

Modélisation numérique des ondes élastiques non linéaires

mots-clés : mécanique des milieux continus, ondes non linéaires, analyse numérique, calcul scientifique.

Sujet de stage

Pour étudier la propagation des ondes dans les solides élastiques, on suppose généralement que les contraintes sont reliées linéairement aux déformations. Les lois de comportement linéaires simplifient grandement les analyses théoriques, la recherche de solutions analytiques, ainsi que la résolution numérique. Le cadre linéaire étant largement maîtrisé, il est maintenant intéressant de considérer des sollicitations dynamiques d'amplitude plus importante, sollicitant des comportement non linéaires. De façon non exhaustive, on peut citer des applications potentielles dans les disciplines suivantes :

- le *contrôle non-destructif des matériaux*, où une tendance actuelle est d'utiliser les phénomènes non linéaires, tels que la génération d'harmoniques, pour détecter des défauts [3] ;
- la propagation des ondes dans les *milieux granulaires*, où le frottement grain-à-grain conduit à un comportement macroscopique non linéaire ¹;
- la *turbulence d'onde* [1], modèle simplifié de la turbulence classique dans les écoulements.

On considèrera ici une non linéarité cubique [4], en géométrie 1D. Le système hyperbolique non linéaire obtenu sera intégré par des schémas conservatifs, par exemple de type WENO, capturant les solutions discontinues [2]. On calculera la solution exacte du problème de Riemann obtenu en considérant initialement deux états constants et discontinus, conduisant à une validation des solutions numériques.

Une fois le cas du milieu homogène maîtrisé, on s'intéressera à des lois de comportement constantes par morceaux. On discrétisera les conditions de saut aux interfaces [6]. On réalisera des expériences numériques de propagation d'ondes dans des milieux périodiques. On comparera notamment les résultats à ceux obtenus par des méthodes d'homogénéisation [5].

Renseignements pratiques

Une poursuite en thèse est envisageable. L'encadrement sera réalisé par

Bruno Lombard
Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique
31 chemin Joseph Aiguier, 13402 Marseille
04-91-16-44-13, lombard@lma.cnrs-mrs.fr
<http://www.lma.cnrs-mrs.fr/~MI>

Nicolas Favrie
Institut Universitaire des Systèmes Thermiques Industriels
5 rue Enrico Fermi, 13453 Marseille
04-91-10-69-56, nicolas.favrie@polytech.univ-mrs.fr
<http://iusti.polytech.univ-mrs.fr/~smash/>

References

- [1] P. COBELLI, P. PETITJEANS, A. MAUREL, V. PAGNEUX, N. MORDANT, *Space-time resolved wave turbulence in a vibrating plate*, Phys. Rev. Lett., 103 (2009), 204301.
- [2] E. GODLEWSKI, P. A. RAVIART, *Numerical approximation of hyperbolic systems of conservation laws*, Applied Mathematic Sciences, 118 (1996).
- [3] S. KÜCHLER, T. MEURER, L. J. JACOBS, J. QU, *Two-dimensional wave propagation in an elastic half-space with quadratic nonlinearity: a numerical study*, J. Acoust. Soc. Am., 125-3 (2009), p. 1293-1301.
- [4] L. LANDAU, E. LIFCHITZ, *Théorie de l'élasticité*, Editions Mir (1967).
- [5] R. J. LEVEQUE, D. H. YONG, *Solitary waves in layered nonlinear media*, SIAM J. Appl. Math., 63-5 (2003), p. 1539-1560.
- [6] B. LOMBARD, *Modélisation numérique de la propagation et de la diffraction d'ondes mécaniques*, HDR d'Aix-Marseille 2 (2010), <http://tel.archives-ouvertes.fr/docs/00/44/88/97/PDF/Hdr.pdf>.

¹voir notamment la page web : <http://www.ees.lanl.gov/ees11/geophysics/nonlinear/pubs.shtml>