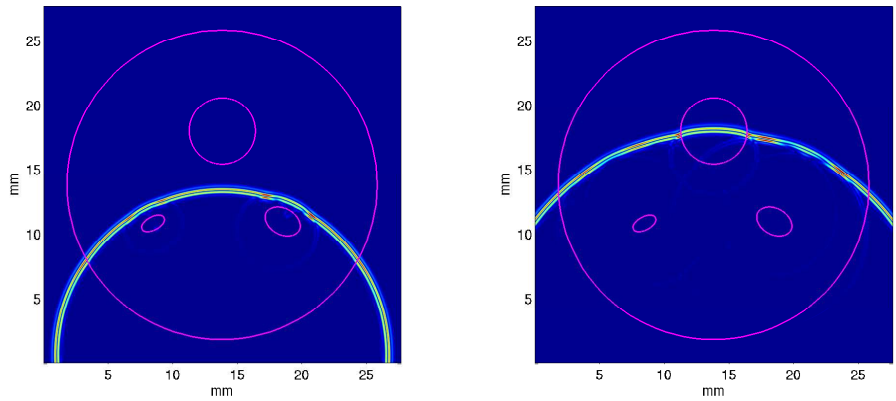


FIG. 6.8 – Tomographie de célérité par "layer stripping". Pour la correction, le contour des inclusions est approximé par des ellipses (en rouge). En vert, le contour exact des inclusions.



(a) Simulation à t=9 μs (b) Simulation à t=12 μs

FIG. 6.9 – Simulation aux mêmes instants t qu'à la simulation Fig. 6.3 en présence d'un objet ayant la carte de célérité issue de la technique layer stripping et une densité homogène (1000 kg/m^3).

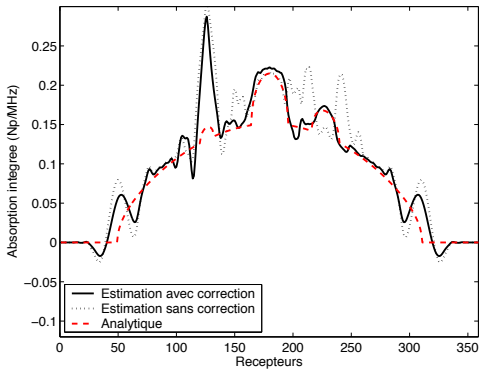


FIG. 6.10 – Données projetées pour l'émetteur (x=0.65 mm, y=13.85 mm) en utilisant la méthode du rapport spectral avec et sans correction.

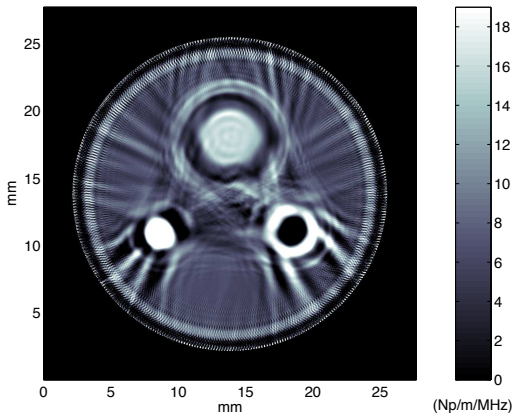


FIG. 6.11 – Reconstruction d'absorption en utilisant la méthode du rapport spectral **sans correction** des effets de diffraction.

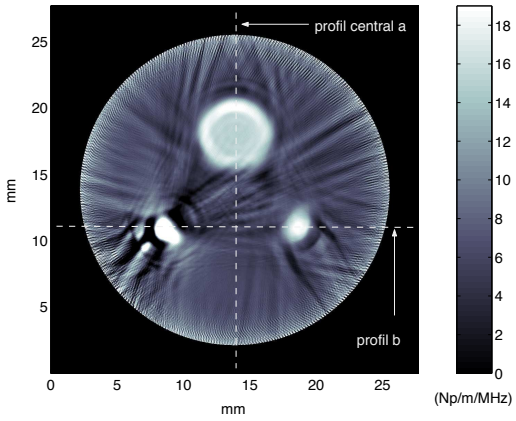
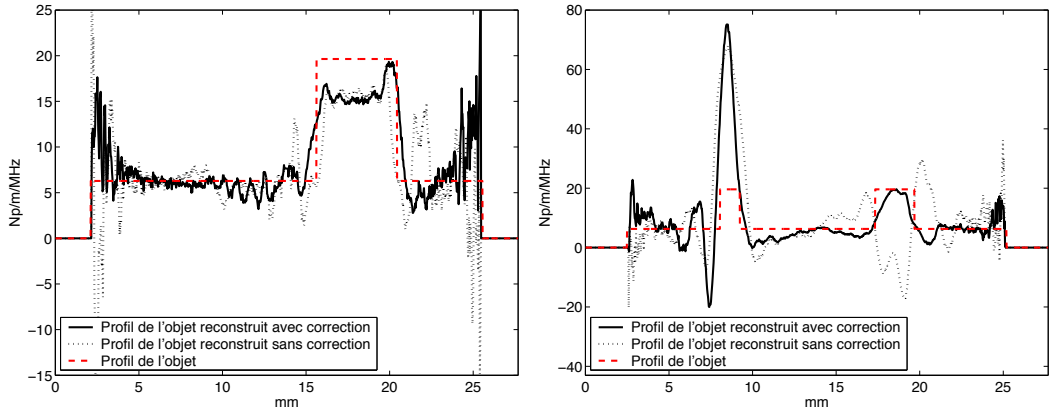


FIG. 6.12 – Reconstruction d'absorption en utilisant la méthode du rapport spectral **avec correction** des effets de diffraction.



(a) (b)

FIG. 6.13 – Comparaisons des profils de l'objet reconstruit sans (trait en pointillé) et avec (trait plein) correction des effets de correction.

Les figures 6.11 et 6.12 montrent les reconstructions obtenues lorsque l'absorption intégrée est calculée en négligeant les effets de diffraction [Eq.(4.3)] et en corrigeant les effets de diffraction [Eq.(4.8)], respectivement. Dans le cas d'une reconstruction par rayons droits sans correction de diffraction (Fig. 6.11), on peut noter des artéfacts (cercles concentriques) autour des deux plus grandes inclusions. La figure 6.13 donne les profils correspondant. Les reconstructions par rayons droits avec et sans correction des effets de diffraction montrent qu'avec les deux méthodes, des objets de l'ordre de deux fois la longueur d'onde peuvent être détectés. La méthode de correction proposée permet de discriminer la taille et d'évaluer l'absorption d'objets de quatre fois la longueur d'onde (Fig. 6.12). Pour la plus petite des inclusions, aucune des deux reconstructions n'est satisfaisante. Cela provient principalement de la mauvaise délimitation de la plus petite inclusion dans l'estimation de la carte de célérité (Fig. 6.8) : la figure 6.15 montre le tomogramme d'absorption obtenu quand la correction est effectuée avec une carte de célérité présentant les bonnes tailles/formes des inclusions et des célérités moyennes suivantes : matrice 1480 m/s et inclusions 1634 m/s (obtenues par layer stripping). L'estimation de l'absorption est considérablement améliorée pour la plus petite inclusion. Le point faible de cette méthode est par conséquent sa sensibilité à la discrimination des inclusions de l'ordre de la longueur d'onde (phénomène de résonance).

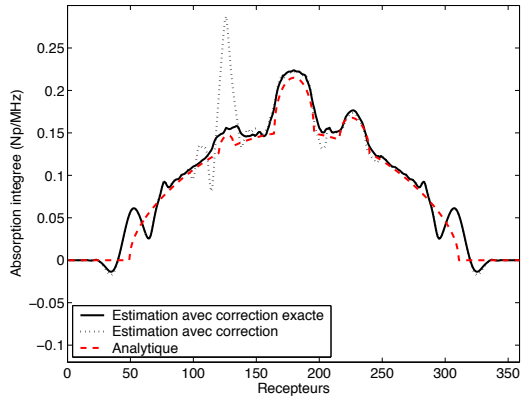
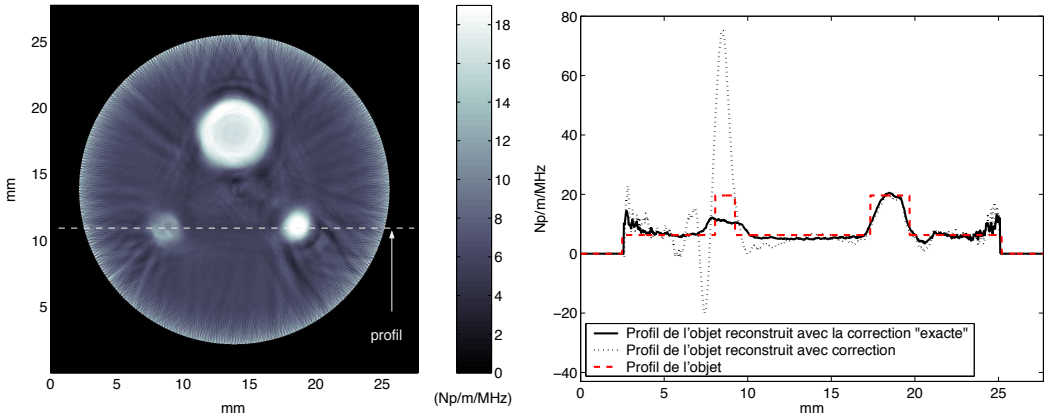


FIG. 6.14 – Données projetées pour l'émetteur (x=0.65 mm, y=13.85 mm) en utilisant la méthode du rapport spectral avec la correction "exacte" et sans correction.



(a) (b)

FIG. 6.15 – Reconstruction d'absorption en utilisant la méthode du rapport spectral avec correction exacte en géométrie des effets de diffraction (a) et comparaison des profils (b).

6.5 Conclusion

Ce chapitre présente sur la base d'un même objet académique (numérique) les reconstructions qualitative (tomographie de réflexion ou d'impédance) et quantitative de célérité et d'absorption. La reconstruction de la carte de célérité est de première importance puisqu'elle conditionne les deux méthodes de correction : correction d'aberrations induites par l'approximation de Born pour la tomographie de réflexion et correction des effets de diffraction pour la tomographie d'absorption. Pour la tomographie quantitative de célérité et d'absorption, il est possible de détecter des objets de taille 2λ et d'estimer correctement ces deux paramètres pour des objets de taille 4λ.
Nous souhaitons à présent valider expérimentalement nos méthodes de reconstruction. Nous nous concentrerons sur la tomographie de laplacien d'impédance et la méthode de type layer stripping.

Nous n'avons pas validé expérimentalement la tomographie d'absorption avec correction des effets de diffraction. Les objets utilisés en expérience ont une taille similaire à celle d'un sein (diamètre de 8 cm à 20 cm) et la maquette ANAÏS dont nous nous servons est focalisée à 5 cm. La méthode de correction nécessiterait de réaliser une simulation sur une grille de grande taille (au minimum 8 cm $\times$ 8 cm) : à la fréquence centrale à laquelle nous travaillons (3 MHz), la dispersion numérique serait trop importante. Cette remarque est assez similaire à celle effectuée au chapitre 2 paragraphe 2.6 qui mettait en évidence la contrainte de temps de calcul et le problème de la dispersion numérique dans les simulations numériques. Si, au contraire, nous tentons d'adapter les expériences en cuve aux simulations numériques, il serait alors nécessaire de travailler avec une antenne (synthétique) de diamètre d'environ 3 cm mais nous ne disposons pas de transducteurs (à l'émission et/ou la réception) qui permettrait cette expérience.

Chapitre 7

Validation expérimentale

Ce chapitre présente les reconstructions de laplacien d'impédance et de layer stripping sur des fantômes réalisés à partir de gels d'agar-agar. Nous présentons au préalable le banc de mesure expérimental à balayage mécanique automatique ainsi que l'étude menée afin de caractériser les paramètres acoustiques (densité, célérité, atténuation) des matériaux constitutifs de ces fantômes.
Les travaux présentés dans ce chapitre ont été réalisés avec P. Lasaygues à qui je renouvelle mes remerciements pour son aide précieuse.

7.1 Description du banc de mesure expérimental à balayage mécanique

Le banc de mesure que nous avons utilisé pour les acquisitions est un "scanner à ultrasons" (Fig. 7.1) conçu et réalisé au Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique par J.-P. Lefebvre et J.-L. Arnaud dans les années 1980 puis amélioré par P. Lasaygues. Ce banc à balayage mécanique automatique a été conçu pour mettre au point les procédures de reconstruction 2D et simuler le fonctionnement d'antennes circulaires ou semi-circulaires.

FIG. 7.1 – Vue d'ensemble du scanner 2D à ultrasons.

L'objet à imager (désigné sous le nom de cible) et les transducteurs sont immergés dans une cuve

FIG. 7.2 – Bras principal du scanner 2D à ultrasons.

FIG. 7.3 – Porte transducteur du scanner 2D à ultrasons.

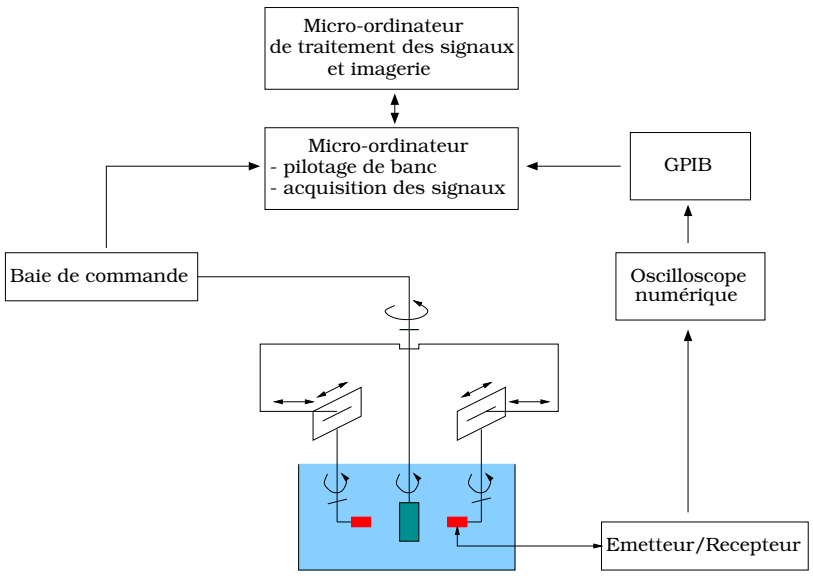


FIG. 7.4 – Synoptique général du scanner 2D à ultrasons.

remplie d'eau, de dimensions 2.5 m $\times$1.5 m pour une hauteur de 2.5 m. Les transducteurs et la cible sont portés par les bras mobiles du banc automatisé. Le système possède une mécanique autorisant sept degrés de liberté pour analyser l'objet suivant plusieurs incidences.
Le balayage circulaire autour de la cible s'effectue soit par une rotation de l'ensemble bras principal et porte-transducteur, soit par une rotation de la cible.
Le bras principal (Fig. 7.2) est entraîné en rotation autour de l'axe central de la machine par un moteur pas à pas au travers d'un système vis-écrou permettant une précision de 0.005 degré.
Sur le bras principal sont placés deux chariots. Chaque chariot supporte un bras transversal orthogonal au bras principal, destiné à assurer les translations latérales des transducteurs. Ces deux bras transversaux sont équipés de glissières horizontales de 300 mm de longueur assurant le guidage des mouvements transversaux des chariots porte-transducteurs. Sur chaque chariot porte-transducteur est placé un transducteur fonctionnnant en émetteur, en récepteur, ou bien en émetteur/récepteur. Les chariots porte-transducteurs autorisent les transducteurs à effectuer une rotation sur eux-mêmes suivant l'axe du support.
La cible, suspendue à un support ajustable, est guidée en rotation (avec une précision de 0.005 degré). Afin de réaliser des images 3D par coupes successives, un vérin électrique permet de déplacer verticalement la cible.

Une baie de commande permet de commander les moteurs pas à pas du banc de tomographie. Un micro-ordinateur gère le pilotage du banc via la baie de commande et l'acquisition des signaux par l'intermédiaire d'un oscilloscope numérique.

7.2 Mesure des paramètres acoustiques sur des tranches de matériaux homogènes d'épaisseur constante

Nous présentons ici les mesures des paramètres de célérité et d'atténuation effectuées en transmission dans les différents échantillons façonnés sous la forme de tranches homogènes d'épaisseur constante.

7.2.1 Principe des mesures effectuées pour déterminer l'épaisseur, la célérité, la densité et l'atténuation

Le montage expérimental comprend deux transducteurs ultrasonores montés coaxialement de part et d'autre de l'échantillon (Fig. 7.5 et Fig. 7.6). Une paire de transducteurs plans Imasonic (piézo-composites circulaires vibrant en piston) de fréquence centrale 3 MHz a été utilisée (Fig. 7.7). Les caractéristiques de ces transducteurs plans sont indiquées dans le tableau 7.1. La distance séparant les deux transducteurs correspond à environ deux fois la distance de transition Fresnel-Fraunhofer $\frac{R_t^2}{\lambda}$ (R_t rayon des transducteurs), soit une distance de $\frac{2R_t^2}{\lambda} = \frac{2*8.6^2}{0.5} \approx$295 mm. L'échantillon se situe à mi-chemin, à la distance de transition, où le champ est à la fois intense et homogène.

Dans ces expériences, la célérité des ultrasons dans l'eau de la cuve c_0 est de 1495 m/s (mesures en transmission dans l'eau).
Pour vérifier l'indépendance des mesures vis-à-vis de l'épaisseur de l'échantillon, deux échantillons d'épaisseurs différentes sont utilisés. L'épaisseur, la célérité et l'absorption finales résultent de la moyenne de onze mesures individuelles réalisées à des positions de l'échantillon différentes. Ceci est réalisé par un balayage transversal des transducteurs sur 50 mm par pas de 5 mm.
La fréquence d'échantillonnage est de 20 MHz, soit un échantillonnage temporel de δt=0.05 μs. Les signaux sont enregistrés sur 2048 points, soit 2048 $\times$ 0.05= 102.04 μs.

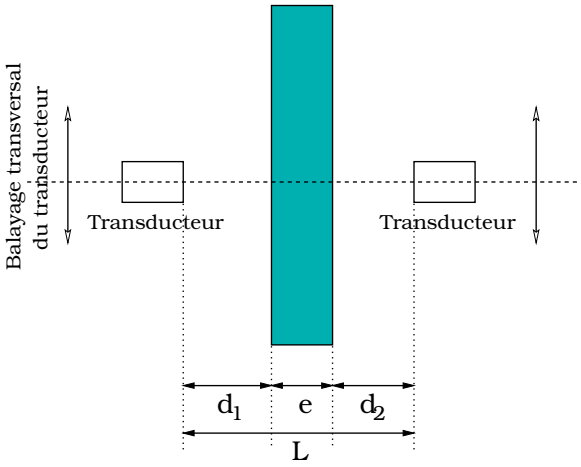


FIG. 7.5 – Principe de mesure.

FIG. 7.6 – Position relative de l'échantillon d'agar-agar et des transducteurs. Les deux transducteurs ultrasonores sont montés coaxialement de part et d'autre de l'échantillon.

FIG. 7.7 – Transducteur plan Imasonic de fréquence centrale 3 MHz.

TAB. 7.1 – Caractéristiques des transducteurs ultrasonores plans.

Transducteur plan Imasonic	
Fréquence centrale	3 MHz
Bande passante à -6 dB	2 MHz
Diamètre	17.2 mm
Ouverture (à -6 dB) au niveau de la distance de transition Fresnel-Fraunhofer	9 mm

Mesure d'épaisseur

Afin de déterminer l'épaisseur e, trois mesures sont réalisées :
- Une mesure en transmission dans l'eau (en l'absence de l'échantillon) afin d'estimer la distance L entre les deux transducteurs (Fig. 7.5). La distance L est déterminée à partir du temps de vol t_L du signal transmis dans l'eau.
- Deux mesures en rétrodiffusion par chacun des deux transducteurs de part et d'autre de l'échantillon afin d'estimer les distances d_1 et d_2 (Fig. 7.5). Les distances d_1 et d_2 sont déterminées à partir des temps de vol t_1 et t_2 des signaux rétrodiffusés par l'échantillon pour chaque transducteur.

Les temps de vol sont déterminés par premier passage à zéro des signaux. L'épaisseur est donnée par :

$$\begin{aligned} e &= L - d_1 - d_2 \\ &= c_0 \left(t_L - \frac{t_1 + t_2}{2} \right) \end{aligned} \tag{7.1}$$

On suppose que l'on ne fait pas d'erreur sur la mesure de célérité dans l'eau c_0 et que l'erreur sur les temps de vol Δt est de l'ordre de 2δt=0.1 μs. L'erreur de mesure sur l'épaisseur Δe est alors égale à :

$$\Delta e = 2c_0 \Delta t. \tag{7.2}$$

Ainsi l'épaisseur e est mesurée avec une précision de 0.3 mm (pour une célérité de l'eau de 1495 m/s).

Mesure de densité

La densité est calculée en pesant les échantillons sur une balance électronique de précision Δm= 0.01 gramme et en évaluant le volume V des échantillons

$$V = \text{Surface} \times \text{Epaisseur} = Se.$$

Les échantillons sont fabriqués dans des moules cylindrique ($S = \pi R^2$, avec R le rayon du moule) ou parallélépipédique ($S = Longueur \times largeur = L \times l$). Les mesures du rayon du moule cylindrique, et de la longueur et largeur du moule parallélépipédique sont réalisées avec une précision de 0.1 mm.
Dans le cas d'un moule cylindrique, l'erreur sur la densité est égale à :

$$\frac{\Delta \rho_{ech}}{\rho_{ech}} = \frac{\Delta m}{m_{ech}} + \frac{2\Delta R}{R} + \frac{\Delta e}{e} \tag{7.3}$$

Dans le cas d'un moule parallélépipédique, l'erreur sur la densité est égale à :

$$\frac{\Delta \rho_{ech}}{\rho_{ech}} = \frac{\Delta m}{m_{ech}} + \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta e}{e} \tag{7.4}$$

Mesure de célérité

La célérité des ondes de compression dans l'échantillon c_{ech} est déterminée en mesurant le temps de vol t du signal transmis en présence de l'échantillon et le temps de vol t_{ref} du signal mesuré en transmission dans l'eau. La célérité des échantillons est donnée par :

$$c_{ech} = \frac{e}{(t - t_{ref}) + \frac{e}{c_0}} \tag{7.5}$$

Avec les erreurs commises sur l'épaisseur Δe et sur les temps de vol Δt=0.01 μs, l'erreur de mesure sur la célérité $\frac{\Delta c_{ech}}{c_{ech}}$ est égale à :

$$\frac{\Delta c_{ech}}{c_{ech}} = \left| \frac{1}{e} - \frac{1}{c_0(t - t_{ref}) + e} \right| \Delta e + \left| \frac{2c_0}{c_0(t - t_{ref}) + e} \right| \Delta t. \tag{7.6}$$

On peut remarquer que l'erreur dépend de l'épaisseur de l'échantillon : plus l'échantillon sera épais, plus l'erreur de mesure sur la célérité sera réduite.

Mesure d'absorption

La pente d'absorption dans l'échantillon α_{ech} est également déterminée en effectuant deux mesures : une avec l'échantillon placé entre les deux transducteurs et l'autre sans, comme nous avons pu le voir au chapitre 4. Les effets de diffraction sont négligés. La pente d'absorption α_{ech} est la pente du rapport du logarithme des spectres $|Y_0(f)/Y_{ech}(f)|$ en fonction de la fréquence f divisée par l'épaisseur de l'échantillon e :

$$\alpha_{ech} = \frac{1}{e} \frac{ln\,|Y_0(f)| - ln\,|Y_{ech}(f)|}{f} \tag{7.7}$$

où Y_0 le spectre du signal ultrasonore mesuré en transmission dans l'eau et Y_{ech} le spectre du signal transmis à travers l'échantillon. L'atténuation ainsi définie s'exprime en Np/m/MHz.
On suppose que l'on commet des erreurs sur la mesure de l'épaisseur Δe et sur la mesure de la pente Δp. L'erreur commise sur la pente par régression linéaire Δp est la moyenne quadratique de l'écart entre les points et la loi affine. L'erreur de mesure sur l'absorption $\frac{\Delta \alpha_{ech}}{\alpha_{ech}}$ est égale à :

$$\frac{\Delta \alpha_{ech}}{\alpha_{ech}} = \frac{\Delta e}{e} + \frac{\Delta p}{p}. \tag{7.8}$$

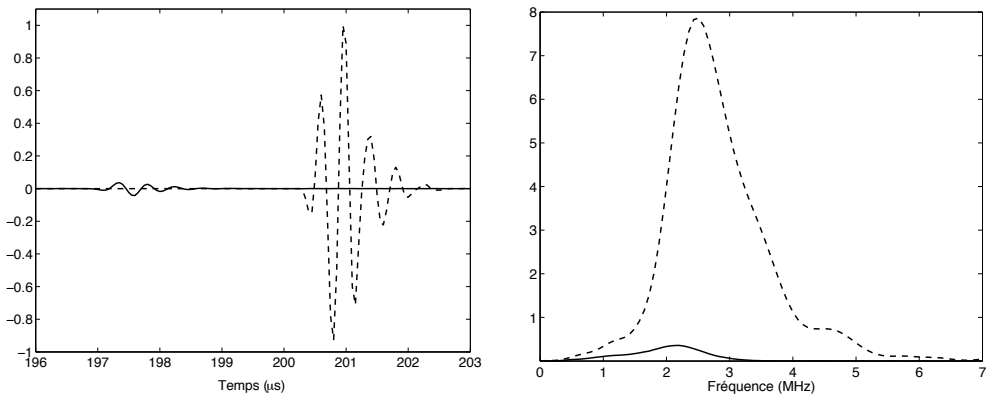
7.2.2 Mesures des paramètres acoustiques en transmission dans différents échantillons façonnés sous la forme de tranches homogènes d'épaisseur constante

Nous avons déterminé l'épaisseur, la célérité et l'absorption pour des échantillons de paraffine et de gels eau-sel.

La paraffine

Deux échantillons sont fabriqués en faisant fondre de la paraffine au bain marie. Une fois liquide, la paraffine est coulée dans un moule parallélépipédique de dimension 11.34 cm $\times$ 8.38 cm. La figure 7.8 représente les signaux mesurés en l'absence d'échantillon et en présence de l'échantillon de paraffine. Le signal transmis à travers l'échantillon de paraffine est très atténué et arrive avant le signal transmis dans l'eau.
Les épaisseurs moyennes des deux échantillons obtenues par mesure ultrasonore sont : 7.57 mm et 17.20 mm (mesurées avec une précision de $\pm$0.3 mm). Les paramètres acoustiques des deux

échantillons sont résumés au tableau 7.2. On peut noter que l'évaluation des paramètres acoustiques sont très proches pour les deux échantillons. Les erreurs pour les mesures d'épaisseur et de célérité pourraient être réduites en utilisant une fréquence d'échantillonnage plus élevée. Comme attendu, les résultats obtenus sont indépendants de l'épaisseur, et l'erreur de mesure sur la célérité est la plus faible pour l'échantillon le plus épais.



(a) (b)

FIG. 7.8 – (a) Signaux mesurés en transmission dans l'eau (en trait pointille) et dans l'échantillon de paraffine (en trait plein). (b) Spectres correspondants.

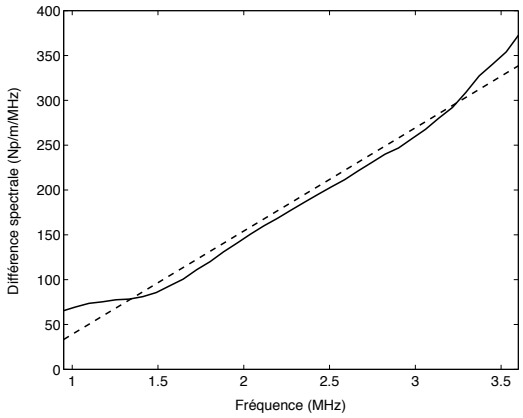


FIG. 7.9 – Exemple de mesure d'absorption : régression linéaire (trait en pointillé) effectuée sur le rapport entre le logarithme des spectres et la fréquence f, divisé par l'épaisseur de l'échantillon (trait plein).

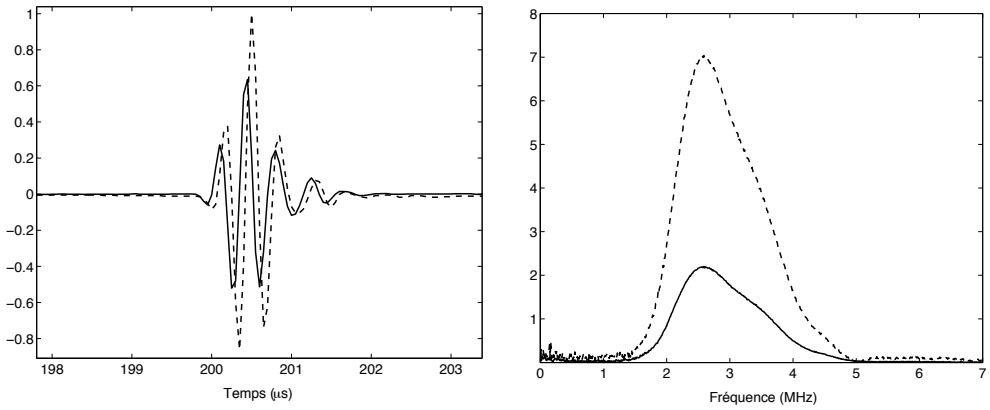
TAB. 7.2 – Caractéristiques acoustiques de la paraffine.

Epaisseur de l'échantillon (mm)	Densité (kg/m^3)	Célérité moyenne (m/s)	Pente d'absorption moyenne (Np/m/MHz)
7.57 ± 0.3	954 ± 39	2073 ± 61	104.3 ± 13.6
17.20 ± 0.3	979 ± 19	2082 ± 37	106.7 ± 10.9

Les gels eau-sel

Pour simuler des milieux biologiques très faiblement contrastés par rapport à l'eau, nous avons utilisé des mélanges d'eau, de poudre d'agar-agar et de sel. La quantité de sel mélangée dans l'eau détermine la célérité et la densité des ondes ultrasonores dans le milieu.
L'agar-agar est un dérivé d'algue utilisé habituellement en biologie comme milieu de croissance des bactéries. Le produit se présente sous forme de poudre. Le gel final est obtenu en mélangeant cette poudre à de l'eau (salée ou non) et en chauffant le tout au-delà de 80^{o}C. En refroidissant (en dessous de 40^{o}C), le mélange se gélifie. Sa consistance dépend de la proportion d'agar-agar. Nous avons choisi une concentration de 2.5$\%$ de poudre en masse afin que le gel soit suffisamment solide pour être manipulable. Un gel d'agar-agar non chargé en sel a des propriétés quasi-identiques à celles de l'eau.
Trois échantillons avec trois pourcentages de sel différents (0$\%$, 5$\%$ et 10$\%$ en masse) ont été réalisés. L'inconvénient des gels eau-sel est que le sel diffuse progressivement dans le bain. En quelques jours (environ sept), le gel a les mêmes propriétés acoustiques que le milieu qui l'entoure (rapport interne LMA G. Rabau 1994). Il est nécessaire de conserver les échantillons fabriqués dans une solution ayant le même pourcentage de sel que le gel et d'utiliser les échantillons rapidement après leur fabrication (deux à trois jours maximum).

Nous avons utilisé des moules cylindriques de rayon 11.23 mm. La figure 7.10 représente les signaux mesurés en transmission dans l'eau (sans échantillon) et dans l'échantillon d'agar-agar ne contenant pas de sel. Contrairement à la paraffine, les ondes acoustiques sont peu atténuées. A l'origine, les expériences sur les gels eau-sel ont été effectuées afin de connaître le paramètre de célérité. Nous n'avons pas mené une étude pour le paramètre d'absorption ce qui nous a permis de modifier les gains d'amplification du générateur en fonction de l'épaisseur des échantillons. Pour des mesures d'atténuation dans de l'agar-agar, on peut se rapporter à Bouakkaz *et al* (1994) qui ont mené une étude sur une large gamme de fréquences, entre 0.2 et 22 MHz. Comme l'eau, l'atténuation des gels d'agar-agar est en fonction du carré de la fréquence. Pour un mélange de 3$\%$ à 4$\%$ d'agar-agar en masse (et en absence de sel), ils trouvent une valeur du coefficient d'atténuation de α_{agar} =63.10^{-4} Np/m/MHz^2, très proche de celui de l'eau (α_{eau} =25.10^{-4} Np/m/MHz^2).



(a) (b)

FIG. 7.10 – (a) Signaux mesurés en transmission dans l'eau (en trait pointillé) et dans l'échantillon d'agar-agar sans sel (en trait plein). (b) Spectres correspondants.

Le tableau 7.3 donne les valeurs mesurées pour l'épaisseur, la densité et la célérité à travers les gels chargés de sel. Comme attendu, le sel présent dans les échantillons fait augmenter la densité et la célérité.

TAB. 7.3 – Caractéristiques acoustiques des gels eau-sel.

% de sel au moment de la fabrication	Epaisseur de l'échantillon (mm)	Densité (kg/m^3)	Célérité moyenne (m/s)
0	12.08 ± 0.3	1005 ± 26	1501 ± 37
0	33.18 ± 0.3	1016 ± 24	1504 ± 14
5	15.15 ± 0.3	1037 ± 23	1560 ± 31
5	35.05 ± 0.3	1057 ± 15	1564 ± 13
10	13.86 ± 0.3	1066 ± 26	1615 ± 34
10	25.74 ± 0.3	1078 ± 24	1619 ± 19

7.2.3 Résumé

Nous avons mesuré les propriétés acoustiques sur différents échantillons façonnés sous la forme de tranches homogènes d'épaisseur quasi-constante. Le tableau 7.4 résume les propriétés acoustiques mesurées pour la paraffine et les gels eau-sel. Dans le paragraphe suivant, nous simulons des lésions présentant d'importants contrastes de célérité et d'impédance avec la paraffine. Nous simulons des milieux plus faiblement contrastés, type tissus mous sains avec les gels eau-sel à 5% et 10% de sel.

TAB. 7.4 – Caractéristiques acoustiques des matériaux étudiés.

	Densité (kg/m^3)	Célérité (m/s)	Impédance (MRayl)
PARAFFINE	966.5	2077	2.007
GEL EAU-SEL À 0% de sel	1010	1502	1.517
GEL EAU-SEL À 5% de sel	1047	1562	1.635
GEL EAU-SEL À 10% de sel	1072	1615	1.731

7.3 Validation expérimentale de la tomographie d'impédance

Nous présentons ici les reconstructions de laplacien d'impédance de deux fantômes : trois inclusions de paraffine dans une matrice d'agar-agar, et trois inclusions d'eau dans une matrice de gel eau-sel à 10% de sel. Le second fantôme présente donc un contraste d'impédance plus faible que le premier.

7.3.1 Description des deux montages expérimentaux

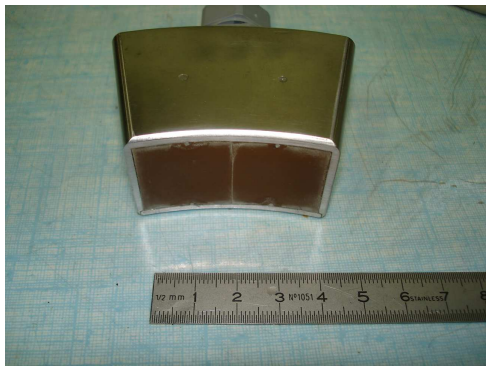
Les acquisitions sont réalisées soit avec la maquette-test de 128 éléments du démontrateur ANAÏS, soit avec le transducteur plan précédemment cité. Il est intéressant de comparer les résultats obtenus avec ces deux montages expérimentaux : ils illustrent les possibilités offertes par des transducteurs quasi-ponctuels (maquette-test) et celles offertes par des transducteurs de grande dimension.

Pour toutes les expériences, la fréquence d'échantillonnage est de 20 MHz, ce qui permet un échantillonnage temporel de 0.05 μs. Les signaux sont enregistrés sur 8 bits et sont moyennés sur cinq tirs (le signal résulte de la moyenne de cinq signaux consécutivement acquis pour une même position des transducteurs émetteur/récepteur et de l'objet).
Afin de synchroniser temporellement tous les signaux sur le centre acoustique de l'antenne circulaire synthétique, des mesures de référence sont réalisées sur un fil fin de nylon.

Expérience réalisée avec la maquette-test 128 éléments

La maquette-test correspond à 1/8$^{\text{ième}}$ de l'antenne semi-circulaire finale de 1024 éléments, de fréquence centrale 3 MHz (Fig. 7.11). Les éléments sont répartis régulièrement tous les 0.32 mm. Les caractéristiques des éléments sont reportées dans le tableau 7.5. Leur petite taille ainsi que leur grande ouverture latérale (55 mm) permettent de se rapprocher de sources et de capteurs ponctuels. Rappelons que la longueur d'onde centrale dans l'eau est de 0.5 mm, un peu moins de deux fois la largeur d'un élément de l'antenne (0.3 mm).

(a) Antenne semi-circulaire finale 1024 éléments et maquette-test 128 éléments.



(b) Maquette 128 éléments.

FIG. 7.11 – Photographies de l'antenne semi-circulaire finale 1024 éléments et de la maquette-test 128 éléments.

Pour le démonstrateur ANAÏS, il sera possible d'émettre et de recevoir sur un sous-ensemble de 32 voies. Lors de la réalisation de cette expérience, nous ne disposions pas d'un tel système multivoies émission/réception mais d'un simple système d'acquisition permettant uniquement une émission et une réception par le même élément (mesure en rétrodiffusion) ou deux éléments distincts (mesure en diffraction). Une antenne circulaire est donc simulée en effectuant plusieurs balayages circulaires sur 360^o avec un pas angulaire de 1^o. L'élément central n^{o}64 de la maquette a été utilisé

TAB. 7.5 – Caractéristiques des éléments de la maquette-test du démonstrateur ANAÏS.

Maquette-test 128 éléments Imasonic	
Fréquence centrale	3 MHz
Bande passante à -6 dB	2.5 MHz
Dimension d'un élément	20 mm $\times$ 0.3 mm
Ouverture latérale	55 mm
Ouverture azimutale (ou en élévation)	1.5 mm
Distance focale	50 mm

en tant qu'émetteur. Le même élément (mesure en rétrodiffusion) ou un élément distinct (mesure en diffraction arrière à $\pm$ 18^o maximum par rapport à la rétrodiffusion) est utilisé en tant que récepteur. Ainsi une tomographie en diffraction utilisant N images cumulées (soit une ouverture composée de N éléments) nécessite N balayages circulaires autour de l'objet.
L'antenne circulaire synthétique est de diamètre 12.25 cm. Pour une moyenne sur cinq tirs, un balayage circulaire mécanique sur 360^o avec un pas angulaire de 1^o s'effectue en environ 1h20min.

Expérience réalisée avec un transducteur plan de fréquence centrale 3 MHz

Les caractéristiques du transducteur plan de fréquence centrale 3 MHz sont données au tableau 7.1.
Une antenne circulaire est simulée en effectuant un seul balayage circulaire (mesure en rétrodiffusion) sur 360^o avec un pas angulaire de 1^o. L'antenne circulaire synthétique ainsi réalisée est de diamètre 14.75 cm, soit environ la distance de transition Fresnel-Fraunhofer.

L'ouverture latérale du transducteur est assez petite (9 mm) par rapport à l'ouverture latérale d'un élément de l'antenne ANAÏS (55 mm). Nous avons réalisé deux expériences. La première consiste en un simple balayage circulaire autour de l'objet, les données étant acquises en rétrodiffusion avec le même transducteur. La seconde a pour but de simuler un transducteur plan ayant une ouverture latérale de 29 mm, soit environ trois fois l'ouverture latérale du transducteur plan. Pour chaque pas du balayage circulaire, nous effectuons un balayage transversal du transducteur sur 20 mm par pas de 2 mm, soit onze positions du transducteur [Fig. 7.12]. Les onze signaux sont ensuite moyennés pour obtenir le signal rétrodiffusé par un transducteur d'ouverture latérale 29 mm.

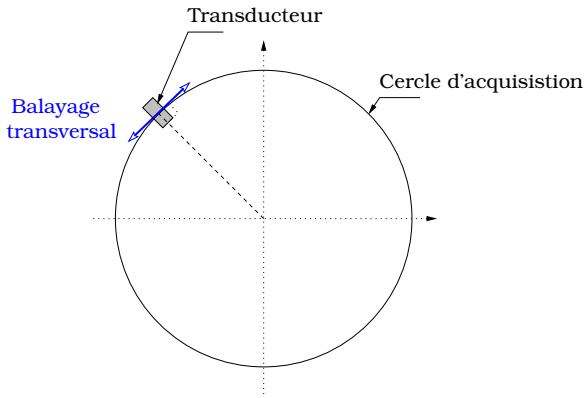


FIG. 7.12 – Balayage transversal du transducteur sur 20 mm avec un pas de 2 mm.

Pour une moyenne sur cinq tirs et un balayage transversal sur 20 mm par pas de 2 mm, le balayage circulaire mécanique sur 360^o par pas angulaire de 1^o s'effectue en environ trois jours. C'est la "durée limite" d'exploitation des gels eau-sel. C'est pour cette raison que nous n'avons pas

réalisé de mesures en diffraction avec le transducteur plan, le temps d'acquisition étant encore plus long.

7.3.2 Présentation et reconstruction des fantômes

Inclusions de paraffine de tailles variables dans une matrice d'agar-agar non chargée en sel

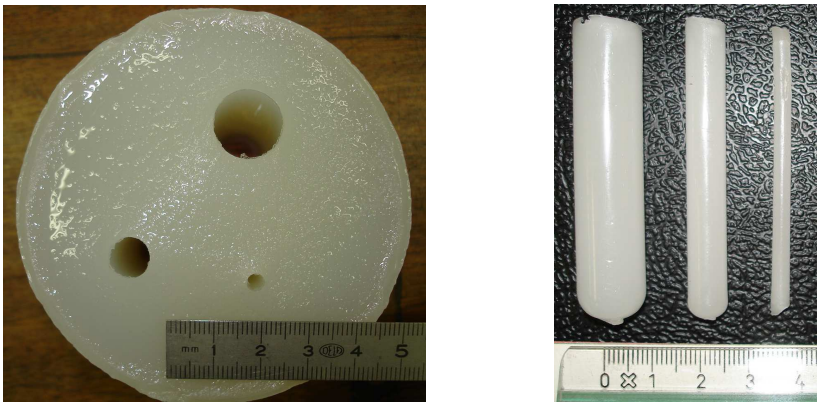
Le fantôme (Fig. 7.13) est une matrice cylindrique d'agar-agar, de diamètre 8 cm et de hauteur 5 cm. L'agar-agar est préparé à partir d'un mélange de 2.5% de poudre d'agar-agar en masse (gel eau-sel à 0% de sel présenté au paragraphe 7.2.2). Le fantôme possède trois inclusions de paraffine cylindriques, de longueur identique 5 cm et de diamètres variables[1] : d_1=14 mm$\approx$28 λ_0, d_2=9 mm $\approx$ 18 λ_0, d_3=3 mm$\approx$6 λ_0 (avec une longueur d'onde dans l'eau de λ_0=0.498 mm pour une célérité de 1495 m/s). Les propriétés acoustiques de ces deux matériaux ont été déterminées au paragraphe 7.2.2 et sont rappelées au tableau 7.6. La variation d'impédance entre le gel d'agar-agar non chargé en sel et la paraffine est de 32%. Les signaux sont enregistrés sur 4096 points.

TAB. 7.6 – Propriétés acoustiques du fantôme d'agar-agar à inclusions de paraffine de tailles variables

Milieu	Impédance	Célérité	Absorption
Eau	1.495 MRayl	1495 m/s	-
Gel d'agar-agar non chargé en sel	1.517 MRayl	1502 m/s	-
Paraffine	2.007 MRayl	2077 m/s	105.5 Np/m/MHz

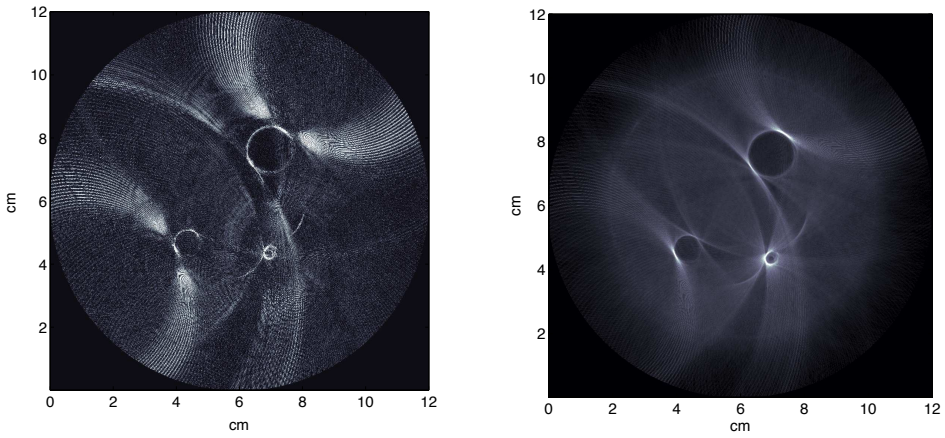
Les figures 7.14 et 7.15 représentent les reconstructions de laplacien d'impédance avec la maquette-test 128 éléments en rétrodiffusion et en diffraction arrière à faible ouverture ($\approx\pm 18^o$). Ces résultats simulent ce que donneraient une antenne circulaire de 360^o éléments répartis tous les 1^o en utilisant, soit le même élément en émission/réception [Fig. 7.14], soit huit angles de diffraction arrière c'est-à-dire 360×8 mesures de diffraction [Fig. 7.15]. Par rapport à l'élément central n^o 64 utilisé à l'émission, les angles de diffraction sont égaux à 17.54^o (élément n^{o}5), 9.51^o (n^{o}32), 0.89^o (n^{o}61), 0^o (n^{o}64), -1.18^o (n^{o}68), -1.48^o (n^{o}69), -9.42^o (n^{o}96), -17.62^o (n^{o}124). On utilise soit le signal radio fréquence [Fig. 7.14(a) et Fig. 7.15(a)], soit l'enveloppe du signal afin d'améliorer le contraste des images [Fig. 7.14(b) et Fig. 7.15(b)]. Les trois inclusions sont détectées, la plus petite inclusion ayant un diamètre de $6\lambda_0$. On peut observer des artéfacts correspondant à des rétroprojections elliptiques dûs à la présence de défauts (proéminences ou creux) sur les inclusions de paraffine. Comme attendu, lorsqu'on utilise plusieurs angles de diffraction et que l'on somme les images reconstruites pour ces divers angles, le rapport signal à bruit est amélioré. En effet, sur l'image reconstruite en diffraction qui utilise l'enveloppe des signaux [Fig. 7.15(b)], les contours de la matrice et des inclusions sont plus nets, et les artéfacts (rétroprojections elliptiques) deviennent flous. On pourra donc espérer obtenir un meilleur résultat en multipliant le nombre d'émetteurs/récepteurs.

[1] Le plus petit diamètre est de l'ordre de $6\lambda_0$, alors que lors des simulations numériques, nous travaillons avec des inclusions de diamètres allant de $4\lambda_0$ à $\lambda_0/2$. Nous n'avons pas réussi à couler ou à usiner de la paraffine pour des diamètres plus petits.



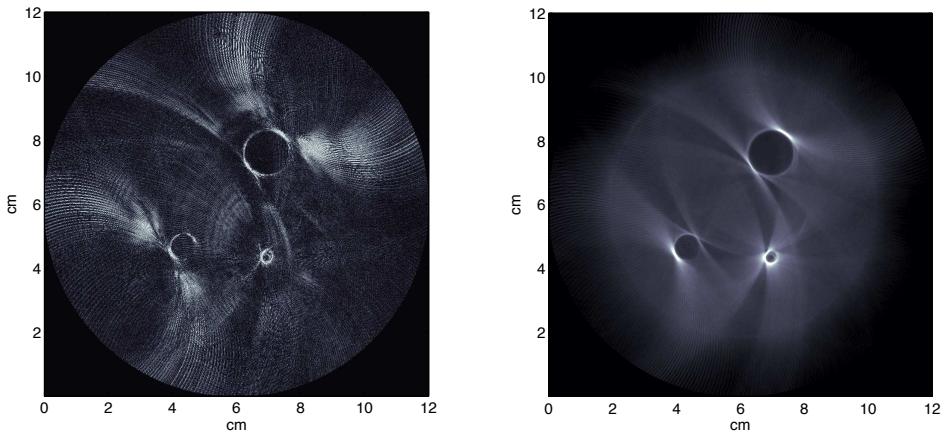
(a) Matrice d'agar-agar non chargée en sel. (b) Inclusions de paraffine.

FIG. 7.13 – Fantôme d'agar-agar utilisé avec la maquette-test 128 éléments. Le fantôme possède trois trous de diamètre d_1=14 mm≈28 λ_0, d_2=9 mm≈18 λ_0, d_3=3 mm≈6 λ_0. Les trous sont ensuite remplis de paraffine.



(a) Utilisation du signal radio fréquence. (b) Utilisation de l'enveloppe du signal.

FIG. 7.14 – Reconstruction de laplacien d'impédance avec la maquette-test 128 éléments, lorsque les données sont acquises en rétrodiffusion.



(a) Utilisation du signal radio fréquence. (b) Utilisation de l'enveloppe du signal.

FIG. 7.15 – Reconstruction de laplacien d'impédance avec la maquette-test 128 éléments lorsque les données sont acquises en diffraction arrière. Images cumulées pour 8 angles de diffraction.

Inclusions d'eau de tailles variables dans une matrice de gel eau-sel à 10% de sel

Le fantôme (Fig. 7.16) est une matrice cylindrique de gel eau-sel à 10% de sel, de diamètre 8 cm et de hauteur 5 cm. Le fantôme possède trois trous remplis d'eau (une fois le fantôme immergé dans la cuve). Ces trous sont de longueur identique 5 cm et de diamètres variables : d_1=14 mm$\approx$29 λ_0, d_2=9 mm $\approx$ 18 λ_0, d_3=3 mm$\approx$6 λ_0 (avec une longueur d'onde dans l'eau de λ_0=0.498 mm pour une célérité de 1495 m/s). Les propriétés acoustiques de ces deux matériaux ont été déterminées au chapitre précédent et sont rappelées au tableau 7.7. La variation d'impédance entre l'eau et le gel eau-sel est de 15%.

TAB. 7.7 – Propriétés acoustiques du fantôme

Milieu	Impédance	Célérité
Eau	1.495 MRayl	1495 m/s
Gel eau-sel à 10% de sel	1.731 MRayl	1615 m/s

Pour l'expérience réalisée avec la maquette-test de 128 éléments, les signaux sont enregistrés sur 4096 points. La figure 7.17 représente la reconstruction de laplacien d'impédance lorsque les données sont acquises en rétrodiffusion avec l'élément central n^{o}64. Seule la plus grande inclusion de diamètre 28λ_0 est détectée.

Pour l'expérience réalisée avec le transducteur plan, les signaux sont enregistrés sur 2048 points de manière à ce que l'acquisition des signaux soit réalisée seulement dans l'objet. Cela permet d'augmenter l'échantillonnage des signaux en amplitude et donc d'améliorer leur qualité. La durée de vie des gels eau-sel étant limitée, nous avons été contraint de fabriquer un nouveau fantôme (non représenté) identique au précédent.
Les figures 7.18 (a) et (b) représentent les reconstructions de laplacien d'impédance lorsque les données sont acquises en rétrodiffusion pour un balayage circulaire simple [Fig. 7.18(a)] et lorsque les données sont acquises en rétrodiffusion pour les balayages circulaire et transversal du transducteur [Fig. 7.18(b)]. Pour les deux reconstructions, seule l'inclusion de diamètre 28λ_0 est détectée, et l'inclusion de diamètre 18λ_0 est tout juste détectée. Pour un transducteur d'ouverture latérale "synthétique" 29 mm [Fig. 7.18(b)], la reconstruction est meilleure : la plus grande inclusion est moins étalée.

Les deux images obtenues avec la maquette-test et le transducteur plan "synthétique" d'ouverture latérale 29 mm permettent d'obtenir une reconstruction quasi-identique pour l'inclusion d'eau de diamètre 28λ_0. Le résultat obtenu avec le transducteur plan "synthétique" est globalement supérieur puisque on peut détecter l'inclusion de diamètre 18λ_0. Cela est dû à l'échantillonnage des signaux, qui est meilleur pour l'expérience avec le transducteur plan (les signaux sont acquis dans l'objet et pas dans le milieu environnant -l'eau-, ce qui améliorent leur qualité). Une expérience identique avec la maquette-test est à refaire afin de :

- faire des mesures en diffraction,
- acquérir les signaux de la même façon que pour le transducteur plan, c'est-à-dire seulement dans l'objet. Il sera par ailleurs possible d'acquérir les signaux sur 12 bits (contre 8 actuellement) grâce au système final d'antenne semi-circulaire ANAÏS.

7.3.3 Discussion et perspectives

L'expérience réalisée avec la maquette-test sur les inclusions de paraffine montre que notre procédure de reconstruction offre un bon pouvoir de résolution. Le contraste d'impédance entre la paraffine et l'agar-agar non chargé en sel est assez élévé (32%). Pour le fantôme de gel eau-sel ayant un contraste d'impédance plus faible (15%), notre méthode d'inversion fournit une image incorrecte : la matrice possède un bruit de diffusion important qui limite le pouvoir de résolution et

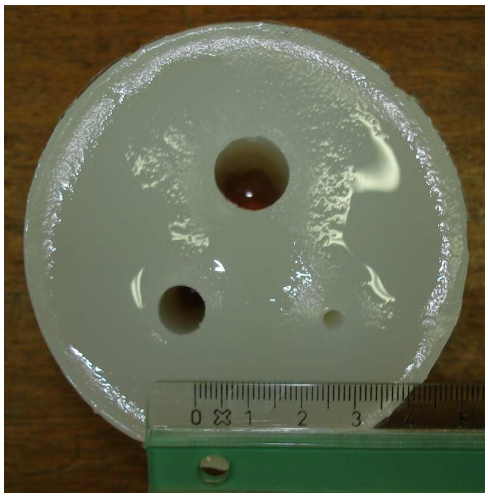


FIG. 7.16 – Fantôme de gel eau-sel à 10% de sel avec trois trous de diamètre d_1=14 mm≈28 λ_0, d_2=9 mm≈18 λ_0, d_3=3 mm≈6 λ_0. Les trous sont ensuite remplis d'eau.

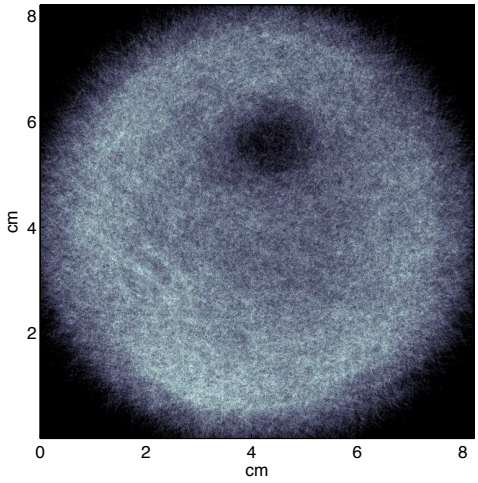
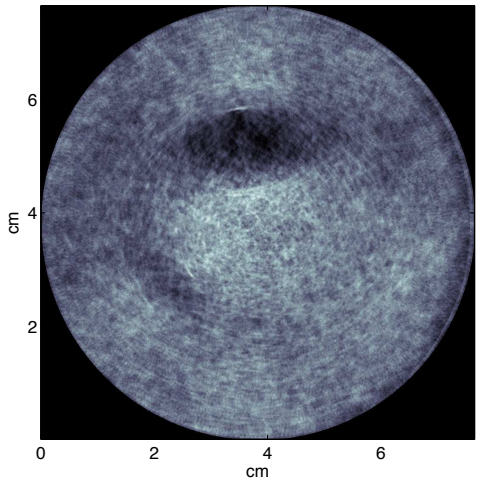
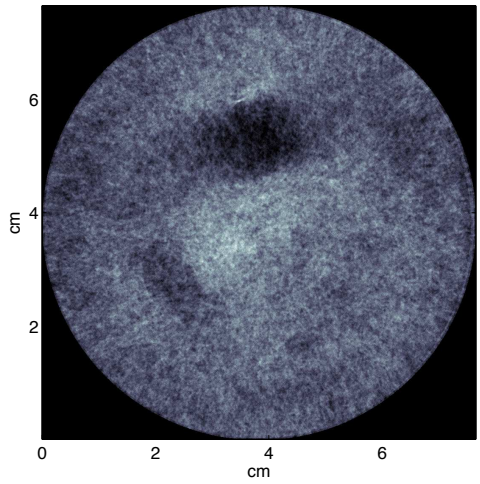


FIG. 7.17 – Reconstructions de laplacien d'impédance avec la maquette-test 128 éléments. Utilisation de l'enveloppe des signaux.



(a) Données acquises en rétrodiffusion. Ouverture latérale du transducteur de 9 mm.

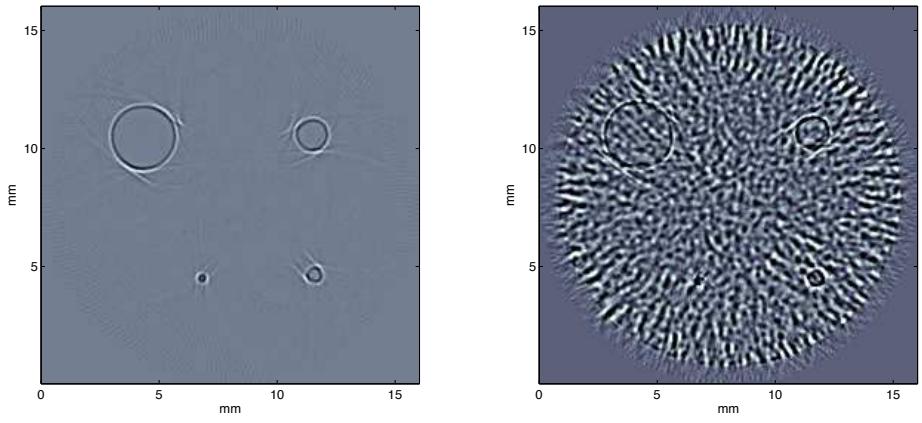


(b) Données acquises avec un balayage transversal afin de simuler un transducteur d'ouverture latérale 29 mm.

FIG. 7.18 – Reconstructions de laplacien d'impédance avec le transducteur plan. On utilise l'enveloppe des signaux (valeur absolue de la transformée de Hilbert).

même le pouvoir de détection.
D'autres expériences sur des fantômes faiblement contrastés ne possédant pas de bruit de structure doivent être réalisées. Plusieurs validations expérimentales de tomographie de réflectivité, utilisant des mélanges à base de glycérol ou de NaCl ou d'huile, ont attiré notre attention. Ashfaq & Ermert (2004) ont réalisé une expérience sur une inclusion de mélange d'agar-agar et de NaCl de diamètre $50\lambda_0$ dans une matrice d'agar-agar. L'inclusion est détectée mais le contour de l'inclusion est flou. André *et al* (1995) ont réalisé une expérience sur des inclusions de mélange d'éthanol et de sel (contraste de célérité variant de 3% à 6%) de diamètre $8\lambda_0$ (inclusions entourées de latex). Duric *et al* (2006), qui travaillent avec la société Techniscan, ont réalisé une expérience sur des inclusions d'alcool (contraste de célérité inférieur à 2%) de diamètre $10\lambda_0$ (inclusions entourées de latex). Toutes ces pistes sont à explorer.

Notre méthode d'inversion (comme toutes les méthodes) est exacte dans l'hypothèse où le modèle physique choisi s'applique. Ainsi, la mauvaise qualité des reconstructions des fantômes de gel eau-sel peut aussi provenir de la chaîne d'acquisition : échantillonnage spatio-temporel, transducteurs non ponctuels possédant des diagrammes de rayonnement complexes (qui varient latéralement et avec la fréquence), étendue spectrale limitée.
Nous pouvons peut-être apporter un élément de réponse sur l'influence de l'échantillonnage spatio-temporel. Les validations numériques présentées au chapitre 1 donnent de bons résultats pour un contraste d'impédance plus faible (7%) et une macrostucture aléatoire. Dans ce cas, l'échantillonnage temporel était de 6.8 ns. Nous avons retraité les signaux des simulations numériques afin d'avoir un enregistrement sur 8 bits et un échantillonnage temporel de 50 ns, soit environ sept fois l'échantillonnage temporel des simulations numériques. La figure 7.19 représente les reconstructions en rétrodiffusion pour les deux fantômes homogène et aléatoire présentés au chapitre 1 au paragraphe 1.5. Elles sont identiques aux reconstructions du chapitre 1 Fig. 1.6(a) et Fig. 1.11(a). On peut en conclure que le problème ne provient pas de l'échantillonnage spatio-temporel.
De la même manière, afin de confirmer notre première explication (macrostructure des fantômes de gel eau-sel), des simulations numériques sur des fantômes possédant différentes macrostructures pourraient être réalisées.



(a) Reconstruction de laplacien d'impédance en rétrodiffusion

(b) Reconstruction de célérité en transmission pure.

FIG. 7.19 – Reconstructions de laplacien d'impédance en rétrodiffusion. Données simulant un enregistement sur 8 bits et un échantillonnage temporel de 50 ns.

7.4 Validation expérimentale de la technique de layer stripping

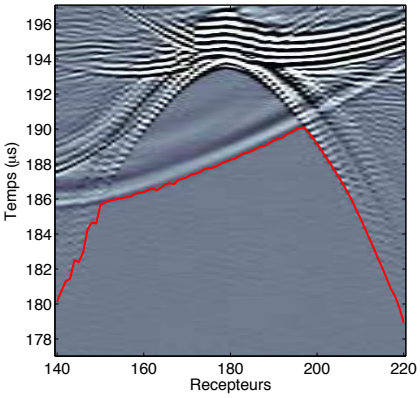
7.4.1 Inclusion de paraffine dans une matrice d'agar-agar non chargée en sel

Le fantôme (Fig. 7.20(a)) est une matrice d'agar-agar (non chargée en sel) de diamètre 8 cm et de hauteur 5 cm. Elle contient une inclusion de paraffine de diamètre 2.6 cm, soit environ $53\lambda_0$. Nous rappelons les résultats du chapitre précédent (pour une célérité dans l'eau de 1495 m/s) : la célérité de l'agar-agar est d'environ 1502 m/s et celle de la paraffine 2077 m/s.
L'expérience est réalisée avec la paire de transducteurs plans de fréquence centrale 3 MHz. La célérité dans l'eau est de 1477 m/s. Le champ total est mesuré en diffraction avant, dans un cône de 80^o autour de la direction de transmission pure. C'est-à-dire que l'on simule une antenne circulaire de 360 éléments, répartis tous les 1^o, en exploitant les angles de diffraction de 140^o à 220^o (180^o correspondant à la transmission pure). On peut observer sur le sinogramme représenté à la figure 7.20(b) que les signaux mesurés autour de la transmission pure ont une meilleure dynamique, cela est dû à la petite ouverture latérale (9 mm) des transducteurs plans.
Comme attendu (voir chapitre 3), la reconstruction par la technique de layer stripping seule [Fig. 7.20(d)] n'est pas satisfaisante. Les figures 7.20(e) et (f) représentent les reconstructions obtenues par la technique de layer stripping améliorée et la tomographie fan beam. On peut remarquer sur les reconstructions Fig. 7.20(d) et (f) que le contour de la matrice d'agar-agar est très marqué. Les célérités moyennes sur chaque rayon émetteur/récepteur sont calculées à partir des signaux mesurés pour les récepteurs 140^o à 220^o. Pour les autres récepteurs, on suppose que l'on se trouve dans l'eau, les célérités moyennes sont donc égales à 1477 m/s, d'où la rupture que l'on peut observer sur le sinogramme Fig. 7.20(c) et sur les reconstructions Fig. 7.20(d) et (f).
Pour la technique de layer stripping améliorée, la célérité de la matrice est fixée à 1471 m/s grâce aux célérités moyennes obtenues à la Fig. 7.20(c). La célérité de la matrice est plus faible que celle attendue (1502 m/s). Lors de cette expérience, la célérité de l'eau est plus basse (1477 m/s) que celle des expériences précédentes (1495 m/s). Il est probable que la célérité de la matrice d'agar-agar soit elle aussi plus basse. Le premier balayage suivant une géométrie d'acquisition conique permet de localiser l'inclusion de paraffine correctement. La seconde étape, qui est la détermination de la célérité de l'inclusion par la technique de layer stripping, donne un résultat assez similaire à celui de la technique de layer stripping seule. Le résultat n'est donc pas satisfaisant.
Pour la tomographie fan beam, l'inclusion est correctement localisée mais son diamètre est surestimé. L'estimation moyenne de la célérité de l'inclusion est de 1863 m/s avec un écart type de 39 m/s. La célérité de la paraffine est sous-estimée (valeur réelle 2077 m/s), provenant de la surestimation du diamètre de l'inclusion.

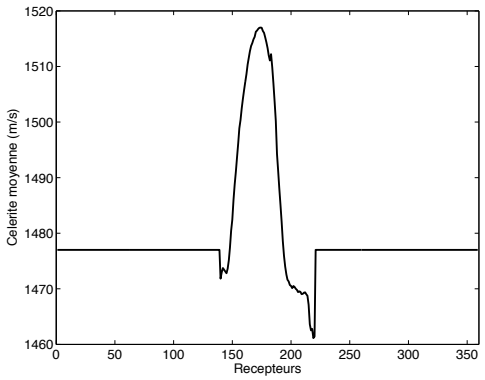
7.4.2 Discussion et perspectives

Nous avons déjà pu observer, lors des validations numériques, l'instabilité de la méthode de layer stripping lorsqu'elle était employée seule. La solution proposée était applicable à des objets simples : inclusions homogènes dans une matrice homogène. L'expérience proposée ici montre que cette solution n'est pas valide. La technique de layer stripping est instable, même si on localise au préalable les inclusions.
Des validations expérimentales complémentaires devront être réalisées sur des inclusions de tailles variables, plus proches des inclusions simulées de plus petites tailles, afin de confirmer l'instabilité de la technique de layer stripping et de connaître les limites de la tomographie fan beam.

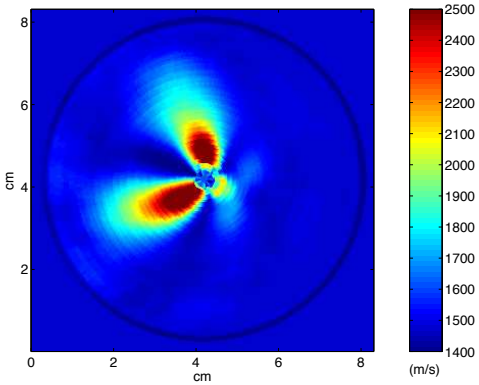
(a) Photographie du fantôme.



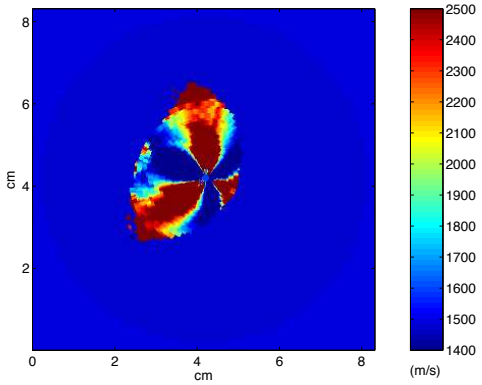
(b) Sinogramme



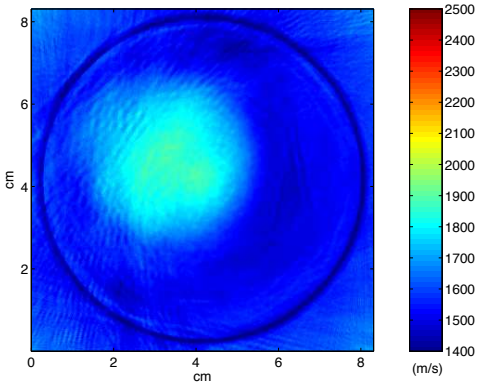
(c) Profil des célérités intégrées sur chaque rayon émetteur/récepteur pour un émetteur.



(d) Reconstruction de la carte de célérité en utilisant la technique de layer stripping seule.



(e) Reconstruction de la carte de célérité en utilisant la technique de layer stripping améliorée.



(f) Reconstruction de la carte de célérité en utilisant la tomographie fan beam de rayons droits.

FIG. 7.20 – Inclusion de paraffine dans une matrice d'agar-agar.

Conclusion et perspectives

Le travail présenté dans ce manuscrit est une contribution à la tomographie ultrasonore qualitative et quantitative dédiée à la détection du cancer du sein. Nous nous sommes intéressés à deux types de tomographie ultrasonore qui correspondent à deux configurations d'acquisition différentes :

- la tomographie de laplacien d'impédance en diffraction arrière qualitative,
- la tomographie en transmission (et en diffraction avant) quantitative.

Toutes deux sont fondées sur l'hypothèse de milieu faiblement hétérogène afin de pouvoir utiliser l'approximation de Born pour la tomographie en réflexion et en diffraction arrière, et une approximation de rayons droits pour la tomographie en transmission de célérité et d'absorption.
Le tableau 7.8 résume les différentes méthodes de reconstruction étudiées dans le manuscrit.

TAB. 7.8 – Tableau résumant les techniques étudiées, leurs points forts et leurs défauts

	Algorithme de rétroprojection elliptique chapitre 1	Technique de layer stripping pour la célérité chapitre 3	Tomographie d'absorption chapitre 4	Méthode d'optimisation pour la tomographie d'impédance chapitre 5
Tomographie	qualitative	quantitative		
Objectif	résolution	caractérisation tissulaire		
Méthode	linéaire			non linéaire
Informations traitée	signaux RF	Intégrales le long des trajets émetteur/récepteur du paramètre étudié		signaux RF
Point fort	résolution	meillleur résultat à la surface	correction des effets de diffraction	aucune hypothèse sur la propagation
Approximation/ Défaut	Born (diffraction multiple négligée)	rayons droits + objets constants par morceaux	rayons droits	objets constants par morceaux

Tomographie qualitative

La tomographie en diffraction arrière utilise le signal radio-fréquence, le champ diffracté étant naturellement isolé dans le domaine temporel. La méthode d'inversion est basée sur un algorithme de rétroprojection elliptique filtrée, établi grâce à l'introduction de la transformée de Radon elliptique et à l'extension au champ proche du classique théorème coupe-projection. Nous avons montré que l'on peut reconstruire le laplacien d'impédance en rétrodiffusion, et un objet composite résultant de l'addition des contributions des deux paramètres (impédance et célérité) selon les angles utilisés

en diffraction arrière. Néanmoins, du fait de la bande passante limitée des transducteurs, l'image reconstruite est qualitative dans le sens où il s'agit d'une version filtrée passe-bande de la distribution des paramètres. Cette méthode de tomographie en diffraction arrière apporte un bon pouvoir de résolution (validation numérique chapitres 1 et 6, validation expérimentale chapitre 7). Néanmoins ces validations numérique et expérimentale ont été effectuées sur des objets à géométrie simple. Afin de nous rapprocher des conditions opératoires du radiologue, nous avons développé des fantômes anatomiques bidimensionnels de sein.
Le modèle acoustique numérique 2D de sein proposé au chapitre 2 a permis de reproduire les principaux effets de réfraction et de diffraction que l'on doit prendre en compte dans les techniques ultrasonores de construction d'image. Grâce à cet essai numérique, notre méthode d'inversion tomographique est validée dans un cadre plus réaliste. Par ailleurs, l'image échographique simulée que nous avons obtenue est ressemblante à une image échographique réelle ; on peut espérer qu'il en sera de même pour l'image tomographique simulée une fois le système d'antenne semi-circulaire réalisé.

Perspectives pour la tomographie qualitative : la suite immédiate de ces travaux est la poursuite des validations expérimentales avec l'antenne semi-circulaire finale sur des fantômes bidimensionnels à géométrie cylindrique puis tridimensionnels et enfin sur de véritables seins.

Tomographie quantitative

La tomographie en transmission et en diffraction avant utilise les intégrales le long des différents trajets droits émetteur/récepteur du paramètre étudié (la célérité ou l'absorption). Notre but était d'améliorer les techniques classiques de rayons droits plus légères que les méthodes itératives non-linéaires (plus évoluées) et donc plus facilement applicables avec la technologie actuelle. Pour cela, trois méthodes ont été utilisées : la méthode de layer stripping pour le paramètre de célérité, la tomographie d'absorption avec correction des effets de diffraction et la méthode d'optimisation pour la tomographie d'impédance.

Nous avons montré au chapitre 3 que la méthode de layer stripping améliorée est seulement applicable à des objets simples et n'est pas adaptée au sein, organe à structure complexe. En effet, dans le cas d'un essai numérique avec un objet plus réaliste avec une couche de peau, la tomographie fan beam est plus performante. De plus, la validation expérimentale présentée au chapitre 7 sur une inclusion de bougie de 52 λ de diamètre a montré que cette méthode est instable : en profondeur, les erreurs successives s'accumulent.

L'étude réalisée sur la tomographie d'absorption montre que le processus de diffraction par le milieu ne peut pas être négligé, même pour des tissus dont le contraste de célérité est faible. Sur la base d'essais numériques, la méthode de correction des effets de diffraction proposée donne de bons résultats avec une tomographie pourtant simplifiée de rayons droits (chapitres 4 et 6).

La méthode d'optimisation utilisée pour la tomographie quantitative d'impédance (chapitre 5) est dans son état actuel applicable à des objets simples. L'idée est de combiner la tomographie qualitative de laplacien d'impédance pour obtenir l'information de nature géométrique, et une méthode d'optimisation pour atteindre l'information quantitative. Dans le cas où l'objet équivalent est assez proche de l'objet à imager, l'estimation du paramètre d'impédance est bonne. De plus, la méthode est robuste aux milieux aléatoires. La méthode serait applicable au sein si au lieu d'utiliser un problème direct analytique (calcul analytique de la réponse d'un corps canonique), on utilisait des simulations numériques basées sur des fantômes numériques de sein telles que ceux présentés au chapitre 2. Mais les temps de calcul seraient extrêmement longs. L'utilisation d'une simulation numérique en tant que problème direct serait trop lourde à mettre en oeuvre pour envisager une application avec les technologies actuelles.

Perspectives pour la tomographie quantitative :
Tomographie de célérité : le paramètre de célérité est important puisqu'il est l'un des paramètres qui permet la caractérisation tissulaire, et de plus, il conditionne souvent les méthodes de correction pour les tomographies de réflectivité et d'absorption. La technique de layer stripping proposée est

instable et la diffusion avant est inaccessible à la mesure directe (nous ne sommes pas capable actuellement d'appliquer la tomographie en diffraction pour le paramètre de célérité). Une des voies possibles est l'utilisation des méthodes itératives non-linéaires (plus lourdes à mettre en oeuvre). Néanmoins, si les validations numériques des méthodes itératives non-linéaires sont nombreuses, les validations expérimentales sont plus rares. On peut citer les expériences de Lu *et al* (1996) qui collaborent avec le groupe de M. P. André et celles de Duric *et al* (2005) qui collaborent avec la société Techniscan. Au sein de notre laboratoire, Guillermin & Lasaygues (2006) sont en train de valider expérimentalement une méthode de Born itératif distordue pour un objet fortement contrasté similaire à un os. La méthode consiste à utiliser comme solution initiale une reconstruction utilisant l'approximation de Born puis à réévaluer la fonction objet et la fonction de Green à chaque itération pour les rendre compatible avec les mesures. Il serait intéressant de voir la robustesse de cette méthode pour les tissus faiblement contrastés.

Tomographie d'absorption avec correction des effets de diffraction : Deux problèmes doivent être résolus afin de pouvoir appliquer notre procédure de correction dans des conditions pratiques d'expérimentation. Le premier est que la simulation numérique (pour la correction) doit être réalisée sans dispersion numérique. Pour travailler sur des domaines de simulation de taille réaliste (de l'ordre de 10 cm), une solution serait de travailler à une fréquence plus basse de 1 MHz, comme nous l'avons fait pour le fantôme réaliste de sein au chapitre 2. Le second problème est la diffraction des transducteurs. Lors des validations numériques, nous nous sommes focalisés sur la correction de la diffraction par les hétérogénéités. Nous n'avons pas abordé ce problème car les transducteurs émetteurs simulés sont des sources ponctuelles et les transducteurs récepteurs sont de simples points de mesure transparents. Pour des validations expérimentales, il sera nécessaire de simuler correctement les transducteurs qui possèdent des diagrammes de rayonnement variant à la fois latéralement et en fréquence. A cette fin, nous pourrons nous appuyer sur les articles de Xu & Kaufman (1993) et Droin *et al* (1998) qui s'intéressent aux effets de diffraction des transducteurs sur les mesures d'atténuation.

Fantômes réalistes pour la tomographie quantitative : Contrairement à la tomographie en diffraction arrière (qualitative) pour laquelle nous avons développé un fantôme réaliste de sein, nous avons réalisé en transmission des validations numériques sur des objets simples : inclusions homogènes dans une matrice homogène. La suite serait la validation numérique sur deux fantômes numériques anatomiques bidimensionnels de sein, caractérisés en terme d'impédance, de célérité et d'atténuation : l'un identique pour la géométrie à celui présenté au chapitre 2 (validation des méthodes sur 180^o), l'autre semblable pour la géométrie à celui développé par Manry & Broshat (1996) [Fig. 2.4 chapitre 2] (validation des méthodes sur 360^o).

En résumé, parmi les quatre méthodes de reconstruction étudiées, deux méthodes semblent susceptibles d'être applicables à la détection du cancer du sein : l'algorithme de rétroprojection elliptique filtrée (tomographie qualitative hautement résolue) et la tomographie quantitative d'absorption avec correction des effets de diffraction.

Ainsi la tomographie ultrasonore appliquée à la détection du cancer du sein doit encore faire ses preuves non seulement pour l'imagerie qualitative, et on espère que des essais cliniques avec le prototype d'antenne semi-circulaire confirmeront nos espérances, mais aussi pour l'imagerie quantitative qui représente encore aujourd'hui un véritable défi. De nombreuses pistes restent à explorer : la tomographie d'absorption avec correction des effets de diffraction et les méthodes itératives non-linéaires pour le paramètre de célérité et peut-être pour le paramètre d'absorption. Par ailleurs, un autre paramètre pertinent pour la différenciation tissulaire est l'élasticité : une tomographie d'élasticité pourrait être envisagée. Toutes ces problématiques pourront être abordées avec le démonstrateur ANAÏS.

Quatrième partie

Annexes

Annexe A

Transformée de Fourier Elliptique

Nous rappelons dans cette partie quelques propriétés de la transformée de Fourier Elliptique introduite par S. Mensah [Mensah *et al* 2006]. On rappelle que le produit scalaire elliptique "$\otimes$" associé à une configuration fixée $(\mathbf{e},\ \mathbf{r})$ ou, à la forme équivalente $(\phi,\ \theta)$ est défini par :

$$\begin{aligned} \mathbf{K} \otimes \mathbf{x} &= -k\, \mathbf{n}_{\phi,\theta} \otimes \mathbf{x} \\ &\triangleq -k\left(\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_{\mathbf{K}}\| + \|\mathbf{x}-\mathbf{r}_{\mathbf{K}}\|\right). \end{aligned} \tag{A.1}$$

Afin de rendre les calculs qui suivent plus lisibles, on notera $\mathbf{K}\otimes(\mathbf{x}\ominus\mathbf{y}) = \mathbf{K}\otimes\mathbf{x} - \mathbf{K}\otimes\mathbf{y}$, le produit scalaire elliptique "$\otimes$" n'étant pas distributif.

A.1 Définition de la transformée de Fourier elliptique inverse

La transformée de Fourier elliptique inverse est définie par :

$$\boxed{\mathcal{F}_{\mathcal{E}}^{-1}\left(\breve{f}(\mathbf{K})\right) = f\left(\mathbf{x}\right) = \frac{1}{(2\pi)^N}\int \breve{f}(\mathbf{K})[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}\, d\mathbf{K}}. \tag{A.2}$$

En effet,

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{\mathcal{E}}^{-1}\left(\breve{f}(\mathbf{K})\right) &= \frac{1}{(2\pi)^N}\int \breve{f}(\mathbf{K})[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}\, e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}\, d\mathbf{K} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^N}\int\int f(\mathbf{y})\frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{y}}}{[\mathbf{y}]_{\mathbf{K}}}\, d\mathbf{y}\ [\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}\, e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}\, d\mathbf{K} \\ &= \int f(\mathbf{y})\ \frac{1}{(2\pi)^N}\int \frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}{[\mathbf{y}]_{\mathbf{K}}}\, e^{i\mathbf{K}\otimes(\mathbf{x}\ominus\mathbf{y})}\, d\mathbf{K}d\mathbf{y} \end{aligned} \tag{A.3}$$

La dernière intégrale de l'Eq.(A.3) est la distribution de Dirac (annexe A.2) :

$$\frac{1}{(2\pi)^N}\ \int \frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}{[\mathbf{y}]_{\mathbf{K}}}\, e^{i\mathbf{K}\otimes(\mathbf{x}\ominus\mathbf{y})}\ d\mathbf{K} = \delta(\mathbf{x}-\mathbf{y}). \tag{A.4}$$

Au sens des distributions, nous obtenons :

$$\mathcal{F}_{\mathcal{E}}^{-1}\left(\breve{f}(\mathbf{K})\right) = \int f(\mathbf{y})\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y})\ d\mathbf{y} = f(\mathbf{x}) \tag{A.5}$$

A.2 Distributions de Dirac

Soit la distribution de Dirac δ définie comme la tranformée de Fourier Elliptique directe (respectivement inverse) de la fonction unité de $\mathbf{x}$ (respectivement de $\mathbf{K}$) :

$$\delta(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^N}\int [\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}\, e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}} d\mathbf{K}, \tag{A.6}$$

$$\breve{\delta}(\mathbf{K}) = \int \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} d\mathbf{x}. \tag{A.7}$$

On peut donc écrire :

$$\begin{aligned}
\delta(\mathbf{x}) &= \frac{1}{(2\pi)^N} \int \breve{\delta}(\mathbf{K}) [\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}\, e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}} d\mathbf{K} \\
&= \frac{1}{(2\pi)^N} \int \left[\int \delta(\mathbf{y}) \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{y}}}{[\mathbf{y}]_{\mathbf{K}}} d\mathbf{y} \right] [\mathbf{x}]_{\mathbf{K}} e^{i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}} d\mathbf{K} \\
&= \int \delta(\mathbf{y}) \left[\frac{1}{(2\pi)^N} \int \frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}{[\mathbf{y}]_{\mathbf{K}}}\, e^{i\mathbf{K}\otimes(\mathbf{x}\ominus\mathbf{y})}\, d\mathbf{K} \right] d\mathbf{y}.
\end{aligned}$$

Cette dernière relation est vrai si le terme entre crochet est égal à :

$$\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y}) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int \frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}{[\mathbf{y}]_{\mathbf{K}}}\, e^{i\mathbf{K}\otimes(\mathbf{x}\ominus\mathbf{y})}\, d\mathbf{K}. \tag{A.8}$$

De la même manière, on peut écrire :

$$\delta(\mathbf{x}-\mathbf{y}-\mathbf{z}) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int \frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}{[\mathbf{y}]_{\mathbf{K}}\,[\mathbf{z}]_{\mathbf{K}}}\, e^{i\mathbf{K}\otimes(\mathbf{x}\ominus\mathbf{y}\ominus\mathbf{z})}\, d\mathbf{K}, \tag{A.9}$$

$$\delta(\mathbf{K}-\mathbf{Z}) = \frac{1}{(2\pi)^N} \int \frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}\, e^{-i(\mathbf{K}\ominus\mathbf{Z})\otimes\mathbf{x}}\, d\mathbf{x}, \tag{A.10}$$

$$\delta(\mathbf{K}-\mathbf{Z}-\mathbf{Y}) = \frac{1}{(2\pi)^{2N}} \int \frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}\,[\mathbf{x}]_{\mathbf{Y}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}\, e^{-i(\mathbf{K}\ominus\mathbf{Z}\ominus\mathbf{Y})\otimes\mathbf{x}}\, d\mathbf{x}. \tag{A.11}$$

A.3 Règle de dérivation

On cherche à calculer la valeur de la transformée de Fourier du gradient projeté, $\mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}(\mathbf{x})\cdot\mathbf{grad}\, g(\mathbf{x})$, d'une fonction paramètre g définie sur un support compact $\mathcal{D}$. Ce calcul est effectué à la position arbitraire $\mathbf{K} = k\,\mathbf{n}_{\phi,\theta=\theta_0}$ du domaine spectral elliptique :

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_{\mathcal{E}}\left(\mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}\cdot\mathbf{grad}\; g\right)(\mathbf{K}) &= \int \mathbf{grad}\;\left(g(\mathbf{x})\right)\mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}(\mathbf{x}) \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}} d\mathbf{x} \\
&= \int \mathbf{grad}\;\left(\frac{1}{(2\pi)^N}\int \breve{g}(\mathbf{Z})[\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}\, e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}}\, d\mathbf{Z}\right)\mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}(\mathbf{x}) \frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}\, d\mathbf{x}.
\end{aligned} \tag{A.12}$$

Or,

$$\begin{aligned}
\mathbf{grad}\left([\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}\, e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}}\right) &= \mathbf{grad}\left([\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}\right)\, e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}} + [\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}\mathbf{grad}\left(e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}}\right) \\
&= 16\pi^2\left(\mathbf{n}_{e_{\mathbf{Z}}}\|\mathbf{x}-\mathbf{r}_{\mathbf{Z}}\| + \mathbf{n}_{r_{\mathbf{Z}}}\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_{\mathbf{Z}}\|\right) e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}} \\
&\quad + [\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}\mathbf{grad}\left(-ik\left(\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_{\mathbf{Z}}\| + \|\mathbf{x}-\mathbf{r}_{\mathbf{Z}}\|\right)\right) e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}} \\
&= [\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}} e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}}\left(\mathbf{n}_{e_{\mathbf{Z}}}\left(\frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_{\mathbf{Z}\|}} - ik\right) + \mathbf{n}_{r_{\mathbf{Z}}}\left(\frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{r}_{\mathbf{Z}\|}} - ik\right)\right).
\end{aligned} \tag{A.13}$$

On notera par la suite pour une onde auscultatrice de vecteur d'onde $\mathbf{K}$: :

$$\mathcal{K}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{x}) = \left[\mathbf{n}_{e_{\mathbf{Z}}}\left(\frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_{\mathbf{Z}\|}} - ik\right) + \mathbf{n}_{r_{\mathbf{Z}}}\left(\frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{r}_{\mathbf{Z}\|}} - ik\right)\right]\cdot\mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}. \tag{A.14}$$

On obtient :

$$\begin{aligned}
\mathcal{F}_{\mathcal{E}}\left(\mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}\cdot\mathbf{grad}\ g\right)(\mathbf{K}) &= \int \frac{1}{(2\pi)^N}\left(\int \mathcal{K}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{x})\,\breve{g}(\mathbf{Z})\,\frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}\,e^{-i(\mathbf{K}\ominus\mathbf{Z})\otimes\mathbf{x}}\,d\mathbf{Z}\right)\,d\mathbf{x}\\
&= \int_Z \breve{g}(\mathbf{Z})\,\frac{1}{(2\pi)^{2N}}\int_{\mathbf{x}}\int_{\mathbf{Y}}\breve{\mathcal{K}}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Y})[\mathbf{x}]_{\mathbf{Y}}\,e^{i\mathbf{Y}\otimes\mathbf{x}}\,d\mathbf{Y}\times\frac{[\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}\,e^{-i(\mathbf{K}\ominus\mathbf{Z})\otimes\mathbf{x}}\,d\mathbf{x}\,d\mathbf{Z}\\
&= \int \breve{g}(\mathbf{Z})\int\breve{\mathcal{K}}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{Y})\,\delta(\mathbf{K}-\mathbf{Z}-\mathbf{Y})\,d\mathbf{Y}\,d\mathbf{Z}\\
&= \int \breve{g}(\mathbf{Z})\,\breve{\mathcal{K}}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{K}-\mathbf{Z})\,d\mathbf{Z}.
\end{aligned} \tag{A.15}$$

Dans l'expression de $\mathcal{K}_{\mathbf{Z}}$ à l'Eq. (A.14), les termes $\frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_{\mathbf{Z}}\|}$ et $\frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{r}_{\mathbf{Z}}\|}$ sont négligeables devant k, comme nous avons pu le voir pour l'écriture de l'Eq. 1.10 [1] :

$$\mathcal{K}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{x}) \simeq -ik\left[\mathbf{n}_{e_{\mathbf{Z}}}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{r_{\mathbf{Z}}}(\mathbf{x})\right].\mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}(\mathbf{x}). \tag{A.16}$$

De plus, comme on peut l'observer à la figure A.1, $[\mathbf{n}_{e_{\mathbf{Z}}}(\mathbf{x}) + \mathbf{n}_{r_{\mathbf{Z}}}(\mathbf{x})]\,.\mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}$ varie sur une distance inférieure à D=20 cm. Par conséquent, $\mathcal{K}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{x})$ est à variations très lentes suivant $\mathbf{x}$ puisque l'étendue spectrale $\breve{\mathcal{K}}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{K})$ est de l'ordre de $D\omega/c$, soit environ $c/D = 7700$ fois plus petite que la fréquence centrale de l'onde émise. Par conséquent, l'angle $\left(\widehat{\mathbf{K},\mathbf{\Gamma}}\right) < 1°$, et on obtient

$$\mathcal{K}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{x}) \simeq \mathcal{K}_{\mathbf{K}}(\mathbf{x}) = -ik\left[1 + \mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}(\mathbf{x})\,.\,\mathbf{n}_{r_{\mathbf{K}}}(\mathbf{x})\right]. \tag{A.17}$$

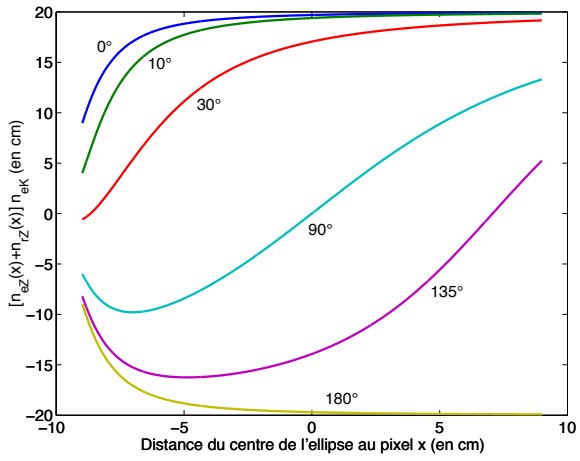


FIG. A.1 – Profils de $\mathcal{K}_{\mathbf{Z}}(\mathbf{x})$ suivant la direction $\mathbf{n}_{\phi}$ à différents angles $\left(\widehat{\mathbf{K},\mathbf{Z}}\right)$.

Nous notons "$\circledast$" la convolution (spectrale) elliptique définie par :

$$\breve{g}\circledast\breve{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}}(\mathbf{K}) = \int \breve{g}(\mathbf{Z})\,\breve{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}}(\mathbf{K}-\mathbf{Z})\,d\mathbf{Z}. \tag{A.18}$$

Ainsi, nous venons d'établir la règle de dérivation :

$$\mathcal{F}_{\mathcal{E}}\left(\mathbf{n}_{e_{\mathbf{K}}}\cdot\mathbf{grad}\ g\right)(\mathbf{K}) \approx \breve{g}\circledast\breve{\mathcal{K}}_{\mathbf{K}}(\mathbf{K}). \tag{A.19}$$

[1] Si on considère que la célérité moyenne de l'organe à imager est $c_0 \approx 1540$ m/s, et que l'on travaille à 3 MHz, on obtient $k = 12240\ \mathrm{m}^{-1}$, grand devant $\frac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}\|} < \frac{1}{\text{rayon}_{\text{antenne}}}$=10 m^{-1}.

A.4 Calcul de $\mathcal{F}_{\mathcal{E}}[\Delta\xi(\mathbf{x})]$

On cherche à calculer $\mathcal{F}_{\mathcal{E}}[\text{div}\,(\mathbf{grad}\xi(\mathbf{x}))]$. On travaille en rétrodiffusion ($\mathbf{n}_e = \mathbf{n}_r$).

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_{\mathcal{E}}[\text{div}\,(\mathbf{grad}\xi(\mathbf{x}))] &= \int_{\mathbf{x}} \text{div}\,[\mathbf{grad}\ (\xi(\mathbf{x}))]\,\frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}d\mathbf{x} \\ &= \int_{\mathbf{x}} \text{div}\left[\mathbf{grad}\ \left(\frac{1}{(2\pi)^N}\int_{\mathbf{Z}} \breve{\xi}(\mathbf{Z})[\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}\, e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}}\, d\mathbf{Z}\right)\right]\frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}\, d\mathbf{x}.\end{aligned} \tag{A.20}$$

En utilisant l'Eq. (A.13) et en négligeant le terme $\dfrac{1}{\|\mathbf{x}-\mathbf{e}_{\mathbf{Z}}\|}$ devant k, on obtient :

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_{\mathcal{E}}[\text{div}\,(\mathbf{grad}\xi(\mathbf{x}))] &= \frac{1}{(2\pi)^N}\int_{\mathbf{Z}}\breve{\xi}(\mathbf{Z})\int_{\mathbf{x}}\text{div}\left[-2ik\mathbf{n}_{e_{\mathbf{Z}}}(\mathbf{x})[\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}}\right]\frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}\, d\mathbf{x}d\mathbf{Z} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^N}\int_{\mathbf{Z}}\breve{\xi}(\mathbf{Z})\int_{\mathbf{x}}-2ik\ \mathbf{n}_{e_{\mathbf{Z}}}(\mathbf{x})\mathbf{grad}\left[[\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}}\right]\frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}\, d\mathbf{x}d\mathbf{Z} \\ &= \frac{1}{(2\pi)^N}\int_{\mathbf{Z}}\breve{\xi}(\mathbf{Z})\int_{\mathbf{x}}-4k^2[\mathbf{x}]_{\mathbf{Z}}e^{i\mathbf{Z}\otimes\mathbf{x}}\frac{e^{-i\mathbf{K}\otimes\mathbf{x}}}{[\mathbf{x}]_{\mathbf{K}}}\, d\mathbf{x}d\mathbf{Z} \\ &= -4k^2\,\frac{1}{(2\pi)^N}\int_{\mathbf{Z}}\breve{\xi}(\mathbf{Z})\delta\,(\mathbf{K}-\mathbf{Z})\,d\mathbf{Z} \\ &= -4k^2\breve{\xi}(\mathbf{K}).\end{aligned} \tag{A.21}$$

On a donc établi que :

$$2k^2\ \breve{\xi}(\mathbf{K})_{|\mathbf{K}=k\,\mathbf{n}_{\phi,0}} = -\frac{1}{2}\mathcal{F}_{\mathcal{E}}[\Delta\xi(\mathbf{x})], \tag{A.22}$$

Annexe B

Codes de propagation acoustique et visco-acoustique

Nous présentons deux versions du même code de propagation, une version acoustique et une version visco-acoustique, utilisées pour réaliser des simulations numériques de milieux fluides non homogènes. La **modélisation numérique est une aide précieuse pour le physicien**, elle n'est pas pour autant une boîte noire à utiliser sans discernement. Nous présentons donc certaines propriétés numériques et géométriques de ce code que l'utilisateur doit connaître afin de réaliser des expériences numériques correctes.

Le code de propagation acoustique a été élaboré par C. Tsogka à la suite de sa thèse (Tsogka 1999) et est une version simplifiée d'un code de propagation à l'origine élastique. Par la suite, une version intégrant les phénomènes de dispersion/absorption -version visco-acoustique- a été développée par J.-P. Groby (2005) durant sa thèse au LMA. Nous intéresserons dans un premier temps au problème acoustique, puis dans un second temps au problème visco-acoustique. Nous verrons comment la simulation de la propagation acoustique ou visco-acoustique peut être réalisée directement dans le domaine temporel, à partir d'une approche discrétisée des équations de propagation. La présentation du code se veut succincte ; le lecteur pourra trouver des compléments d'informations dans les articles (Groby & Tsogka 2003, 2006) ou la thèse (Groby 2005).

NB Dans ce chapitre, nous définissons $s(\mathbf{x}, \omega)$ la transformée de Fourier de $s(\mathbf{x}, t)$ par

$$s(\mathbf{x}, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\mathbf{x}, t) e^{i\omega t} dt, \tag{B.1}$$

ω étant la fréquence angulaire.

B.1 Le code de propagation acoustique

La méthode numérique pour résoudre le problème acoustique est basée sur la discrétisation d'une formulation mixte célérité-pression du premier ordre. La discrétisation en espace est effectuée à l'aide des nouveaux éléments finis mixtes (Bécache *et al* 2000). Pour la discrétisation en temps, on utilise un schéma de différences finies centré d'ordre 2. Dans nos simulations, nous supposons le problème posé dans un milieu non borné. Afin de résoudre ceci numériquement, la technique des couches absorbantes parfaitement adaptées (PML, de l'anglais Perfectly Matched Layer) permet de se ramener à un domaine de calcul borné. En effet, le principe général de la méthode PML est d'accoler au milieu de propagation, un milieu absorbant qui ne génère aucune réflexion à l'interface tel que la restriction de la solution au domaine propagatif coïncide avec la solution exacte (Collino & Tsogka 2001).

B.1.1 Position du problème : la propagation des ondes acoustiques

Dans un milieu "acoustique"[1] occupant un domaine borné $\Omega \in \mathbb{R}^d$ (où d est la dimension de l'espace), les équations qui régissent la propagation d'une onde acoustique dans le domaine spatio-temporel $\Omega \in \mathbb{R}^d \times [0, T[$ prennent la forme :

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - \mathbf{grad} p = \mathbf{f} \tag{B.2}$$

$$\chi \frac{\partial p}{\partial t} - \mathrm{div}\mathbf{v} = 0 \tag{B.3}$$

avec p la pression, $\mathbf{v}$ la vitesse, $\mathbf{f}$ la sollicitation, ρ la densité et χ la compressibilité.

Remarque :

Nous avons utilisé ici les notations des mécaniciens des solides. En effet, les équations (B.2) et (B.3) ne correspondent pas aux équations usuelles de l'acoustique : au lieu d'avoir les signes "-" aux Eq. (B.2) et (B.3), on devrait avoir un signe "+". Cela provient de la différence d'écriture du tenseur des contraintes en acoustique et en mécanique. En effet, en mécanique des solides, il est courant de décomposer le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ en partie sphérique et déviateur : $\boldsymbol{\sigma} = p\mathbf{I} + \mathbf{D}$; dans cette dernière égalité, la **partie sphérique dénotée p est l'opposée de la pression usuelle utilisée en acoustique et mécanique des fluides**. Nous utilisons ici la relation $\boldsymbol{\sigma} = p\mathbf{I}$ afin d'être en accord avec l'écriture utilisée en mécanique des solides et en méthode numérique par Tsogka (1999) et Groby (2005). Ainsi, on écrit pour les milieux fluides $\mathrm{div}\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{grad} p$.

B.1.2 La discrétisation de la formulation mixte célérité-pression

La discrétisation du système se fait en trois étapes : une écriture de la formulation variationnelle associée à ce problème, une discrétisation spatiale utilisant des éléments finis mixtes et une discrétisation temporelle à l'aide d'un schéma de différences finies centré du second ordre.

La formulation variationnelle mixte célérité-pression

La formulation variationnelle mixte associée à ce problème, durant une période $[0, T]$, se présente sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Chercher } (\mathbf{v}, p) :]0, T[\mapsto X \times M \text{ tels que :} \\ \dfrac{d}{dt} < \rho\mathbf{v}, \mathbf{w} > + b < \mathbf{w}, p > = < \mathbf{f}, \mathbf{w} >, \qquad \forall \mathbf{w} \in X, \\ \dfrac{d}{dt} < \chi p, q > - b < \mathbf{v}, q > = 0, \qquad \forall q \in M, \end{array} \right. \tag{B.4}$$

où X et M étant respectivement les espaces fonctionnels définis par

$$\begin{array}{l} M = L^2(\Omega) = \left\{ \forall f(\mathbf{x}), \int_\Omega |f(\mathbf{x})|^2 d\mathbf{x} < \infty \right\}, \\ X = H(\mathrm{div}; \Omega) = \left\{ \forall \mathbf{g}(\mathbf{x}), \int_\Omega \left(|\mathbf{g}(\mathbf{x})|^2 + \mathrm{div}|\mathbf{g}(\mathbf{x})|^2 \right) d\mathbf{x} < \infty \right\}, \end{array} \tag{B.5}$$

et

$$\left\{ \begin{array}{ll} < f, g > = \displaystyle\int_\Omega f g \, d\mathbf{x}, & \forall (f, g) \in M \times M, \\ < \mathbf{v}, \mathbf{w} > = \displaystyle\int_\Omega \mathbf{v} \cdot \mathbf{w} \, d\mathbf{x}, & \forall (\mathbf{v}, \mathbf{w}) \in X \times X, \\ b < \mathbf{w}, q > = \displaystyle\int_\Omega q \, \mathrm{div}\mathbf{w} \, d\mathbf{x}, & \forall (\mathbf{w}, q) \in X \times M. \end{array} \right. \tag{B.6}$$

[1] Milieu "acoustique" au sens des mécaniciens des solides, dans lequel aucune onde de cisaillement ne se propage.

Semi-discrétisation en espace et projection

On considère un domaine dans R^2 qui peut être discrétisé avec un maillage carré uniforme $\mathcal{T}_h$ constitué d'éléments K de côté h. On introduit les espaces d'éléments finis suivants :

$$X_h = \{\mathbf{w}_h \in X / \forall K \in \mathcal{T}_h, \mathbf{w}_h|_K \in (Q_1)^2\} \tag{B.7}$$

ayant pour base $\{\beta_i\}_{i=1,N_1}$ (N_1 étant la dimension de X_h) et

$$M_h = \{q_h \in L^2 / \forall K \in \mathcal{T}_h, q_h|_K \in P_0(K)\} \tag{B.8}$$

ayant pour base $\{\widehat{\beta_i}\}_{i=1,N_2}$ (N_2 étant la dimension de M_h). $P_0(K)$ est l'ensemble des fonctions constantes par morceau. Q_1 est l'espace des fonctions bi-linéaires par morceau. Cet élément fini mixte a été introduit par Bécache *et al* 2000 et est illustré à la figure B.1.

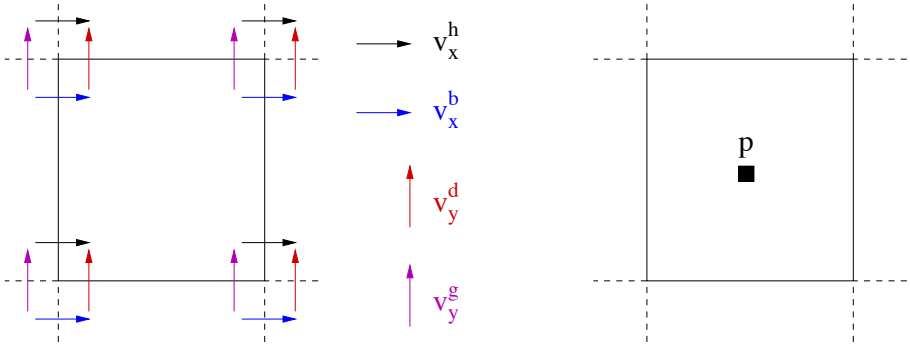


FIG. B.1 – Elément fini ($\mathbf{v}_h \in X_h, p_h \in M_h$) : pour la célérité $\mathbf{v}$, quatre degrés de liberté sont associés à chaque sommet de l'élément ; et pour la pression p, un degré de liberté est associé au centre de l'élément.

La vitesse possède quatre degrés de liberté : v_x^h, v_x^b, v_y^g et v_x^d, elle est évaluée à chaque noeud du maillage. La pression p possède un seul degré de liberté évalué au centre de l'élément. Ces éléments permettent un schéma de discrétisation en temps explicite grâce à l'utilisation de la condensation de masse.

Le problème discrétisé s'écrit :

$$\left\{\begin{array}{ll} \text{Chercher } (\mathbf{v}_h, p_h) :]0,T[\mapsto X_h \times M_h \text{ tels que :} & \\ \dfrac{d}{dt} < \rho \mathbf{v}_h, \mathbf{w}_h > + b < \mathbf{w}_h, p_h > = < \mathbf{f}, \mathbf{w}_h >, & \forall \mathbf{w}_h \in X_h, \\ \dfrac{d}{dt} < \chi p_h, q_h > - b < \mathbf{v}_h, q_h > = 0, & \forall q_h \in M_h \end{array}\right. \tag{B.9}$$

Soit $[V_h] = \{V_i\}_{i=1,N_1}$ la projection de $\mathbf{v}_h$ sur la base X_h et $[P_h] = \{P_i\}_{i=1,N_2}$ la projection de p_h sur la base M_h.

$$\left\{\begin{array}{l} \text{Chercher } (V_h, P_h) \in L^2(0,T;R^{N_1}) \times L^2(0,T;R^{N_2}) \text{ tels que :} \\ M_v \dfrac{dV_h}{dt} + B_h P_h = F_h, \\ M_p \dfrac{dP_h}{dt} - B_h^T V_h = 0, \end{array}\right. \tag{B.10}$$

où B_h^T est la transposée de B_h et où

$$\begin{array}{lcll} (M_v)_{i,j} & = & (\rho\beta_i, \beta_j) & 1 \leq i,j \leq N_1 \\ (M_p)_{i,j} & = & (\dfrac{1}{\lambda_R}\widehat{\beta}_i, \widehat{\beta}_j) & 1 \leq i,j \leq N_2 \\ (B_h)_{i,j} & = & (\text{div}\beta_i, \widehat{\beta}_j) & 1 \leq i \leq N_1, \quad 1 \leq j \leq N_2 \\ (F_h)_i & = & (f, \beta_j) & 1 \leq j \leq N_1 \end{array} \tag{B.11}$$

Discrétisation temporelle à l'aide d'un schéma de différences finies centré du second ordre

Le problème est discrétisé en temps à partir d'un schéma de différences finies centré du second ordre. On note ^{n} l'indice temporel et Δt le pas en temps, on obtient alors le problème complètement discrétisé :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Chercher } (V_h^{n+1}, P_h^{n+\frac{3}{2}}) \in R^{N_1} \times R^{N_2} \text{ tels que :} \\ M_v \dfrac{V_h^{n+1} - V_h^n}{\Delta t} + B_h P_h^{n+\frac{1}{2}} = F_h^{n+\frac{1}{2}}, \\ M_p \dfrac{P_h^{n+\frac{3}{2}} - P_h^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta t} - B_h^T V_h^{n+1} = 0 \end{array} \right. \tag{B.12}$$

B.1.3 La technique des couches absorbantes parfaitement adaptées (PML)

Le modèle de couches absorbantes parfaitement adaptées (PML, de l'anglais Perfectly Matched Layer) a la propriété de ne générer aucune réflexion parasite à l'interface entre le domaine de simulation et la couche absorbante. Ce modèle est utilisé pour simuler la propagation des ondes dans des domaines non-bornés. Le modèle PML a été introduit par Bérenger (1994) pour le cas de problème bidimensionnel en électromagnétisme. Collino & Tsogka (2001) ont présenté et analysé un modèle de PML pour la formulation en vitesse-contraintes de l'élastodynamique.

Il s'agit de décomposer la vitesse à l'interface entre la couche absorbante et la grille de simulation (bornée) en composantes normale et tangentielle. La composante tangentielle est solution de l'équation des ondes (identique à l'équation des ondes dans la grille de simulation). La composante normale est la solution d'une équation des ondes amorties dans la PML. Le coefficient d'amortissement est nul à l'interface afin d'éviter des réflexions à l'entrée de la couche PML et croît régulièrement quand l'onde progresse dans la couche PML. Pour discrétiser la PML, on utilise le même schéma que celui utilisé dans la grille de simulation.

B.2 Le code de propagation visco-acoustique

Nous abordons à présent le problème visco-acoustique qui, comme nous le verrons par la suite, est plus complexe au niveau de la discrétisation des équations régissant la propagation.

B.2.1 Equations régissant le problème

Dans un milieu visco-acoustique, on réécrit l'Eq. (B.3) :

$$\begin{array}{rcl} \chi \dfrac{\partial p}{\partial t} - \text{div}\dfrac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = 0 & \Longleftrightarrow & p = \chi^{-1}\text{div}\mathbf{u} \\ & \Longleftrightarrow & p = \lambda \text{div}\mathbf{u} \text{ avec } \lambda = \chi^{-1} \end{array} \tag{B.13}$$

avec $\mathbf{u}$ le déplacement et λ le module visco-acoustique (l'inverse du module de compressibilité adiabatique). Dans un milieu visco-acoustique, on a : $\lambda = \lambda(\omega)$, d'où

$$p(\mathbf{x}, \omega) = \lambda(\mathbf{x})\text{div}\mathbf{u}(\mathbf{x}, \omega). \tag{B.14}$$

Dans le domaine temporel, l'Eq. (B.14) se réécrit :

$$\begin{aligned} p(\mathbf{x},t) &= \lambda(\mathbf{x},t) *_t \text{div}\mathbf{u}(\mathbf{x},t) \\ &= \int_{-\infty}^{t} \lambda(\mathbf{x},t-s)\ \text{div}\mathbf{u}(\mathbf{x},s)ds \end{aligned} \tag{B.15}$$

où $*_t$ est le produit de convulotion. Ainsi, dans un milieu visco-acoustique occupant un domaine borné $\Omega \in \mathbb{R}^d$ (où d est la dimension de l'espace), les équations qui régissent la propagation d'une onde visco-acoustique dans le domaine spatio-temporel $\Omega \in \mathbb{R}^d \times [0,T[$ prennent la forme :

$$\rho(\mathbf{x})\frac{\partial^2 \mathbf{u}(\mathbf{x},t)}{\partial t^2} - \mathbf{grad}p(\mathbf{x},t) = \mathbf{f}(\mathbf{x},t) \quad ,(\mathbf{x},t) \in \Omega \times [0,T[\tag{B.16}$$

$$p(\mathbf{x},t) = \int_{-\infty}^{t} \lambda(\mathbf{x},t-s)\ \text{div}\mathbf{u}(\mathbf{x},s)ds \quad ,(\mathbf{x},t) \in \Omega \times [0,T[\tag{B.17}$$

avec t le temps et $\mathbf{x}$ le vecteur position.

Le caractère dispersif d'un matériau est souvent décrit par deux quantités : soit par le facteur de qualité Q, défini par le rapport entre les parties réelle et imaginaire du module visco-acoustique $Q(\mathbf{x},\omega) = \dfrac{\text{Re}\,(\lambda(\mathbf{x},\omega))}{\text{Im}\,(\lambda(\mathbf{x},\omega))}$, soit par l'atténuation $\alpha(\omega)$ définie comme la partie imaginaire du nombre d'ondes complexe $k(\omega)$. Les tissus mous sont souvent décrits par $\alpha(\omega) = \alpha_0\omega^\beta$ où α_0 et β sont des constantes (Seghal & Greenleaf 1982). La valeur de β est approximativement égal à 1. Ce comportement correspond à un facteur de qualité constant ne dépendant pas de la fréquence (Groby & Tsogka 2006, Groby 2005). En utilisant la formule de Kjartansson (Kjartansson 1979), le nombre d'ondes a alors la forme suivante :

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c_{ref}}\left(\frac{i\omega}{\omega_{ref}}\right)^{\frac{1}{\pi}arctan\frac{1}{Q}} \tag{B.18}$$

où c_{ref} est la célérité à ω_{ref}.

B.2.2 Introduction de la fonction de relaxation

La principale difficulté pour la discrétisation de l'Eq.(B.17) réside dans le produit de convolution qui nécessite de sauvegarder la totalité des solutions à tous les points du maillage spatial de Ω à chaque pas de temps. Afin de contourner cette difficulté, le module visco-acoustique est approximé par une fonction rationnelle en fréquence (Emmerich & Korn 1987, Blanch *et al* 1995, Groby & Tsogka 2006). On introduit alors une fonction de relaxation $R(\mathbf{x},t)$, définie par (voir figure B.2) :

$$\lambda(\mathbf{x},t) = \frac{\partial R(\mathbf{x},t)}{\partial t}, \quad R(\mathbf{x},t) = \left(\lambda_R(\mathbf{x}) + \delta\lambda(\mathbf{x})\int_0^{+\infty} r(\mathbf{x},\omega')e^{-\omega' t}d\omega'\right)H(t), \tag{B.19}$$

où λ_R est le module relaxé,

$$\lambda_R(\mathbf{x}) = \lim_{t\to+\infty} R(t), \tag{B.20}$$

λ_U le module non-relaxé,

$$\lambda_U(\mathbf{x}) = \lambda_R(\mathbf{x}) + \delta\lambda(\mathbf{x}) = \lim_{t\to 0} R(t), \tag{B.21}$$

$r(\mathbf{x},\omega')$ est le spectre de relaxation normalisé satisfaisant $\displaystyle\int_0^{+\infty} r(\mathbf{x},\omega')d\omega' = 1$ et $H(t)$ la fonction de Heaviside. En utilisant l'Eq.(B.19) dans l'Eq.(B.17) (et par la transformée de Laplace de $r(\mathbf{x},\omega')$) :

$$p(\mathbf{x},t) = \lambda_U(\mathbf{x})\text{div}\mathbf{u}(\mathbf{x},t) - \delta\lambda(\mathbf{x})\int_{-\infty}^{t}\int_0^{+\infty} \omega' r(\mathbf{x},\omega') \quad e^{-\omega'(t-\tau)}\text{div}\mathbf{u}(\mathbf{x},\tau)d\omega' d\tau, \quad (\mathbf{x},t) \in \Omega \times [0,T[. \tag{B.22}$$

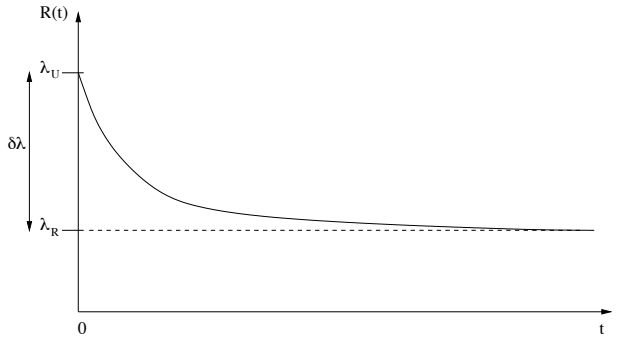


FIG. B.2 – Exemple de fonction de relaxation $R(t)$. λ_U est le module non-relaxé ; $\lambda_R = \lambda_U - \delta\lambda$ est le module relaxé.

On suppose alors que le spectre de relaxation peut être discrétisé sous forme de L pics d'amplitude α_l et fréquences de relaxation $\omega_l, l \in [1...L]$:

$$r(\mathbf{x},\omega) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(\mathbf{x})\delta(\omega - \omega_l(\mathbf{x})); \qquad \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(\mathbf{x}) = 1. \tag{B.23}$$

où δ est la distribution de Dirac. Nous obtenons :

$$R(\mathbf{x},t) \approx R_l(\mathbf{x},t) = \left(\lambda_R(\mathbf{x}) + \delta\lambda(\mathbf{x}) \sum_{l=1}^{L} \alpha_l(\mathbf{x})\, e^{-\omega_l(\mathbf{x})t}\right) \tag{B.24}$$

et

$$\lambda(\mathbf{x},\omega) \approx \lambda_l(\mathbf{x},\omega) = \lambda_R(\mathbf{x}) \left(1 + \sum_{l=1}^{L} \frac{y_l(\mathbf{x}) i\omega}{i\omega + \omega_l(\mathbf{x})}\right). \tag{B.25}$$

Dans l'Eq.(B.25), $y_l(\mathbf{x})$ est défini par :

$$y_l(\mathbf{x}) = \frac{\delta\lambda(\mathbf{x})}{\lambda_R(\mathbf{x})}\alpha_l(\mathbf{x}), \quad \text{avec la relation de normalisation} \quad \sum_{l=1}^{L} y_l = \frac{\delta\lambda(\mathbf{x})}{\lambda_R(\mathbf{x})}. \tag{B.26}$$

On peut noter que l'Eq.(B.25) peut être obtenue si l'on suppose que $\lambda(\mathbf{x},\omega)$ peut être approximée par une fonction rationnelle de $(i\omega)$,

$$\lambda(\mathbf{x},\omega) \simeq \lambda_l(\mathbf{x},\omega) = \frac{P_L(\mathbf{x},i\omega)}{Q_L(\mathbf{x},i\omega)}, \tag{B.27}$$

avec P_L et Q_L des polynômes de degrés L en $(i\omega)$. L'Eq.(B.25) peut être interprétée comme l'expansion de l'Eq.(B.27) en fractions partielles. Donc l'approximation du module visco-acoustique par une fonction rationnelle est équivalente à l'approximation du spectre de la fonction de relaxation par un spectre discret.

B.2.3 Une formulation mixte célérité-pression

Introduisons l'Eq.(B.25) dans l'Eq.(B.14) :

$$p(\mathbf{x},\omega) = \lambda_R(\mathbf{x})\mathrm{div}\mathbf{u}(\mathbf{x},\omega) + \lambda_R(\mathbf{x}) \sum_{l=1}^{L} \frac{y_l(\mathbf{x}) i\omega}{i\omega + \omega_l(\mathbf{x})}\mathrm{div}(\mathbf{u}(\mathbf{x},\omega)). \tag{B.28}$$

On introduit la variable mémoire η_l définie par :

$$(i\omega + \omega_l(\mathbf{x}))\eta_l(\mathbf{x},\omega) = \lambda_R(\mathbf{x})y_l(\mathbf{x})\text{div}(\mathbf{v}(\mathbf{x},\omega)), \tag{B.29}$$

où $\mathbf{v}$ est la vitesse particulaire $\mathbf{v}(\mathbf{x},t) = \partial_t\mathbf{u}(\mathbf{x},t)$. L'Eq.(B.29) dans le domaine temporel devient :

$$\frac{\partial\eta_l(\mathbf{x},t)}{\partial t} + \omega_l(\mathbf{x})\eta_l(\mathbf{x},t) = \lambda_R(\mathbf{x})y_l(\mathbf{x})\text{div}(\mathbf{v}(\mathbf{x},t)). \tag{B.30}$$

En utilisant la définition de n_l et en multipliant l'Eq.(B.28) par $(i\omega)$, nous obtenons :

$$(i\omega)p(\mathbf{x},\omega) = \lambda_R(\mathbf{x})\text{div}(\mathbf{v}(\mathbf{x},\omega)) + \sum_{l=1}^{L}(i\omega)\eta_l(\mathbf{x},\omega), \tag{B.31}$$

ou son équivalent dans le domaine temporel :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \lambda_R\text{div}\mathbf{v} + \sum_{l=1}^{L}\frac{\partial\eta_l}{\partial t}. \tag{B.32}$$

En combinant l'Eq.(B.32) avec l'Eq.(B.30) et l'Eq.(B.16), on obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \rho\dfrac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} - \mathbf{grad}p = \mathbf{f} & \text{dans } \Omega\times[0,T[, \\ \dfrac{\partial p}{\partial t} - \displaystyle\sum_{l=1}^{L}\frac{\partial\eta_l}{\partial t} = \lambda_R\ \text{div}\mathbf{v} & \text{dans } \Omega\times[0,T[, \\ \dfrac{\partial\eta_l}{\partial t} + \omega_l\eta_l = \lambda_R\ y_l\ \text{div}\mathbf{v} & \forall l \text{ dans } \Omega\times[0,T[. \end{cases} \tag{B.33}$$

A partir de ce système d'équations, on effectue les mêmes opérations que pour le problème acoustique : écriture de la formulation variationnelle associée à ce problème, discrétisation spatiales grâce à la méthode des éléments finis mixtes (Figure B.3) et discrétisation temporelle en employant un schéma de différences finies centré du second ordre.

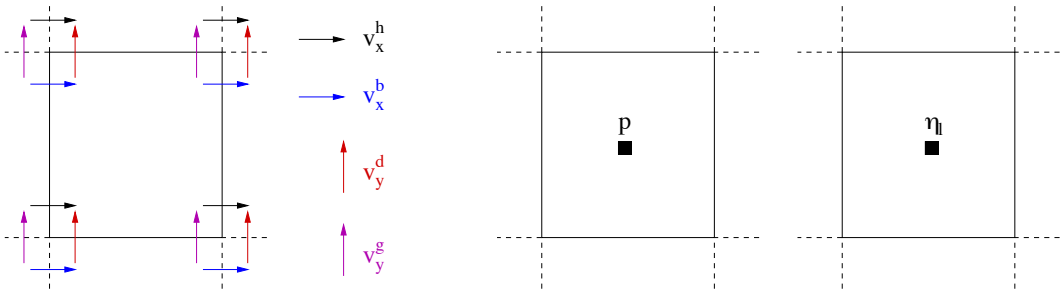


FIG. B.3 – Elément fini ($\mathbf{v}_h \in X_h, (p_h,(\eta_l)_h) \in M_h \times M_h$) : pour la célérité $\mathbf{v}$, quatre degrés de liberté sont associés à chaque sommet de l'élément ; et pour la pression p et la variable mémoire η_l, un degré de liberté est associé au centre de l'élément.

B.3 Défauts des schémas numériques

Nous présentons certaines propriétés numériques et géométriques à connaître afin d'utiliser cet outil numérique en tant que simulateur de signaux ultrasonores.

B.3.1 Propriétés numériques importantes : la stabilité et la dispersion numériques

La stabilité numérique

Une propriété numérique importante est la stabilité. Cette notion caractérise les erreurs numériques à chaque pas de temps. Une technique d'analyse simple consiste à définir une énergie à partir de la solution numérique, puis à étudier l'évolution de cette énergie. Cette technique conduit à des conditions nécessaires de stabilité CFL (pour Courant, Friedrichs, Lewy) reliant généralement les pas de temps, d'espace, et la célérité des ondes.

Une analyse de stabilité (pour le problème discrétisé) basée sur la conservation de l'énergie à chaque pas de temps permet de montrer que le schéma discret est stable sous la condition CFL suivante (Groby & Tsogka 2006) :

$$\frac{\triangle t^2}{4}\frac{\lambda_R}{\rho}\|B_h\|^2\left(1+\sum_{l=1}^{L} y_l\right) \leq 1, \tag{B.34}$$

avec $\triangle t$ le pas de discrétisation temporel. h étant le pas de discrétisation spatiale (identique suivant les deux directions x et y), on a $\|B_h^T B_h\| \geq 4/h^2$ en 1D et $\|B_h^T B_h\| \geq 8/h^2$ en 2D. On peut noter qu'il s'agit des conditions CFL obtenues usuellement pour des milieux non dissipatifs multipliées par $\left(1+\sum_{l=1}^{L} y_l\right)$.

La dispersion numérique

La dispersion numérique se traduit par une déformation de la forme d'un pulse lors de sa propagation. Elle dépend de deux paramètres : le pas temporel $\triangle t$ et le pas spatial h ($h = \triangle x = \triangle y$, $\triangle x$ et Δy étant les pas de discrétisation spatiale suivant x et y dans la grille de simulation). Dans le code visco-acoustique, l'utilisateur choisi le pas spatial $h = \lambda_{eau}/$*Nombres de points par longueur d'onde*, où λ_{eau} est la longueur d'onde dans l'eau. $\triangle t$ est fixé automatiquement par la condition de stabilité CFL Eq.(B.34). Donc lorsqu'on introduit un objet dont la vitesse des ondes longitudinales est supérieure à la célérité de l'eau et/ou le facteur de qualité est très inférieur à celui de l'eau $Q \neq [Q_{eau} = +\infty]$, $\triangle t$ dépend des matériaux présents dans la simulation. Donc pour un pas de grille h fixé, les simulations dépendent des matériaux en présence par l'intermédiaire de $\triangle t$.

Pour illuster le phénomène de dispersion numérique, nous présentons figures B.4 et B.5 des simulations numériques de propagation d'une onde ayant pour origine une source ponctuelle 2D dans de l'eau. Nous considérons un domaine de $15\ mm \times 15\ mm.$, de propriétés physiques

$$c_0 = 1500\ m/s, \quad \rho_0 = 1000\ kg/m^3, \quad Q_0 = +\infty, \tag{B.35}$$

soit un domaine de $24\lambda_{eau} \times 24\lambda_{eau}$ L'onde incidente est une source ponctuelle de fréquence centrale $f_0 = 2.5$ MHz. Le pulse associé à l'onde incidente est créé par une source linéique de forme,

$$s(\mathbf{x}, t) = f(t)\left(1-\frac{r^2}{a^2}\right)^3 1_{B_s} \tag{B.36}$$

avec $f(t)$ la forme d'onde qui est une dérivée de Gaussienne :

$$f(t) = 4\pi^4 f_0^4\left(t-\frac{1}{f_0}\right)\left(3-2\pi^2 f_0^2\left(t-\frac{1}{f_0}\right)^2\right) e^{-\pi^2 f_0^2\left(t-\frac{1}{f_0}\right)^2}. \tag{B.37}$$

et r est la coordonnée radiale dans le plan sagital. 1_{B_s} est la fonction caractéristique du disque B_s centré en $\mathbf{x}_s$ (localisation de la source) et de rayon a. Le rayon a est petit, égal à quelques pas spatiaux (environ 4 pas spatiaux).

La simulation est réalisée sur $12\ \mu s$. Nous représentons les solutions numériques pour 60 points par longueur d'onde (traits pleins) et pour 40 points par longueur d'onde (pointillés), à trois instants, t_0, t_1 et t_2. A l'instant t_0 (respectivement t_1 et t_2), l'onde s'est propagée sur environ six (respectivement douze et vingt-quatre) longueurs d'onde.

La figure B.4 visualise le rayonnement d'une source cylindrique émettant dans l'eau sans autre matériau en présence. Nous observons la dispersion numérique sous forme d'un léger écrêtage des

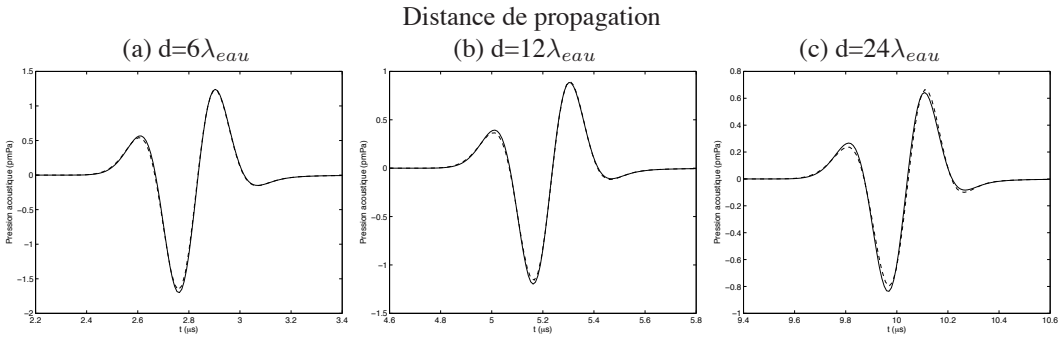


FIG. B.4 – Signal créé par une source cylindrique dans l'eau sans autre matériau en présence dans la simulation. Valeurs numériques de la pression acoustique pour des réalisations avec 60 points par longueur d'onde (traits pleins) et avec 40 points par longueur d'onde (pointillés), après propagation sur 6 longueurs d'onde (a), sur 12 longeurs d'onde (b) et sur 24 longueurs d'onde (c).

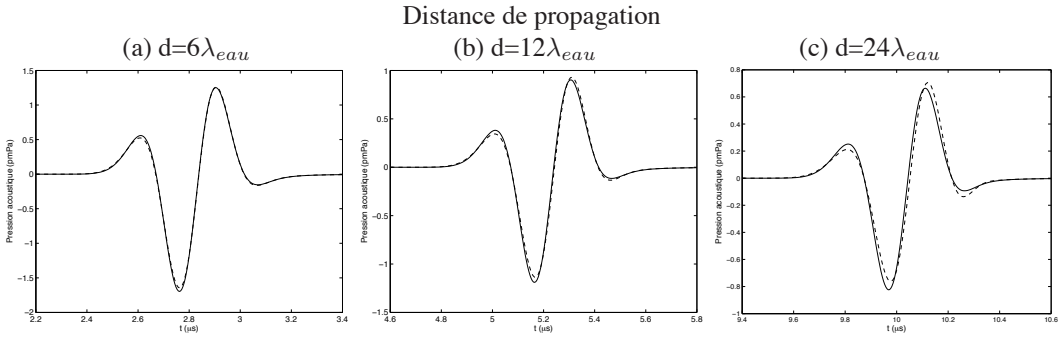


FIG. B.5 – Signal créé par une source cylindrique dans l'eau en présence d'un matériau dont la célérité des ondes longitudinales est 3000 m/s dans la simulation (pas sur le chemin de l'onde. Valeurs numériques de la pression acoustique pour des réalisations avec 60 points par longueur d'onde (traits pleins) et avec 40 points par longueur d'onde (pointillés), après propagation sur 6 longueurs d'onde (a), sur 12 longeurs d'onde (b) et sur 24 longueurs d'onde (c).

extrema ; la localisation de l'onde est bonne.

La figure B.5 visualise le rayonnement de cette même source dans l'eau en présence d'un matériau (ne se trouvant pas sur le chemin de l'onde) dont la célérité longitudinale est 3000 m/s (figure B.5). La valeur de Δt est modifiée. La dispersion numérique en présence d'un matériau, dont la célérité est supérieure à la célérité du milieu ambiant, est plus importante qu'en absence de ce matériau et elle se traduit toujours par un léger écrêtage des extrema ; la localisation de l'onde est toujours bonne.

Nous avons généralement travaillé avec environ 30 à 40 points par longueur d'onde. Il s'agit d'un bon compromis entre temps de calcul et qualité des signaux.

B.3.2 Propriétés géométriques

La présence d'interfaces conduit à des défauts d'origines géométriques (Lombard 2001). En effet, pour prendre en compte une interface (c'est-à-dire le lieu de discontinuité des paramètres physiques) de forme quelconque dans des schémas numériques, deux méthodes sont classiquement utilisées. La première méthode classique dans le cas de schémas d'éléments finis, consiste à adapter le maillage aux interfaces. Cette méthode nécessite l'utilisation d'un mailleur et impose pour les plus petits éléments une condition de stabilité CFL particulièrement restrictive nécessitant des pas de temps très petits. Une deuxième méthode consiste à utiliser un maillage cartésien uniforme et à décrire l'interface en "marches d'escalier". Cette méthode est simple et peu onéreuse en termes informatiques, elle conduit toutefois à des effets de diffraction parasite, dégradant la solution numérique. Le code de propagation utilisé utilise un maillage cartésien. Le pas spatial est donc adapté à l'objet et à la fréquence de travail.

B.4 Adaptation du code pour le calcul du champ diffracté

Le code de propagation, qui simule la propagation du champ total, a été utilisé pour obtenir les signaux temporels du champ diffracté (différence entre champ total et champ en l'absence de l'objet diffractant) par un objet fluide sondé par une source ponctuelle.
Nous considérons un objet Ω_1 entouré par un milieu ambiant Ω_0 infini (l'eau). Les milieux Ω_j ($j = 0, 1$) sont des fluides homogènes, isotropes et absorbants. Chaque milieu Ω_j est caractérisé par la célérité des ondes longitudinales c_j et la densité ρ_j et le facteur de qualité Q_j.

L'outil numérique calculant le champ total, nous effectuons deux simulations :
- la propagation en milieu homogène Ω_0 (le milieu ambiant : l'eau), le champ simulé correspond donc au champ incident, le pas de discrétisation temporel Δt_I (imposé par la condition CFL) dépend de la célérité c_0,
- la propagation en milieu hétérogène (le milieu en présence de l'objet), le champ simulé correspond donc au champ total, le pas de discrétisation temporel Δt_T (imposé par la condition CFL) dépend de la célérité c_1 et du facteur de qualité Q_1.

Afin d'avoir la même discrétisation temporelle pour les deux simulations, on force la condition CFL pour la simulation en milieu homogène de façon à ce que $\Delta t_I = \Delta t_T$. On peut donc obtenir directement le champ diffracté en effectuant la différence du champ total et du champ incident.

Annexe C

Tomographie fan beam de rayons droits

Dans ce chapitre, nous rappelons le principe de la tomographie fan beam de rayons droits. Pour l'implémentation de l'algorithme fan beam, nous nous sommes appuyé sur l'ouvrage écrit par Kak & Slaney (1988, pp. 77-86).
Je remercie L. Pruvost qui a participé à ce travail lors de son projet de 3ème année à l'EGIM (Ecole Généraliste d'Ingénieurs de Marseille) (Pruvost 2005).

Algorithme de tomographie fan beam

L'objet à imager est caractérisé par un paramètre (célérité ou atténuation) représenté par une fonction $f(x, y)$.
Le dispositif d'acquisition est constitué de 360 transducteurs répartis de façon régulière sur un cercle entourant l'objet à imager (Fig. C.1). Chaque transducteur émet successivement une onde ultraso-

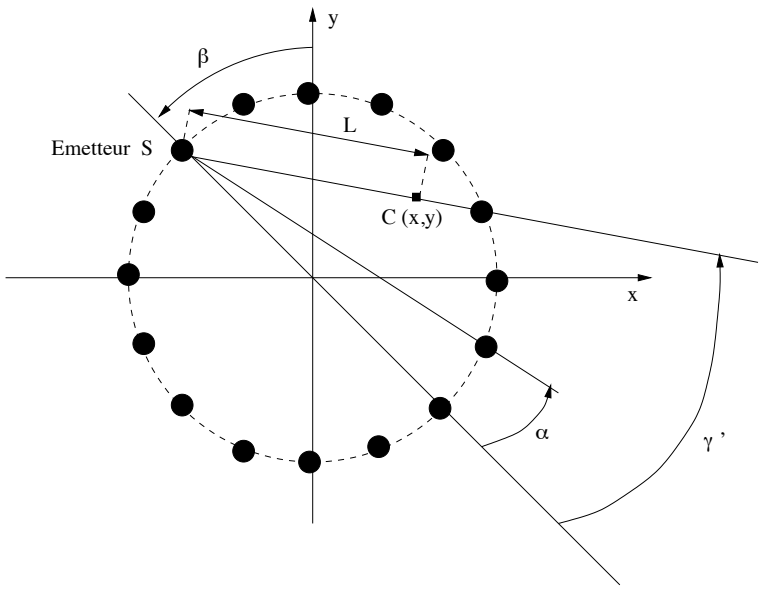


FIG. C.1 – Configuration d'acquisition en éventail

nore, le champ est mesuré par tous les autres transducteurs. La position de l'émetteur est repérée par

l'angle β et le récepteur par l'angle γ (Fig. 1.8). Pour chaque émission, l'ensemble des 359 rayons (rayon émetteur-récepteur) forme un éventail équiangulaire d'incrément $\alpha = 1/2^o$. Le rayon central (repéré par l'indice $n = 0$) de chaque projection passe par l'origine 0 du repère fixe. Les angles β et γ sont donc échantillonnés comme suit :

$$\begin{cases} \beta_i = \dfrac{2\pi}{360} i & \forall\, i \ \in [0..359] \\ \\ \gamma_n = \dfrac{\pi}{360} n & \forall\, n \ \in [-179..179] \end{cases} \tag{C.1}$$

Les projections en éventail sont notées $R_{\beta_i}(n\alpha)$ où $\alpha = \dfrac{1}{2}^o = \dfrac{\pi}{360}$.

L'algorithme de rétroprojection des projections filtrées et pondérées est ensuite utilisé pour reconstruire l'objet :

$$f(L, \gamma') = \int_0^{2\pi} \frac{1}{L^2} Q_\beta(\gamma') d\beta \tag{C.2}$$

avec

$$Q_\beta(\gamma) = R'_\beta(\gamma) * g(\gamma) \tag{C.3}$$

$$R'_\beta(\gamma) = R_\beta(\gamma) Dcos(\gamma) \tag{C.4}$$

$$g(\gamma) = \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{sin(\gamma)} \right)^2 \widetilde{h}(\gamma) \tag{C.5}$$

$$\widetilde{h}(\gamma) = h\left(Dsin(\gamma)\right) \tag{C.6}$$

Trois étapes peuvent alors être distinguées pour la reconstruction tomographique à partir des projections en éventails (tomographie dite "fan beam") :

- La première étape (C.4) correspond au passage de $R_{\beta_i}(n\alpha)$ à $R'_{\beta_i}(n\alpha)$.
- Dans un deuxième temps, il faut réaliser la convolution (C.3) entre les projections modifiées $R'_{\beta_i}(n\alpha)$ et la fonction $g(n\alpha)$ définie par l'expression (C.5). Cette étape permet d'engendrer les projections filtrées $Q_{\beta_i}(n\alpha)$.
- La dernière étape est la rétroprojection. Soit le point C repéré par (x, y). Il faut évaluer la contribution de chaque projection Q_{β_i} pour obtenir la valeur de f au point C. Pour chaque projection, i.e. pour chaque angle β_i, il faut trouver l'angle γ' repérant le rayon passant par le point C. La projection filtrée Q_{β_i} contribuera à la reconstruction de $f(x, y)$ à travers $Q_{\beta_i}(\gamma')$. Si γ' ne correspond à aucun des angles $n\alpha$ pour lesquels la valeur $Q_{\beta_i}(n\alpha)$ est connue, une interpolation est nécessaire pour obtenir la valeur $Q_{\beta_i}(\gamma')$. Chaque contribution $Q_{\beta_i}(\gamma')$ est ensuite pondérée par $\frac{1}{L^2(x,y,\beta_i)}$ où $L^2(x, y, \beta_i)$ est la distance entre l'émetteur repéré par l'angle β_i et le point C. Il reste ensuite à sommer toutes les contributions pour terminer la rétroprojection :

$$f(L, \gamma') \approx \frac{2\pi}{360} \sum_{i=1}^{360} \frac{1}{L^2(x, y, \beta_i)} Q_{\beta_i}(\gamma') \tag{C.7}$$

Un prétraitement est nécessaire afin d'extraire des signaux mesurés les projections, i.e. les intégrales le long des différents trajets émetteur/récepteur du paramètre étudié (la célérité ou l'absorption).

Annexe D

Calcul analytique du champ diffracté par un objet canonique

Pour des objets canoniques, le problème direct de diffraction peut être résolu analytiquement. Nous présentons le problème de diffraction par un tube (ou un cylindre plein) fluide sondé par une source ponctuelle monochromatique. Dans le domaine fréquentiel, nous exprimons les champs grâce à une décomposition modale sur une base de fonctions cylindriques. Puis nous exposons les éléments permettant de calculer le problème direct temporel à partir de la répresentation modale des champs.

Ce travail a été effectué lors de mon stage de DEA au LMA (Franceschini 2003) en collaboration avec L. Le Marrec.

D.1 Position du problème

D.1.1 Configuration du problème : un tube cylindrique fluide

Nous considérons un tube cylindrique infini Ω_1 à symétrie de révolution autour de l'axe $\mathbf{e}_z$ dans le système de coordonnée cartésien $0\mathbf{xyz}$. La figure D.1 représente l'intersection du tube avec le plan $0\mathbf{xy}$, le centre du tube étant situé à l'origine 0. La cavité intérieure du tube est un milieu fluide Ω_2. Le tube a pour rayon externe r_e et pour rayon interne r_i (tous deux constants) définissant respectivement les frontières Γ_0 et Γ_1. Il est entouré par un milieu ambiant Ω_0 infini. Les milieux Ω_j $(j = 0, 1, 2)$ sont des fluides homogènes, isotropes et non-absorbants. Chaque milieu Ω_j est caractérisé par la célérité des ondes longitudinales c_j et par la densité ρ_j. L'objet est sondé par une source cylindrique monochromatique d'axe $\mathbf{e}_z$ de pulsation ω et ayant pour support $\Omega_s \subset \Omega_0$.

D.1.2 Equations gouvernant le problème

On se place dans le repère cylindrique $0\mathbf{e}_r\mathbf{e}_\chi$ avec $\mathbf{x} = (r, \chi)$. Le problème consiste à déterminer le champ de pression total à l'extérieur de l'objet (milieu Ω_0).

Soient $p^i(\mathbf{x}, \omega)$ le champ de pression incident, $p_j(\mathbf{x}, \omega)$ le champ total dans Ω_j, $p_j^d(\mathbf{x}, \omega)$ le champ diffracté dans Ω_j. On écrit le champ total $p_j(\mathbf{x}, \omega)$ comme la somme du champ incident $p^i(\mathbf{x}, \omega)$ et du champ diffracté $p_j^d(\mathbf{x}, \omega)$:

$$p_j(\mathbf{x}, \omega) = \quad p^i(\mathbf{x}, \omega)\delta_{j0} + p_j^d(\mathbf{x}, \omega) \quad , \mathbf{x} \in \Omega_j, \tag{D.1}$$

avec δ_{jk} le signe de Kronecker.

Soient $p_2(\mathbf{x}, \omega)$ le champ total dans Ω_2 et $\Psi(\mathbf{x})$ le potentiel scalaire du champ de déplacement $u_1(\mathbf{x}, \omega) = -\nabla\Psi(\mathbf{x}, \omega)$ dans le milieu Ω_1. Pour chaque milieu Ω_j, on définit le nombre d'ondes

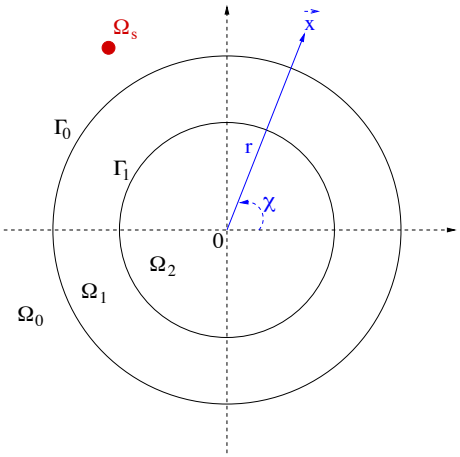


FIG. D.1 – Configuration du problème.

$k_j = \omega/c_j$.

Le problème est défini par les systèmes d'équations suivants :
– Equations de propagation :

$$(\Delta + k_0^2)p^i(\mathbf{x},\omega) = -s(\mathbf{x},\omega) \quad ,\mathbf{x} \in \Omega_0 \tag{D.2}$$
$$(\Delta + k_0^2)p_0^d(\mathbf{x},\omega) = 0 \quad ,\mathbf{x} \in \Omega_0 \tag{D.3}$$
$$(\Delta + k_1^2)\Psi(\mathbf{x},\omega) = 0 \quad ,\mathbf{x} \in \Omega_1 \tag{D.4}$$
$$(\Delta + k_2^2)p_2(\mathbf{x},\omega) = 0 \quad ,\mathbf{x} \in \Omega_2 \tag{D.5}$$

– Conditions de continuités aux interfaces :

$$p_0(\mathbf{x},\omega) = -\rho_1 c_1^2 \mathrm{div}\mathbf{u}_1(\mathbf{x},\omega) \quad ,\mathbf{x} \in \Gamma_0 \tag{D.6}$$
$$\frac{1}{\rho_0\omega^2}\partial_r p_0(\mathbf{x},\omega) = \mathbf{u}_1(\mathbf{x},\omega)\cdot\mathbf{e}_r \quad ,\mathbf{x} \in \Gamma_0 \tag{D.7}$$

$$p_2(\mathbf{x},\omega) = -\rho_1 c_1^2 \mathrm{div}\mathbf{u}_1(\mathbf{x},\omega) \quad ,\mathbf{x} \in \Gamma_1 \tag{D.8}$$
$$\frac{1}{\rho_2\omega^2}\partial_r p_2(\mathbf{x},\omega) = \mathbf{u}_1(\mathbf{x},\omega)\cdot\mathbf{e}_r \quad ,\mathbf{x} \in \Gamma_1 \tag{D.9}$$

– Conditions de rayonnement à l'infini :

$$\left(\frac{\partial}{\partial r} - \mathbf{i}k_0\right)p^i(\mathbf{x},\omega) = o\left(\tfrac{1}{\sqrt{r}}\right) \quad ;r \to \infty \tag{D.10}$$
$$\left(\frac{\partial}{\partial r} - \mathbf{i}k_0\right)p_0^d(\mathbf{x},\omega) = o\left(\tfrac{1}{\sqrt{r}}\right) \quad ;r \to \infty \tag{D.11}$$

D.2 Représentation en ondes partielles des champs

D.2.1 Représentation en ondes partielles du champ incident

La source cylindrique de pulsation ω a pour support $\Omega_s \subset \Omega_0$. En utilisant les Eq.(D.2) et Eq.(D.10), on peut écrire le champ de pression incident :

$$p^i(\mathbf{x},\omega) = \int_{\Omega_s} G_0(\mathbf{x},\mathbf{x}',\omega)\ s(\mathbf{x}',\omega)d\Omega(\mathbf{x}'), \tag{D.12}$$

où $\mathbf{x} = (r, \chi), \mathbf{x}' = (r', \chi')$,

$$G_0(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \frac{\mathbf{i}}{4} H_0^{(1)}(k_0 \|\mathbf{x} - \mathbf{x}'\|), \tag{D.13}$$

avec $H_n^{(1)}$ la fonction de Hankel de premier type à l'ordre n. Or, d'après le théorème d'addition de Graf (Abramamowitz & Stegun, p. 363) :

$$H_0^{(1)}(k_0\|\mathbf{x}-\mathbf{x}'\|) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[H(r-r') H_n^{(1)}(k_0 r) J_n(k_0 r') + H(r'-r) H_n^{(1)}(k_0 r') J_n(k_0 r) \right] \exp[\mathbf{i}n(\chi-\chi')], \tag{D.14}$$

où $H(\xi > 0) = 1, H(\xi < 0) = 0$ est la fonction de Heaviside et J_n la fonction de Bessel à l'ordre n. Nous nous intéressons seulement au cas où la source est en dehors de l'objet, ($r' > r$; $\forall \mathbf{x} \in \Omega_0$; $\mathbf{x}' \in \Omega_s$), nous avons :

$$G_0(\mathbf{x}, \mathbf{x}', \omega) = \frac{\mathbf{i}}{4} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} H_n^{(1)}(k_0 r') J_n(k_0 r) \exp[\mathbf{i}n(\chi - \chi')]; \forall \mathbf{x} \in \Omega_0; \mathbf{x}' \in \Omega_s. \tag{D.15}$$

On obtient grâce à l'Eq.(D.12) :

$$p^i(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \gamma_n J_n(k_0 r) \exp(\mathbf{i}n\chi); \forall \mathbf{x} \in \Omega_0, \tag{D.16}$$

avec

$$\gamma_n = \frac{\mathbf{i}}{4} \int_{\Omega_s} s(\mathbf{x}', \omega) H_n^{(1)}(k_0 r') \exp(-\mathbf{i}n\chi') d\Omega(\mathbf{x}'). \tag{D.17}$$

D.2.2 Représentation en ondes partielles du champ diffracté à l'extérieur de l'objet

Le champ diffracté à l'extérieur du tube $p_0^d(\mathbf{x})$ satisfait l'équation de Helmholtz, il est donc décomposé en ondes élémentaires sortantes (Doolittle 1966, Faran 1951) :

$$p_0^d(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n H_n^{(1)}(k_0 r) \exp(\mathbf{i}n\chi); \forall \mathbf{x} \in \Omega_0, \tag{D.18}$$

où b_n est la n^{ieme} composante du coefficient de diffraction. Il caractérise la réponse de l'objet à une sollicitation.

D.2.3 Représentation en ondes partielles des champs à l'intérieur de l'objet

Le champ de vitesse acoustique dans le milieu Ω_1 est noté $\mathbf{u}_1$. Il est exprimé à partir du potentiel scalaire Ψ :

$$\mathbf{u}_1 = -\nabla \Psi. \tag{D.19}$$

La symétrie cylindrique du problème suivant la direction $\mathbf{e}_z$ impose $\mathbf{u}_1 \mathbf{e}_z = 0$. Le potentiel scalaire Ψ satisfait l'équation de Helmholtz :

$$\nabla^2 \Psi = \frac{1}{c_1} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2}. \tag{D.20}$$

Le potentiel scalaire Ψ du champ de déplacement s'exprime sous la forme d'ondes élémentaires entrantes et sortantes :

$$\Psi(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} [c_n J_n(k_1 r) + d_n N_n(k_1 r)] \exp(\mathbf{i}n\chi); \forall \mathbf{x} \in \Omega_1. \tag{D.21}$$

Enfin on décompose l'onde de compression à l'intérieur de la cavité du tube $p_2(\mathbf{x})$ sous forme d'ondes sortantes uniquement car la fonction de Neumann N_n n'est pas définie à l'origine :

$$p_2(\mathbf{x},\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} e_n J_n(k_2 r)\text{exp}(\mathbf{i}n\chi); \forall \mathbf{x} \in \Omega_2. \tag{D.22}$$

Le problème consiste à déterminer les quatre inconnues b_n, c_n, d_n et e_n à partir de l'expression des conditions limites.

D.2.4 Méthode Rayleigh-Fourier

Les conditions aux limites pour l'interface externe Γ_0 sont les Eq.(D.6) et Eq.(D.7), et pour l'interface interne Γ_1 les Eq.(D.8) et Eq.(D.9). Nous possédons donc quatre conditions aux limites avec les représentations en ondes partielles des champs. Pour exprimer indépendamment ces égalités pour chaque mode n, on utilise la méthode de Rayleigh-Fourier : chaque condition de continuité (exprimée à partir des séries modales) est projetée sur une base en $(\text{exp}(\mathbf{i}m\chi); m \in \mathbb{Z})$. En utilisant l'égalité suivante :

$$\int_0^{2\pi} \text{exp}(\mathbf{i}(m-n)\chi)d\chi = 2\pi\delta_{mn}, \quad \forall m,n \in \mathbb{Z}, \tag{D.23}$$

on obtient un système de quatre équations à quatre inconnues (b_n,c_n,d_n,e_n).

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} & \alpha_{13} & \alpha_{14} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} & \alpha_{23} & \alpha_{24} \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & \alpha_{33} & \alpha_{34} \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & \alpha_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_n \\ c_n \\ d_n \\ e_n \end{bmatrix} \tag{D.24}$$

On pose $x_0 = k_0 r_e, x_1 = k_1 r_e, x_2 = k_2 r_e$ et $y_0 = k_0 r_i, y_1 = k_1 r_i, y_2 = k_2 r_i$. La condition aux limites Eq.(D.6) permet de définir β_1, α_{1j} $(j = 1...4)$ et la condition aux limites Eq.(D.7) permet de définir β_2, α_{2j} $(j = 1...4)$. La condition aux limites Eq.(D.8) permet de définir α_{3j} $(j = 1...4)$ et la condition aux limites Eq.(D.9) permet de définir α_{4j} $(j = 1...4)$ (Doolittle 1966).

$$\begin{bmatrix} \gamma_n r_e^2 J_n(x_0) \\ \gamma_n x_0 J_n'(x_0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_e^2 H_n^{(1)}(x_0) & -\rho_1 c_1^2 x_1^2 J_n(x_1) & -\rho_1 c_1^2 x_1^2 N_n(x_1) & 0 \\ -x_0 H_n^{(1)'}(x_0) & -\rho_0 \omega^2 x_1 J_n'(x_1) & -\rho_0 \omega^2 x_1 N_n'(x_1) & 0 \\ 0 & -\rho_1 c_1^2 y_1^2 J_n(y_1) & -\rho_1 c_1^2 y_1^2 N_n(y_1) & -r_i^2 J_n(y_2) \\ 0 & -\rho_2 \omega y_1 J_n'(y_1) & -\rho_2 \omega y_1 N_n'(y_1) & -y_2 J_n'(y_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_n \\ c_n \\ d_n \\ e_n \end{bmatrix} \tag{D.25}$$

Cette matrice est appelée matrice de diffraction. Tous les termes du système sont connus sauf le vecteur (b_n,c_n,d_n,e_n). Le système est bien défini. Dans le cadre de notre étude, seul le champ diffracté à l'extérieur de l'objet est recherché. Nous devons déterminer seulement b_n.

On peut calculer b_n en inversant la relation matricielle pour chaque mode. Dans le cas d'un tube, cette inversion ne peut être réalisée explicitement, l'opération est alors réalisée à partir des routines $NAG\ F07ARF$ et $NAG\ F07AWF$ qui utilisent une décomposition LU de la matrice.

Remarque : Cette méthode analytique donne une expression exacte du champ pour des séries infinies. En pratique, nous utiliserons les résultats de calculs intensifs effectués dans le cas de problème électromagnétiques, afin d'évaluer l'ordre maximum de convergence N (Barber & Hill, pp. 30-32) :

$$N = Max\left(Ent\left(4.05x_0^{1/3} + x_0\right), x_1\right) + 15. \tag{D.26}$$

On exprime donc le champ diffracté à l'Eq.(D.18) :

$$p_0^d(\mathbf{x}) = S \sum_{n=-N}^{n=N} i^n b_n H_n^{(1)}(k_0 r)\cos[n(\chi - \chi_s)] \tag{D.27}$$

D.2.5 Cas particulier du cylindre plein

Dans le cas d'un cylindre plein, le champ p_2 n'est pas défini. Seules les conditions aux limites Eq.(D.6) et Eq.(D.7) sont à prendre en compte. La matrice se simplifie :

$$\begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_n \\ c_n \end{bmatrix} \tag{D.28}$$

Soit :

$$\begin{bmatrix} \gamma_n r_e^2 J_n(x_0) \\ \gamma_n x_0 J_n'(x_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -r_e^2 H_n^{(1)}(x_0) & -\rho_1 c_1^2 x_1^2 J_n(x_1) \\ -x_0 H_n^{(1)'}(x_0) & -\rho_0 \omega^2 x_1 J_n'(x_1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_n \\ c_n \end{bmatrix} \tag{D.29}$$

b_n peut être déterminé analytiquement :

$$b_n = -\gamma_n \frac{\frac{r_e^2}{r_i^2}\frac{z_0}{z_1} J_n(x_0) J_n'(x_1) - J_n'(x_0) J_n(x_1)}{\frac{r_e^2}{r_i^2}\frac{z_0}{z_1} H_n^{(1)}(x_0) J_n'(x_1) - H_n^{(1)'}(x_0) J_n(x_1)}, \tag{D.30}$$

où $z_j = \rho_j c_j$ est l'impédance acoustique du milieu Ω_j.

D.3 Représentation temporelle des champs

Dans la suite nous appellerons *code analytique*, le code nous permettant de calculer les champs incident et diffracté par un objet canonique dans les domaines fréquentiel et temporel.

Nous calculons le problème direct temporel à partir de la répresentation modale des champs.

D.3.1 Représentation temporelle du champ incident

Dans le code analytique, la forme d'onde est importée du code de propagation acoustique. Dans le code de propagation, nous utilisons une source linéique étalée. La fonction source est définie par :

$$s(\mathbf{x}, t) = f(t) g(\mathbf{x}), \tag{D.31}$$

avec la fonction de forme $f(t)$:

$$f(t) = 4\pi^4 f_0^4 \left(t - \frac{1}{f_0}\right) \left(3 - 2\pi^2 f_0^2 \left(t - \frac{1}{f_0}\right)^2\right) e^{-\pi^2 f_0^2 \left(t - \frac{1}{f_0}\right)^2} \tag{D.32}$$

et la fonction en espace $g(\mathbf{x})$:

$$g(\mathbf{x}) = \begin{cases} \left(1 - \dfrac{r^2}{a^2}\right)^3 & \text{si } r < a, \\ 0 & \text{si } r \geq a, \end{cases} \tag{D.33}$$

avec $r = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s\|$ et $a = 3\sqrt{2}$. Nous n'utilisons pas cette expression analytique car nous souhaitons nous placer dans une situation expérimentale pour laquelle la forme d'onde est obtenue à partir de l'enregistrement du champ incident. Par ailleurs, la fonction en espace $g(\mathbf{x})$ est définie en utilisant un maillage cartésien entraînant une erreur de modèle.

On distingue les points :

- $\mathbf{x} \in \Omega_s$ Dans le code de propagation acoustique, nous simulons la propagation, dans un milieu homogène Ω_0, d'une source ponctuelle de pression de support $\Omega_s \subset \Omega_0$ dont le centre est situé en $\mathbf{x}_s$. On enregistre au point source $\mathbf{x}_s$ la forme d'onde $s(\mathbf{x}_s, t) = f(t)g(\mathbf{x})$. Dans le

code analytique, le champ incident au point $\mathbf{x}_s$, $p^i(\mathbf{x}_s, \omega)$, correspond à l'enregistrement du signal temporel dans le code de propagation acoustique :

$$p^i(\mathbf{x}_s, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\mathbf{x}_s, t) e^{\mathbf{i}\omega t} dt = s(\mathbf{x}_s, \omega), \quad \mathbf{x}_s \in \Omega_s. \tag{D.34}$$

Le champ incident temporel est obtenu par transformée de Fourier inverse :

$$p^i(\mathbf{x}_s, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(\mathbf{x}_s, \omega) e^{-\mathbf{i}\omega t} dt, \quad \mathbf{x}_s \in \Omega_s. \tag{D.35}$$

Pour les points $\mathbf{x}$ appartenant au milieu Ω_s, il est préférable d'enregistrer pour chaque point le signal temporel au point de mesure correspondant dans le code de propagation et de repéter la même opération présentée ci-dessus pour $\mathbf{x}_s$.

• $\mathbf{x} \notin \Omega_s$ Dans le code de propagation acoustique, nous réalisons la même simulation (simulation d'une source ponctuelle étalée de support Ω_s dont le centre est situé en $\mathbf{x}_s$). Le champ incident simulé est enregistré à un point de référence $\mathbf{x}_r \notin \Omega_s$. La fonction source ne dépend plus de l'étalement de la source (la fonction en espace) et s'écrit :

$$s(t) = f(t) = TF^{-1}\left(f(\omega)\right) \tag{D.36}$$

A présent, nous considérons le code analytique. Le champ incident au point $\mathbf{x}_r$ s'écrit :

$$p^i(\mathbf{x}_r, \omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{\mathbf{i}\omega t} dt = f(\omega), \quad \mathbf{x}_r \notin \Omega_s. \tag{D.37}$$

Pour un cas général, on réécrit l'Eq.(D.12) :

$$p^i(\mathbf{x}, \omega) = \frac{\mathbf{i}}{4} f(\omega) H_0^{(1)}(k_0 \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_s\|), \quad \forall \mathbf{x} \notin \Omega_s. \tag{D.38}$$

Le champ incident temporel est obtenu par transformée de Fourier inverse :

$$p^i(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} p^i(\mathbf{x}, \omega) e^{-\mathbf{i}\omega t} dt, \quad \forall \mathbf{x} \notin \Omega_s. \tag{D.39}$$

D.3.2 Représentation temporelle du champ diffracté à l'extérieur de l'objet

Le champ diffracté calculé à l'Eq.(D.18) correspond à la réponse d'un objet canonique sondé par une source ponctuelle de pulsation ω. L'ensemble de ces réponses pour toutes les valeurs $\omega \in \mathbb{R}$ est la fonction de transfert du corps diffractant en réponse à une source ponctuelle incidente. Le champ diffracté s'exprime comme la convolution de la fonction de transfert avec le signal incident.
On réécrit l'Eq.(D.18) :

$$p_0^d(\mathbf{x}, \omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} b_n H_n^{(1)}(k_0 r) \exp(\mathbf{i} n \chi); \forall \mathbf{x} \in \Omega_0, \tag{D.40}$$

en utilisant, pour le calcul de b_n, γ_n [Eq.(D.17)] :

$$\gamma_n = \frac{\mathbf{i}}{4} f(\omega) H_n^{(1)}(k_0 r_s) \exp(-\mathbf{i} n \chi_s), \tag{D.41}$$

$f(\omega)$ étant obtenu par l'enregistrement (dans le code de propagation) du champ incident à un point de référence $\mathbf{x}_r \notin \Omega_s$. Le champ diffracté temporel est obtenu par transformée de Fourier inverse :

$$p_0^d(\mathbf{x}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_0^d(\mathbf{x}, \omega) e^{-\mathbf{i}\omega t} dt, \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega_0. \tag{D.42}$$

D.4 Validation des solutions analytiques

Afin de valider le calcul analytique du champ diffracté par un objet canonique, nous comparons les signaux obtenus par le calcul analytique et par le code de propagation acoustique pour une même configuration de mesure.

Le milieu ambiant est l'eau ($c_0 = 1500\ m/s$, $\rho_0 = 1000\ kg/m^3$). Un objet est sondé par une source ponctuelle impulsionnelle de fréquence centrale 2.8 MHz.
Les mesures sont effectuées à $7.29\ mm$ du centre de l'objet pour différents angles de diffusion $\psi = \chi - \chi_s$: $\psi = 0$ (rétrodiffusion), $\psi = \pi/4$, $\psi = \pi/2$, $\psi = 3\pi/4$ et $\psi = \pi$ (transmission).

Dans le code acoustique, la discrétisation spatiale est réalisée avec un pas spatial $h = 0,015\ mm$ dans les deux directions. Le domaine représente $15\ mm \times 15\ mm$, soit 1000×1000 éléments. Il est entouré de 100 couches de PML.
Deux objets sont étudiés :

1. un cylindre plein de rayon $r_e = 6.6\ mm$ dont les caractéristiques physiques sont $c_1 = 3000\ m/s$, $\rho_1 = 1800\ kg.m^3$. La simulation est réalisée sur $14.2\ \mu s$.
2. un tube circulaire de rayon externe $r_e = 6.6\ mm$ et de rayon interne $r_i = 3.3\ mm$, dont les caractéristiques physiques sont pour le tube $c_1 = 3000\ m/s$, $\rho_1 = 1800\ kg/m^3$, et pour la cavité interne du tube $c_2 = 1470\ m/s$, $\rho_2 = 960\ kg/m^3$. La simulation est réalisée sur $20\ \mu s$.

On représente le champ diffracté obtenu analytiquement en bleu et le champ diffracté obtenu par simulation numérique par le code d'éléments finis en rouge.

La correspondance entre les signaux obtenus par le calcul analytique et par la simulation numérique par le code d'éléments finis est satisfaisante. Les deux signaux ne se superposent pas parfaitement. On peut observer parfois un décalage en temps qui est de l'ordre du pas de discrétisation spatial et/ou une différence d'amplitude. Ces différences peuvent être expliquées par les défauts numériques exposés au paragraphe B.3 :

- Les différences observées semblent plus importantes pour les mesures à $\psi = 3\pi/4$ et $\psi = \pi$ lorsque la propagation a été la plus longue. Cela peut provenir de la *dispersion numérique* qui se traduit par la déformation de la forme d'un pulse lors de sa propagation (déformation du pulse en amplitude, léger décalage temporel).
- Le domaine de simulation est un maillage cartésien uniforme, les interfaces sont donc décrites par des "marches d'escalier". Cela peut expliquer les différences observées notamment pour les mesures en rétrodiffusion.

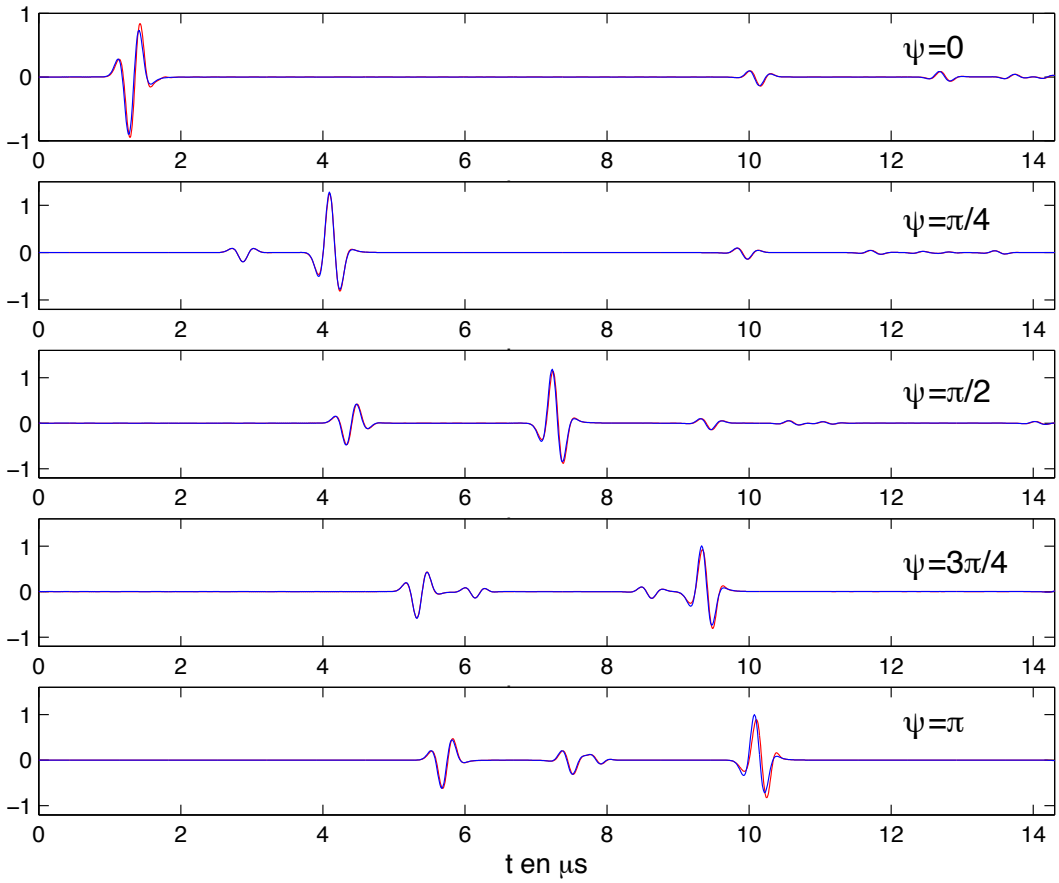


FIG. D.2 – Champ diffracté par un cylindre plein homogène de rayon 6.6 mm et de caractérisitiques physiques $c_1 = 3000\ m/s$, $\rho_1 = 1800\ kg/m^3$ pour différents angles de diffusion $\psi = 0, \psi = \pi/4$, $\psi = \pi/2$, $\psi = 3\pi/4$, $\psi = \pi$ (de haut en bas). En rouge, le champ est obtenu par simulation numérique par le code d'éléments finis ; en bleu, la solution analytique du champ diffracté par un cylindre.

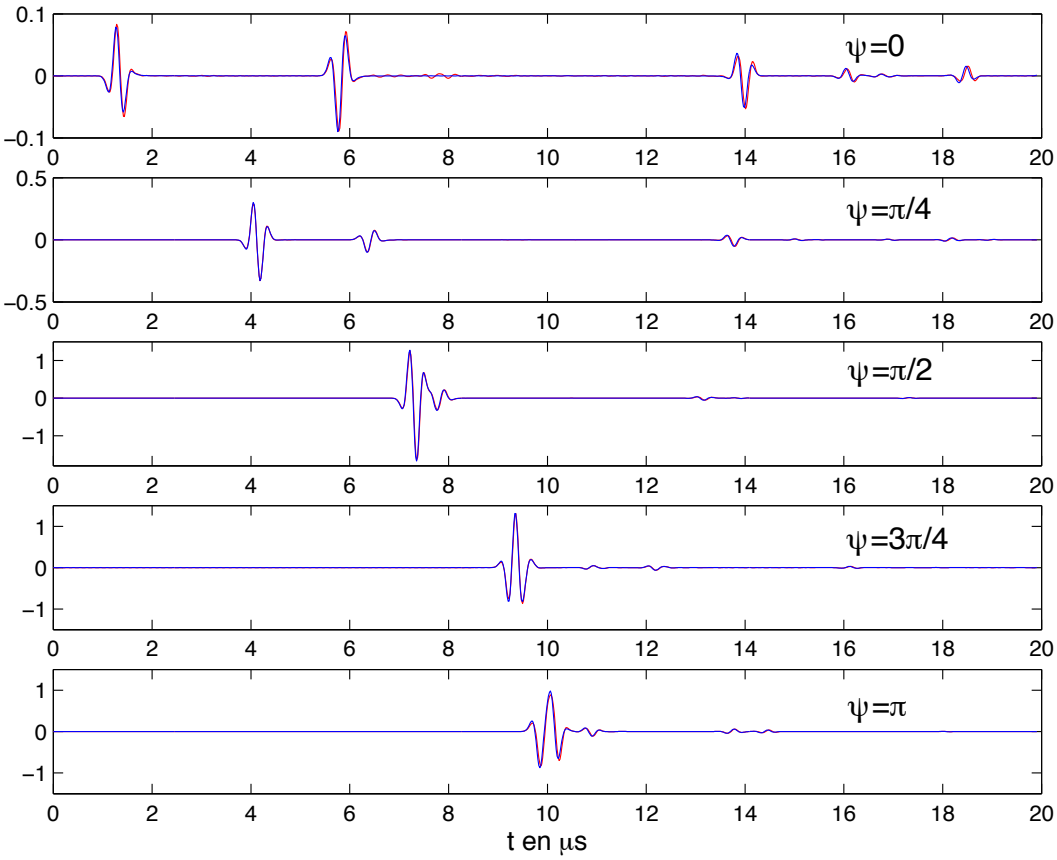


FIG. D.3 – Champ diffracté par un tube circulaire de rayon externe $r_e = 6.6\ mm$ et de rayon interne $r_i = 3.3\ mm$, dont les caractéristiques physiques sont pour le tube $c_1 = 3000\ m/s$, $\rho_1 = 1800\ kg/m^3$, et pour la cavité interne du tube $c_2 = 1470\ m/s$, $\rho_2 = 960\ kg/m^3$, pour différents angles de diffusion $\psi = 0$, $\psi = \pi/4$, $\psi = \pi/2$, $\psi = 3\pi/4$, $\psi = \pi$ (de haut en bas). En rouge, le champ est obtenu par simulation numérique par le code d'éléments finis ; en bleu, la solution analytique du champ diffracté par un tube.

Bibliographie

A. ABRAMAMOWITZ, I. A. STEGUN, *Handbook of Mathematical Functions*, Dover Publication, New York, 1970.

A. Y. AMMI, R. O. CLEVELAND, J. MAMOU, G. I. WANG, S. LORI BRIDAL, W. D. O'BRIEN, *Ultrasonic contrast agent shell rupture detected by inertial cavitation and rebound signals*, IEEE Trans. Ultr. Ferro. Freq. Cont., vol. 53, no. 1, pp. 126-136, 2006.

D. AMY, *Critères échographiques de bénignité*, dans Echographie mammaire, De l'image à la thérapeutique, Collection d'imagerie radiologique, Edition Masson, 1998, pp. 23-31.

A. H. ANDERSEN, A. C. KAK, *Digital ray tracing in two-dimensional refractive fields*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 72, pp. 1593-1606, 1982.

A. H. ANDERSEN, A. C. KAK, *Simultaneous algebraic reconstruction technique (SART) : a superior implementation of the ART algorithm*, Ultrasonic imaging, vol. 6, pp. 81-94, 1984.

F. ANDERSON, *Active imaging Green's function*, in Proc. of the 19th International Symposium Acoustical Imaging 19, 1993.

F. ANDERSON, F. MORGAN, *Active imaging analysis via ellipsoidal projections*, in Proc. of the 21th International Symposium Acoustical Imaging 21, 1995.

M. P. ANDRÉ, P. J. MARTIN, G. P. OTTO, L. K. OLSON, T. K. BARRETT, B. A. SPIVEY, D. A. PALMER, *A new consideration of diffraction computed tomography for breast imaging : studies in phantoms and patients*, in Proc. of the 21th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 21, pp. 379-390, 1995.

M. P. ANDRÉ, H. S. JANÉE, P. J. MARTIN, G. P. OTTO, B. A. SPIVEY, D. A. PALMER, *High-speed data acquisition in a diffraction tomography system employing large-scale toroidal arrays*, International Journal of Imaging Systems and Technology, vol. 8, pp. 137-147, 1997.

M. ASHFAQ, H. ERMERT, *Ultrasound spiral computed tomography for differential diagnosis of breast using conventional ultrasound system*, in Proc. of the 27th International Symposium Acoustical Imaging 27, 2004, pp. 627-633.

P. W. BARBER, S. C. HILL, *Light scattering by particles : computational methods*, World Scientific Publishing CO Pte Ltd, 1990.

E. BÉCACHE, P. JOLY, C. TSOGKA, *An analysis of new mixed finite elements for the approximation of wave propagation problems*, SIAM J. Numer. Anal., vol. 37, no.4, pp. 1053-1084, 2000.

J. BERCOFF, M. TANTER, M. FINK, *Supersonic shear imaging : a new technique for soft tissue elasticity mapping*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr., vol. 51, no. 4, pp. 396-409, 2004.

J. P. BÉRENGER, *A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves*, J. Comput. Phy., vol. 114, pp. 185-200, 1994.

G. BEYLKIN, *Discrete Radon transform*, IEEE ASSP 5, pp.162-172, 1987.

G. BEYLKIN, R. BURRIDGE, *Linearize Inverse Scattering Problems in Acoustics and Elasticity*, Wave motion, vol. 12, Elsevier Science, 1990.

J. M. BLACKLEDGE, R. E. BURGE, K. I. HOPCRAFT, R. J. WOMBELL, *Quantitative diffraction tomography : I. Pulsed acoustic fields*, J. Phys. D : Appl. Phys, vol. 20, pp. 1-10, 1987.

J. O. BLANCH, J. A. O. ROBERTSON, W. W. SYMES, *Modeling of a constant q : Methodology and algorithm for an efficient and optimally inexpensive viscoelastic technique*, Geophysics, vol. 60, pp. 176-184, 1995.

A. BOUAKKAZ, C. CACHARD, G. GIMENEZ, *Evaluation de l'agr, matériau solide présentant des caractéristiques acoustiques équivalentes à celles de l'eau*, Journal de Physique IV, Colloque C5, supplément au journal de Physique III, Vol. 4, pp. 1221-1224, 1994.

C. CACHARD, G. FINET, A. B. BOUAKKAZ, A. TABIB, D. FRANCON, G. GIMENEZ, *Ultrasound contrast agent in intravascular echography : an in vitro study*, Ultrasound Med. Biol., vol. 23, no. 5, pp. 705-717, 1997.

J. M. CARCIONE, *Wave fields in real media : wave propagation in anisotropic, anelastic and porous media*, Handbook of geophysical exploration Seismic exploration, Editors Klaus Helbig and Sven Treitel, 2001, pp. 55-59.

H. CARFANTAN, A. MOHAMMAD-DJAFARI, *Tomographie de diffraction*, dans "Approche bayésienne pour les problèmes inverses", chapitre 13, 2001, pp. 321-340.

L. A. CHERNOV, *Wave propagation in Random Media*, Dover Publications Inc., New York, 1967.

I. CLAESSON, G. SALOMONSSON, *Estimation of varying ultrasonic attenuation*, Ultrasound Med. Biol., vol. 11, pp. 131-145, 1985.

M. CLÉMENT, P. ALAIS, J. C. ROUCAYROL, J. PERRIN, *Computerized ultrasonic tomography by electronic scanning and steering of a ring array*, in Proc. of the 10th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 10, 1980, pp. 397-413.

M. J. CLOOSTERMANS, J. M. THIJSSEN, *A beam corrected estimation of the frequency dependent attenuation of biological tissues from backscattered ultrasound*, Ultrasonic Imaging, vol. 5, pp. 136-147, 1983.

F. COLLINO, C. TSOGKA, *Application of the pml absorbing layer model to the linear elastodynamic problem in anisotropic heteregeous media*, Geogysics, vol. 66, pp. 294-305, 2001.

P. A. DAYTON, K. W. FERRARA, *Targeted imaging using ultrasound*, Journal of magnetic resonance imaging, vol. 16, pp. 362-377, 2002.

S. DEANS, *The radon transform and some of its applications*, John Wiley and Sons, New York, 1983.

G. DEMOMENT, R. REYNAUD, A. HERMENT, *Range resolution improvement by a fast deconvolution method*, Ultrasonic Imaging, vol. 4, pp. 435-451, 1984.

G. DEMOMENT, J. IDIER, *Régularisation d'un problème mal posé : approches génériques*, dans Approche baséyienne pour les problèmes inverses, Chapitre 2, 2001, pp. 41-57.

F. DENIS, G. GIMENEZ, F. PEYRIN, *Attempt to include refraction in an ultrasonic tomography algorithm*, in Proc. of the 15th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 15, 1987, pp. 371-381.

A. J. DEVANEY, *A filtered backpropagation algorithm for diffraction tomography*, Utrasonic Imaging, vol. 4, pp. 336-350, 1982.

A. J. DEVANEY, *Variable density acoustic tomography*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 78, no. 1, pp. 120-130, 1985.

K. A. DINES, A. C. KAK, *Ultrasonic attenuation tomography of soft tissues*, Ultrasonic Imaging, vol. 1, pp. 16-33, 1979.

R. D. DOOLITTLE, H. UBERALL, *Sound scattering by elastic cylindrical shells*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 39, no. 2, pp. 272-275, 1966.

P. DROIN, G. BERGER, P. LAUGIER, *Velocity dispersion of acoustic waves in cancellous bone*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr., vol. 45, no. 3, pp. 581-592, 1998.

B. DUCHÊNE, D. LESSELIER, W. TABBARA, *Experimental investigation of a diffraction tomography technique in fluid ultrasonics*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr., vol. 35, no. 4, pp. 437-444, 1988.

N. DURIC, P. LITTRUP, A. BABKIN, D. CHAMBERS, S. AZEVEDO, A. KALININ, R. PEVZNER, M. TOKAREV, E. HOLSAPPLE, O. RAMA, R. DUNCAN, *Development of ultrasound tomography for breast imaging : technical assessment*, Med. Phys., vol. 32, no. 5, 2005.

H. EMMERICH, M. KORN, *Incorporation of attenuation into time-domain computations of seismic wave fields*, Geophysics, vol. 52, pp. 1252-1264, 1987.

J. J. FARAN, *Sound scattering by solid cylinders and spheres*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 23, no. 4, pp. 405-418, 1951.

E. J. FELEPPA, F. L. LIZZI, D. J. COLEMAN, M. YAREMKO, *Diagnostic spectrum analysis in ophtalmology : A physical perspective*, Ultrasound Med. Biol., vol. 12, no. 8, pp. 623-631, 1986.

L. FERRARI, J. P. JONES, V. GONZALES, M. BEHRENS, *In vivo mesurement of attenuation based on the theory og Gaussian pulse propagation*, in the 7th Int. symp. on Ultrasonic imaging and tissue characterization, Washington, D. C., 1982.

R. FERRIÈRE, S. MENSAH, J.-P. LEFEBVRE, *Weakly Inhomogeneous Media Tomography*, Ultrasonic Imaging, vol. 25, pp. 122-133, 2003.

R. FERRIÈRE, *Propagation d'onde et imagerie ultrasonore quantitative*, thèse de doctorat de l'Université Aix Marseille II, 2003.

M. FINK, F. HOTTIER, J. F. CARDOSO, *Ultrasonic signal processing for in vivo attenuation measurement : short time fourier analysis*, Ultrasonic Imaging, vol. 5, pp. 117-135, 1983.

S. W. FLAX, N. J. PELC, G. H. GLOVER, F. D. GUTMANN, M. MCLACHLAN, *Spectral characterization and attenuation measurements in ultrasound*, Ultrasonic Imaging, vol. 5, pp. 95-116, 1983.

F. S. FOSTER, M. STRBAN, G. AUSTIN, *The ultrasound macroscope : initial studies of breast tissue*, Ultrasonic Imaging, vol. 6, pp. 243-261, 1984.

E. FRANCESCHINI, *Imagerie ultrasonore de la diaphyse osseuse*, rapport de stage de DEA, Université de la Méditerranée Aix-Marseille II, 2003.

E. FRANCESCHINI, M.-C. PAUZIN, S. MENSAH, J.-P. GROBY, *Soft tissue absorption tomography with correction for scattering aberrations*, Ultrasonic Imaging, vol. 27, pp. 221-236, 2005.

E. FRANCESCHINI, S. MENSAH, D. AMY, J.-P. LEFEBVRE, *A 2D anatomic breast ductal computer phantom for ultrasonic imaging*, IEEE Trans. on Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr., vol. 53, no. 7, pp. 1281-1288, 2006.

E. FRANCESCHINI, S. MENSAH, L. LE MARREC, P. LASAYGUES, *An optimization method for quantitative impedance tomography*, soumis à IEEE Trans. on Ultrason., Ferroelect., Freq. Contr. special issue on High Resolution Ultrasonic Imaging in Industrial, Material and Biomaterial Applications, 2006.

P. D. FREIBURGER, D. C. SULLIVAN, B. H. LEBLANC, S. W. SMITH, G. E. TRAHEY, *Two dimensional ultrasonic beam in the breast : In vivo measurements and effects*, Ultrasonic Imaging, vol. 14, pp. 276-299, 1992.

L. A. FRIZZELL, E. L. CARSTENSEN, *Shear properties of mammalian tissues at low megahertz frequencies*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 60, no. 6, pp. 1409-1411, 1976.

E. K. FRY, N. SANGHI, F. FRY, H. GALLAGER, *Frequency dependent attenuation of malignant breast tumors studied by the fast Fourier transform technique*, in Ultrasound Tissue Characterization II. Washington, DC : US Government Printing Office, NBS Special Publication 525, 1979, pp. 85-92.

A. GELET, J.Y. CHAPELON, R. BOUVIER, C. PANGAUD, Y. LASNE, *Local Control of Prostate Cancer by Transrectal High Intensity Focused Ultrasound Therapy : Preliminary Results*, The Journal of Urology, vol. 161, pp. 156-162, 1999.

G. H. GLOVER, J. C. SHARP, *Reconstruction of ultrasound propagation speed distributions in soft tissue : time-of-flight tomography*, IEEE Transactions on Sonics and Ultrasonics, vol. SU-24, no. 4, pp. 229-234, 1977.

G. H. GLOVER, *Characterization of in vivo breast tissue by ultrasound time of flight computed tomography*, Ultrasonic tissue characterization II, M. Linzer, ed., National Bureau of Standards Spec. Pub. 525, pp. 221-225, 1979.

S. A. GOSS, R. L. JOHNSTON, F. DUNN, *Comprehensive compilation of empirical ultrasonic properties of mammalian tissues*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 64, no. 2, pp. 423-457, 1978.

J. F. GREENLEAF, S. A. JOHNSON, S. L. LEE, G. T. HERMAN, E. H. WOOD, *Algebraic reconstruction of spatial distributions of acoustic absorption within tissue from their two-dimensional acoustic projections*, in Proc. of the 5th International Symposium Acoustical Holography, vol. 5, 1974, pp. 591-603.

J. F. GREENLEAF, S. K. KENUE, B. RAJAGOPALAN, R. C. BAHN, S. A. JOHNSON, *Breast imaging by ultrasonic computer-assisted tomography*, in Proc. of the 8th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 8, 1978, pp. 599-614.

J. F. GREENLEAF, R. C. BAHN, *Clinical imaging with transmissive ultrasonic computerized tomography*, IEEE Trans. Biomed. Eng., vol. BME-28, no. 2, pp. 177-185, 1981.

J. F. GREENLEAF, J. J. GISVOLD, R. C. BAHN, *A clinical prototype ultrasonic computerized tomography scanner*, in Proc. of the 12th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 12, 1982, pp. 579-587.

J. F. GREENLEAF, A. CHU, *Multifrequency diffraction tomography*, in Proc. of the 13th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 13, 1983, pp. 43-56.

J. P. GROBY, C. TSOGKA, *A time domain method for modeling wave propagation phenomena in viscoacoustic media*, in Proc. 6th Inter. Conf. on Maths. and Num. Aspects of Wave Propag., pp. 911-915, 2003.

J. P. GROBY, C. TSOGKA, *A time domain method for modeling viscoacoustic wave propagation*, Journal of Computational Acoustics, vol. 14, no. 2, pp. 201-236, 2006.

J. P. GROBY, *Modélisation de laction dune onde sismique dans une ville*, thèse de doctorat de l'Université Aix Marseille II, 2005.

R. GUILLERMIN, P. LASAYGUES, *Imagerie ultrasonore d'objets à forts contrastes par une méthode d'équations intégrales de domaine*, Acte du 8ème Congrès Français d'Acoustique, à paraître, 2006.

O. S. HADDADIN, E. S. EBBINI, *Multiple frequency distorted born iterative method for tomographic imaging*, in Proc. of the 23th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 23, 1997, pp. 613-619.

P. HE, J. F. GREENLEAF, *Application of stochastic analysis to ultrasonic echoes - Estimation of attenuation and tissue heterogeneity from peaks of echo envelope*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 79, pp. 526-534, 1986.

G. T. HERMAN, *Image reconstruction from projections : the fundamentals of computerized tomography*, New York : Academic Press, 1980.

A. HERMENT, J. P. GUGLIELMI, P. PÉRONNEAU, PH. DUMÉE, *High-resolution, reflection mode tomographic imaging. Part I : Principles and methods*, Ultrasonic Imaging, vol. 11, pp. 1-21, 1989.

L. M. HINKELMAN, D.-L. LIU, R. C. WAAG, Q. ZHU, B. D. STEINBERG, *Measurement and correction of ultrasonic pulse distortion produced by the human breast*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 97, no. 3, pp. 1958-1969, 1995.

K. HYNYNEN, O. POMEROY, D. N. SMITH, P. E. HUBER, N. J. MCDANNOLD, J. KETTENBACH, *MR imaging-guided focused ultrasound surgery of fibroadenomas in the breast : A feasibility study*, Radiology, vol. 219, pp. 176185, 2001.

International Commission on Radiation Units and Measurements, *ICRU Report 61 : Tissue Substitutes, Phantoms, and Computational Modelling Ultrasound*, ICRU, Bethesda, MD, pp. 43-51, 1998.

M. INSANA, J. ZAGZEBSKI, E. MADSEN, *Improvements in the spectral difference method for measuring ultrasonic attenuation*, Ultrasonic Imaging, vol. 5, pp. 331-345, 1983.

M. F. INSANA, R. F. WAGNER, D. G. BROWN, T. J. HALL, *Describing small-scale structure in random media using pulse-echo ultrasound*, J. Acoust. Soc. Am., vol.87, no. 1, pp. 179-192, 1990.

K. IWATA, R. NAGATA, *Calculation of refractive index distribution from interferograms using the Born and Rytov's approximation*, Japan J Appl Phys, vol. 14, pp. 1921-1927, 1975.

T. T. JANSSON, T. D. MAST, R. C. WAAG, *Measurements of differential scattering cross section using a ring transducer*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 103, no. 6, pp. 3169-3179, 1998.

J. A. JENSEN, *Field : A program for simulating ultrasound systems*, Med. Biol. Eng. Comput., vol. 34, pp. 351-359, 1996.

J. A. JENSEN, P. MUNK, *Computer phantoms for simulating ultrasound B-modes and CFM images*, in Proc. of the 23th International Symposium Acoustical Imaging, vol.

23, 1997, pp. 75-80.

H. S. JIANG, T. K. SONG, S. B. PARK, *Ultrasound attenuation estimation in soft tissue using the entropy difference of pulsed echoes between two adjacent envelope segments*, Ultrasonic Imaging, vol. 10, pp. 248-264, 1988.

S. A. JOHNSON, J. F. GREENLEAF, W. F. SAMAYOA, F. A. DUCK, J. D. SJOSSTRAND, *Reconstruction of three-dimensional velocity fields and others parameters by acoustic ray tracing*, in Proc. 1975 Ultrasonic Symposium, pp. 46-51, 1975.

J. P. JONES, S. LEEMAN, *La caractérisation des tissus par ultrasons*, Acta Electronica, vol. 26, no. 2, pp. 3-31, 1984.

J. JOSSINET, J. Y. CHAPELON, M. PERDRIX, M. SCHMITT, C. FOURCADE, *Réalisation d'un système de tomographie ultrasonore pour la sénologie*, Journée d'Information en Génie Biologie et Médical, Lyon, 24 sept. 1980.

J. JOSSINET, J. Y. CHAPELON, M. SCHMITT, *La tomovélocimétrie des cancers du sein*, le journal français d'Echographie, vol. 1, no. 4, 1983.

A. C. KAK, M. SLANEY, *Principles of computerized tomographic imaging*, IEEE Press, 1988.

M. KAVEH, R. K. MUELLER, R. RYLANDER, T. R. COULTER,M. SOUMEKH, *Experimental results in ultrasonic diffrcation tomography*, in Proc. of the 9th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 9, pp. 433-450, 1979.

M. KAVEH, M. SOUMEKH, R. K. MUELLER, *A comparison of Born and Rytov approximations in acoustic tomography*, in Proc. of the 11th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 11, pp. 325-335, 1981.

M. KAVEH, M. SOUMEKH, J. F. GREENLEAF, *Signal processing for diffraction tomography*, IEEE Trans. Sonics Ultrason., vol. SU-31, no. 4, pp. 230-238, 1984.

S. K. KENUE, J. F. GREENLEAF, *Limited Angle Multifrequency Diffraction Tomography*, IEEE Trans. Sonics Ultrason., vol. SU-29, no. 6, pp. 213-217, 1982.

J. KIM, S. B. PARK, S. A. JOHNSON, *Tomographic imaging of ultrasonic reflectivity with correction for acoustic speed variations*, Ultrasonic Imaging, vol. 6, pp. 304-312, 1984.

E. KJARTANSSON, *Constant Q wave propagation and attenuation*, J. Geophys. Roy., vol. 84, pp. 4737-4748, 1979.

L. KLIMES, *Correlation functions of random media*, Pure and Applied Geophysics, vol. 159, pp. 1811-1831, 2002.

D. KOURTICHE, L. AIT ALI, A. CHITNALAH, M. NADI, *Utilisation des harmoniques en tomographie ultrasonore par diffraction*, Acta Acustica, vol. 87, pp. 170-175, 2001.

G. KOSSOFF, E. K. FRY, J. JELLINS, *Average velocity of ultrasound in the human female breast* , J. Acoust. Soc. Am., vol. 53, no. 6, pp. 1730-1736, 1973.

T. A. KROUSKOP, T. M. WHEELER, F. KALLEL, B. S. GARRA, T. HALL, *Elastic moduli of breast and prostate tissues under compression*, Ultrasonic Imaging, vol. 20, pp. 260-274, 1998.

M. KRUEGER, V. BUROW, K. M. HILTAWSKY, H. ERMERT, *Limited angle ultrasonic transmission tomography of the compressed female breast*, in Proc. of the IEEE International Ultrasonics Symposium, pp. 1345-1348, 1998.

R. KUC, M. SCHWARTZ, *Estimating the acoustic attenuation coefficient slope for liver from reflected ultrasound signals*, IEEE Trans. Sonics Ultrason., vol. SU-26, pp.

353-362, 1979.

R. KUC, *Clinical application of an ultrasound attenuation coefficient estimation technique for liver pathology characterization*, IEEE Trans. Biomed. Eng., vol. BME-27, no. 6, pp. 312-319, 1980.

J. C. LACEFIELD, R. C. WAAG, *Time-shift estimation and focusing through distributed aberration using multirow arrays*, IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect. Freq. Contr., vol. 48, no. 6, pp. 1606-1624, 2001.

L. LANDAU, E. LIFCHITZ, *Théorie de l'élasticité*, Editions de Moscou, 1967, pp. 14.

L. LANDINI, R. SARNELLI, F. SQUANTINI, *Frequency-dependent attenuation in breast tissue characterization*, Ultrasound Med. Biol., vol. 11, pp. 599-603, 1985.

P. LASAYGUES, D. TANNE, S. MENSAH, J.-P. LEFEBVRE, *Circular antenna for breast ultrasonic diffraction tomography*, Ultrasonic Imaging, vol. 24, pp. 177-189, 2002.

P. LAUGIER, G. BERGER, M. FINK, J. PERRIN, *Specular reflector noise : effect and correction for in vivo attenuation estimation*, Ultrasonic Imaging, vol. 7, pp. 277-292, 1985.

P. LAUGIER, G. BERGER, M. FINK, J. PERRIN, *Diffraction correction for focused transducers in attenuation measurements in vivo*, Ultrasonic Imaging, vol. 9, pp. 258-259, 1987.

J.-P. LEFEBVRE, *La tomographie d'impédance acoustique*, Traitement du Signal, vol.2, no. 2, 1985.

J.-P. LEFEBVRE, *A linearised inverse problem : Acoustic impedance tomography in biological media, electromagnetic and acoustic scattering : detection and inverse problem*, Bourelly C and al ed., World Scientific, 1988, pp.287-301.

J.-P. LEFEBVRE, *Domaine biomédical*, dans *Matériaux et acoustique*, Ed. Hermès, ouvrage à paraître, 2006.

L. LE MARREC, *Investigation ultrasonore, qualitative et quantitative, d'objets à fort contraste*, thèse de doctorat de l'Université Aix Marseille II, 2004.

L. LE MARREC, P. LASAYGUES, T. SCOTTI, C. TSOGKA, *Efficient shape reconstruction of non-circular tubes using broadband acoustic masurements*, Acta Acustica united with Acustica, vol. 92, no. 3, pp. 355-361, 2006.

P. A. LEWIN, *Quo vadis medical ultrasound ?*, Ultrasonics, vol. 42, pp. 1-7, 2004.

F. L. LIZZI, A. J. PACKER, D. J. COLEMAN, *Experimental cataract production by high frequency ultrasound*, Ann Ophthalmol, vol. 10, no. 7, pp. 934-942, 1978.

F. L. LIZZI, M. OSTROMOGILSKY, E. J. FELEPPA, M. C. RORKE, M. M. YAREMKO, *Relationship of ultrasonic spectral parameters to features of tissue microstructure*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr., vol. 34, no 3, pp. 319-329, 1987.

B. LOMBARD, *Modélisation numérique de la propagation des ondes acoustiques et élastiques en présence d'interfaces*, Thèse de l'Université de la Méditerranée Aix-Marseille II, 2001.

C. LU, J. LIN, W. CHEW, G. OTTO, *Image reconstruction with acoustic measurement using distorted iteration method*, Ultrasonic Imaging, vol. 18, pp. 140-156, 1996.

E. L. MADSEN, H. J. SATHOFF, *Ultrasonic shear wave properties of soft tissues and tissuelike materials*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 74, no. 5, pp. 1346-1355, 1983.

N. F. MAKLAD, J. OPHIR, V. BALSARA, *Attenuation of ultrasound in normal liver and diffuse liver disease in vivo*, Ultrasonic Imaging, vol. 6, pp. 117-125, 1984.

C. W. MANRY, JR. AND S. L. BROSCHAT, *FDTD simulations for ultrasound propagation in a 2-D breast model*, Ultrasonic Imaging, vol. 18, pp. 25-34, 1996.

T. D. MAST, L. M. HINKELMAN, M. J. ORR, V. W.SPARROW, R. C. WAAG, *Simulation of ultrasonic pulse propagation through the abdominal wall*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 102, no. 2, pp. 1177-1190, 1997.

T. D. MAST, *Wideband quantitative ultrasonic imaging by time-domain diffraction tomography*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 106, no. 6, pp. 3061-3070, 1999.

G. MCDANIEL, *Ultrasonic attenuation measurements on excised breast carcinoma at frequencies from 6 to 10 MHz*, in Ultrasonic Symp. Proc. IEEE. 77CH1264-ISU, 1977, pp. 234-236.

T. MELAMED, Y. EHRLICH, E. HEYMANN, *Sort-pulse inversion of inhomogeneous media : a time-domain diffraction tomography*, Inverse Problems, vol. 12, pp. 977-993, 1996.

S. MENSAH, J.-P. LEFEBVRE, *Enhanced Compressibility Tomography*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr., vol. 44, no. 6, pp. 1245-1252, 1997.

S. MENSAH, R. FERRIÈRE, *Near field diffraction tomography*, Ultrasonic Imaging, vol. 24, pp. 135-146, 2002.

S. MENSAH, R. FERRIÈRE, *Diffraction tomography : a geometrical distortion free procedure*, Ultrasonics, vol. 42, pp. 677-682, 2004.

S. MENSAH, E. FRANCESCHINI, J.-P. LEFEBVRE, *Mammographie ultrasonore en champ proche*, *Traitement de Signal* numéro spécial Cancérologie, à paraître.

S. MENSAH, E. FRANCESCHINI, *Near-field impedance tomography*, soumis à J. Acoust. Soc. Amer.

C. R. MEYER, *An iterative, parametric spectral estimation technique for high-resolution pulse-echo ultrasound*, IEEE Trans. Biomed. Eng., vol. BME-26, pp. 207-212, 1979.

A. MOHAMMAD-DJAFARI, *Maximum d'entropie et problèmes inverses en imagerie*, Traitement du signal, vol. 11, pp. 87-116, 1994.

P. M. MORSE, K. U. INGARD, *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill Book Company, New York, 1968, pp. 407-413.

R. K. MUELLER, M. KAVEH, R. D. IVERSON, *A new approach to acoustic tomography diffraction techniques*, in Proc. of the 8th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 8, 1978, pp. 615-628.

T. MÜLLER, T. DECK, L. MING, R. STOTZKA, D. HÖPFEL, *Ultrasound-computertomography : image reconstruction using local absorption and sound speed profiles*, presented at the 7th conference of the European Society for Engineering and Medicine, 2003.

D. NAHAMOO, S. X. PAN, A. C. KAK, *Synthetic aperture diffraction tomography and its interpolation-free computer implementation*, IEEE Trans. on Sonics and Ultrasonics, vol. SU-31, no. 4, 1984.

P. A. NARAYANA, J. OPHIR, *Spectral shifts of ultrasonic propagation : A study of theorotical and experimental models*, Ultrasonic Imaging, vol. 5, pp. 22-29, 1983.

S. J. NORTON, M. LINZER, *Ultrasonic reflectivity tomography : reconstruction with*

circular transducer arrays, Ultrasonic Imaging, vol. 1, pp. 154-184, 1979.

S. J. NORTON, M. LINZER, *Ultrasonic reflectivity tomography : reconstruction with circular transducer arrays*, Ultrasonic Imaging, vol. 1, pp. 154-184, 1981.

S. J. NORTON, M. LINZER, *Correcting for ray refraction in velocity and attenuation tomography : a perturbation approach*, Ultrasonic imaging, vol. 4, pp. 201-233, 1982.

S. J. NORTON, *Generation of separate density and compressibility images in tissue*, Ultrasonic Imaging, vol. 5, pp. 240-252, 1983.

M. O'DONNELL, *Effects of diffraction on measurements of the frequency dependent ultrasonic attenuation*, IEEE Trans. Biom. Engin., vol. BME-30, pp. 320-326, 1983.

M. L. OELZE, J. F. ZACHARY, W. O. O'BRIEN, *Characterization of tissue microstructure using ultrasonic backscatter : Theory and technique for optimization using a Gaussian form factor*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 112, no. 3, pp. 1202-1211, 2002.

M. L. OELZE, W. O. O'BRIEN, *Differenciation and characterization of rat mammary fibroadenomas and 4T1 mouse carcinomas using quantitative ultrasound imaging*, IEEE Trans. medical imaging, vol. 23, no. 6, pp. 764-771, 2004.

E. OGAM, T. SCOTTI, A. WIRGIN, *Non-ambiguous boundary identification of a cylindrical object by acoustic waves*, C. R. Acad. Sci. Paris, t. 329, Série II b, pp. 61-66, 2001.

J. OPHIR, T. H. SHAWKER, N. F. MAKLAD, J. G. MILLER, S. W. FLAX, P. A. NARAYANA, J. P. JONES, *Attenuation estimation in reflection : progress and prospects*, Ultrasonic Imaging, vol. 6, pp. 349-395, 1984.

J. OPHIR, I. CÉSPEDES, H. PONNEKANTI, Y. YAZDI, X. LI, *Elastography : a method for imaging the elasticity of biological tissues*, Ultrasonic Imaging, vol. 13, pp. 111-134, 1991.

S. X. PAN, A. C. KAK, *A computational study of reconstruction algorithms for diffraction tomography : interpolation versus filtered backpropagation*, IEEE transactions on acoustics, speech, and signal processing, vol. 31, no. 5, pp. 1262-1275, 1983.

K. M. PAN, C. N. LIU, *Tomographic reconstruction of ultrasonic attenuation with correction for refractive errors*, IBM J. Res. Develop., vol. 25, no. 1, pp. 71-82, 1981.

A. PAPOULIS, C. CHAMZAS, *Improvement of range resolution by spectral extrapolation*, Ultrasonic Imaging, vol. 1, pp. 121-135, 1979.

K. J. PARKER, S. R. HUANG, R. A. MUSULIN, R. M. LERNER, *Tissue Response to Mechanical Vibrations for Sonoelasticity Imaging*, Ultrasound in Med. Biol., vol. 16, no. 3, pp. 241-246, 1990.

M.-C. PAUZIN, *Tomographie ultrasonore d'atténuation des tissus biologiques*, rapport de stage de Master recherche, Université de Provence Aix-Marseille I, 2005.

M. PERNOT, M. TANTER, M. FINK, *3-D real-time motion correction in high-intensity focused ultrasound therapy*, Ultrasound in Med. Biol., vol. 30, no. 9, pp. 1239-1249, 2004.

F. PEYRIN, J. JOSSINET, P. ELEISCHMANN, C. ODET, M. PERDRIX, M. SCHMITT, *Extension des possibilités d'un tomographe ultrasonore assisté par ordinateur utilisé en sénologie*, RBM, vol. 4, no. 5, pp. 436-440, 1982.

F. PEYRIN, L. GARNÉRO, I. MAGNIN, *Reconstruction tomographique d'images 2D et 3D. Introduction à l'imagerie tomographique 2D et 3D reposant sur la propagation en ligne droite. Cas de la tomographie par rayon X, par émission et par ultrasons.*

Traitement du Signal, vol. 13, no. 4, 1996.

S. POURJAVID, O. TRETIAK, *Ultrasound imaging through time-domain diffraction tomography*, IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Contr., vol. 38, no. 1, pp. 74-85, 1991.

L. PRUVOST, *Tomographie ultrasonore d'atténuation*, rapport de projet 3ème année EGIM, 2005.

G. RABAU, *Réalisation d'une "barrière" de gel dans la cuve expérimentale de mesure : simulation d'un front thermique dans un profil vertical de célérité*, rapport interne LMA, 1994.

K. RICHTER, *Clinical Amplitude/Velocity Reconstructive Imaging (CARI) - A new sonographic method for detecting breast lesions*, Brit. J. Radiol., vol. 68, pp. 375-384, 1995.

T. SCOTTI, A. WIRGIN, *Shape reconstruction using diffracted waves and canonical solutions*, Inverse Problems, vol. 11, pp. 1097-1111, 1995.

C. SEHGAL, J. F. GREENLEAF, *Ultrasonic absorption and dispersion in biological media : a postulated model*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 72, no. 6, pp. 1711-1718, 1982.

C. M. SEHGAL, J. F. GREENLEAF, *Scattering of ultrasound by tissues*, Ultrasonic Imaging, vol. 6, pp. 60-80, 1984.

L. A. SHEP, Y. VARDI, *Maximum likehood recontruction for emission tomography*, IEEE Trans. on Medical Imaging, vol. M1-1, pp. 135-122, 1982.

M. SLANEY, A. C. KAK, L.E. LARSEN, *Limitations of imaging with first-order diffraction tomography*, IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-32, no. 8, pp. 860-874, 1984.

N. SPONHEIM, I. JOHANSEN, *Experimental results in ultrasonic tomography using a filtered back propagation algorithm*, Ultrasonic Imaging, vol. 13, pp. 56-70, 1991.

N. SPONHEIM, L.-J. GELIUS, I. JOHANSEN, J. J. STAMNES, *Ultrasonic tomography of biological tissue*, Ultrasonic Imaging, vol. 16, pp. 19-32, 1994.

R. STOTZKA, J. WÜRFEL, T. MÜLLER, *Medical imaging by ultrasound computer tomography*, in Proc SPIE International Symposium Medical Imaging, 2002, pp. 110-119.

R. STOTZKA, H. WIDMANN, T. MÜLLER, K. SCHLOTE-HOLUBEK, *Prototype of a new 3D ultrasound computer tomography system : transducer design and data recording*, in Proc. SPIE International Symposium Medical Imaging, 2004, pp. 70-79.

M. TEBOUL, M. HALLIWELL, *Atlas of ultrasound and ductal echography of the breast*, Blackwell Science, Oxford, UK, 1995.

M. TEBOUL, *Practical ductal echography, guide to intelligent and intelligible ultrasonic imaging of the breast*, editorial Medgen, 2004, pp. 15-98.

A. TIKHONOV, *Regularization of incorrectly posed problems*, Soviet. Math. Dokl., vol. 4, pp. 1624-1627, 1963.

F. TRANQUART, N. GRENIER, V. EDER, L. POURCELOT, *Clinical use of ultrasound tissue harmonic imaging*, Ultrasound in Med. & Biol., vol. 25, no. 6, pp. 889-894, 1999.

O. J. TRETIAK, *Time domain diffraction tomography*, in Proc. of the 14th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 14, 1985, pp. 273-281.

C. TSOGKA, *Modélisation mathématique et numérique de la propagation des ondes élastiques tridimensionnelles dans des matériaux fissurés*, thèse de doctorat de l'Université Paris Dauphine - Paris IX, 1999.

H. TULINIUS, O. BJARNASON, H. SIGVALDESON, *Tumours in Iceland. 10. Malignant tumours of the female breast : a histological classification, laterality, survival and epidemiological considerations*, Acta Pathol. Microbiol. Immunol. Scand., pp. 96-229, 1988.

E. C. UNGER, T. O. MATSUNAGA, T. MCCREERY, P. SCHUMANN, R. SWEITZER, R. QUIGLEY, *Therapeutic applications of microbubbles*, European Journal of Radiology, vol. 42, pp. 160-168, 2002.

Y. M. WANG, W. C. CHEW, *An iterative solution of the two-dimensional electromagnetic inverse scattering problem*, Int. J. Imag. Syst. Technol., vol. 1, pp. 100-108, 1989.

E. WOLF, *Three-dimensional structure determination of semi-transparent objects from holographic data*, Optics Communications, vol. 1, no. 1, pp. 153-156, 1969.

S. L. WOOD, M. MORF, *A fast implementation of a minimum variance estimator for computerized tomography image reconstruction*, IEEE Trans. Biomed. Eng., vol BME-28, no. 2, pp. 56-68, 1981.

H. Q. WOODARD, D. R. WHITE, *The composition of body tissues*, The British Journal of Radiology, vol. 59, pp. 1209-1219, 1986.

J. W. WISKIN, D. T. BORUP, S. A. JOHNSON, M. J. BERGGREN, T. ABBOTT, *Full wave non-linear inverse scattering : high resolution quantitative breast tissue tomography*, in Proc. of the 28th International Symposium Acoustical Imaging, vol. 28, 2005, to be published.

A. WITTEN, J. TUGGLE, R. C. WAAG, *A practical approach to ultrasonic imaging using diffraction tomography*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 83, no. 4, pp. 1645-1652, 1988.

W. XU, J. K. KAUFMAN, *Diffraction correction methods for insertion ultrasound attenuation estimation*, IEEE Trans. Biom. Eng., vol. 40, no. 6, pp. 563-570, 1993.

A. E. YAGLE, *A fast layer strippng algorithm for reconstructing a lossy layered medium*, J. Acoust. Soc. Am., vol. 82, no. 3, pp. 927-936, 1987.

A. E. YAGLE, P. RAADHAKRISHRAN, *Numerical performance of layer stripping algorithms for two-dimensional inverse scattering problems*, Inverse Problems, vol. 8, pp. 645-665, 1992.

Tomographie ultrasonore dédiée à la détection du cancer du sein

Résumé : Nous avons étudié deux types de tomographie ultrasonore qui correspondent à deux configurations d'acquisition différentes : la tomographie qualitative en diffraction arrière et la tomographie quantitative en transmission. Toutes deux sont fondées sur l'hypothèse de milieu faiblement hétérogène afin de pouvoir utiliser l'approximation de Born pour la tomographie en diffraction arrière, et une approximation de rayons droits pour la tomographie en transmission de célérité et d'absorption.

Tomographie qualitative : nous avons développé un algorithme de rétroprojection elliptique filtrée, établi grâce à l'introduction de la transformée de Radon elliptique et à l'extension au champ proche du classique théorème coupe-projection. La méthode de reconstruction a été étudiée expérimentalement sur des fantômes à base de gel d'agar-agar et de paraffine immergés dans de l'eau. Par ailleurs, afin de nous rapprocher des conditions opératoires du radiologue, nous avons développé des fantômes numériques anatomiques bidimensionnels de sein pour l'imagerie ultrasonore, tant pour la tomographie que pour l'échographie. Ces fantômes ont permis de simuler et de comparer les deux méthodes d'imagerie.

Tomographie quantitative pour la caractérisation tissulaire : Pour le paramètre de célérité, nous avons comparé une méthode de reconstruction par couches successives (en anglais "layer stripping") développée par Ferrière *et al* (2003) et une tomographie conique classique, toutes deux basées sur l'hypothèse de propagation en rayons droits. Des essais numériques et un essai expérimental ont montré les limites de la méthode par couches successives à restituer les objets avec fidélité. Concernant le paramètre d'absorption, nous avons montré numériquement qu'il est indispensable de prendre en compte les effets de diffraction, qui sont généralement négligés dans le cas des tissus faiblement contrastés (le sein). Nous avons étudié l'erreur introduite par la diffraction dans une méthode fréquentielle d'estimation du paramètre d'absorption. Sur la base d'essais numériques, la méthode de correction des effets de diffraction proposée donne de bons résultats avec une tomographie pourtant simplifiée de rayons droits.

Mots clés : imagerie ultrasonore, tomographie en diffraction, échographie, fantôme numérique de sein, méthode de type Layer Stripping, absorption, correction de la diffraction.

Ultrasound tomography applied to breast cancer detection

Abstract : We studied two types of ultrasound tomography corresponding to two acquisition configurations : qualitative reflection tomography and quantitative transmission tomography. Both are based on the hypothesis of weakly heterogeneous medium in order to use the Born approximation in reflection tomography and the straight ray approximation in velocity and absorption transmission tomography.

Qualitative tomography : we developped a filtered elliptical backprojection algorithm based on an elliptical Radon transform and to a near-field extension of the classical Fourier projection-slice theorem. This inversion method was studied experimentally on phantoms of agar-agar gel and paraffin immersed in water. Moreover, in order to be closer from the practitioner's condition, we developed 2-D anatomic breast ductal computer phantoms for ultrasonic imaging (tomography and echography). These phantoms allowed us to simulate and compare both imaging methods.

Quantitative tomography for tissue characterisation : For the sound speed parameter, we compared a layer stripping method developed by Ferrière *et al* (2003) and a classical fan beam tomography, both of which are based on a straight ray assumption. Several numerical tests and one experimental test showed the limits of the layer stripping method to reproduce accurately the objects. Concerning the absorption parameter, we showed numerically that it is essential to take into account the scattering effects, that are generally neglected in the case of soft tissues like those of breast. We studied the error introduced by the scattering phenomenon in the absorption estimation frequency domain method. We proposed a correction method for scattering abberations which gives good results.

Key words : ultrasound imaging, diffraction tomography, echography, breast model, layer stripping method, absorption, correction for scattering effects