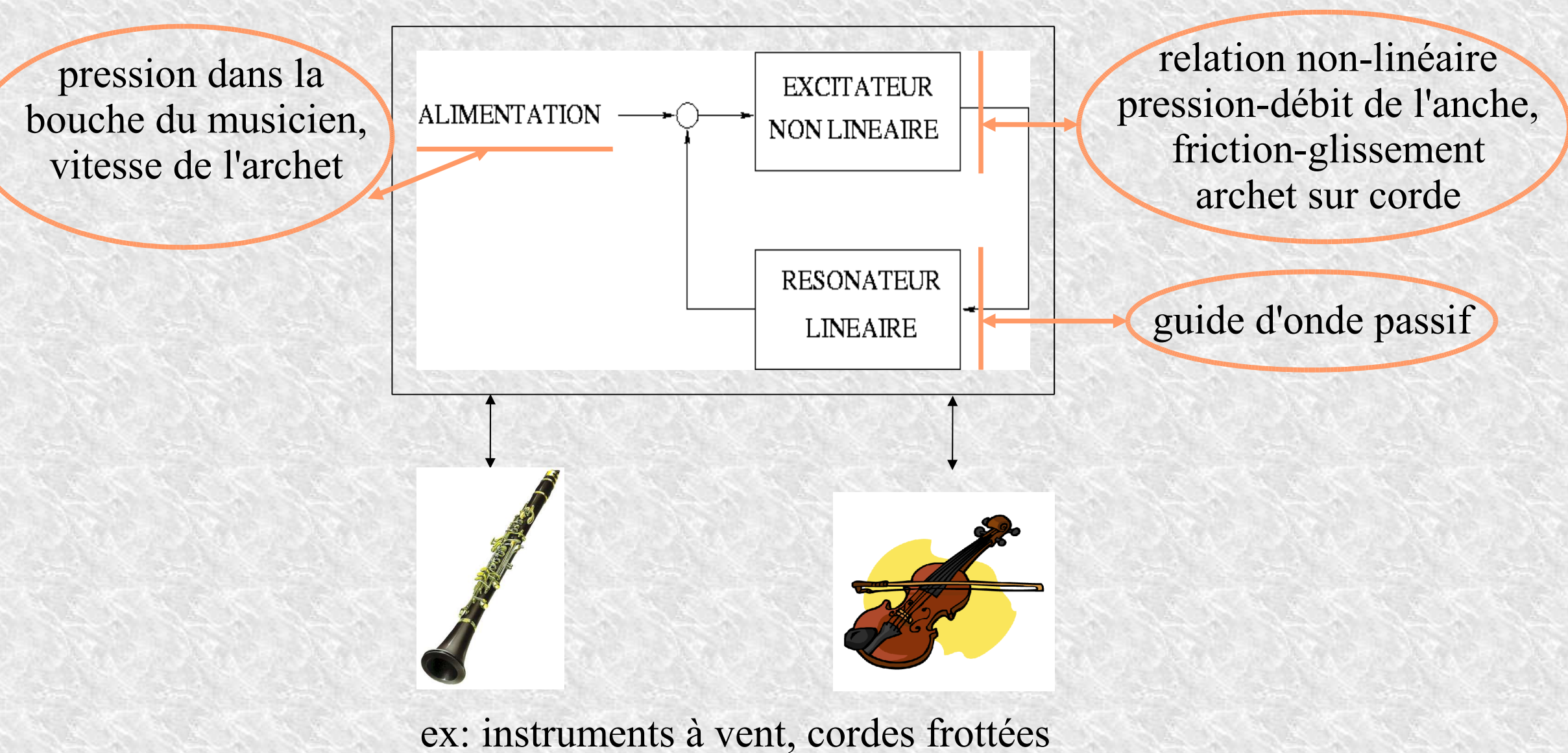


Aude LIZEE, Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Marseille
Christophe VERGEZ, Jean KERGOMARD

INSTRUMENTS de MUSIQUE AUTO-OSCILLANTS



ex: instruments à vent, cordes frottées

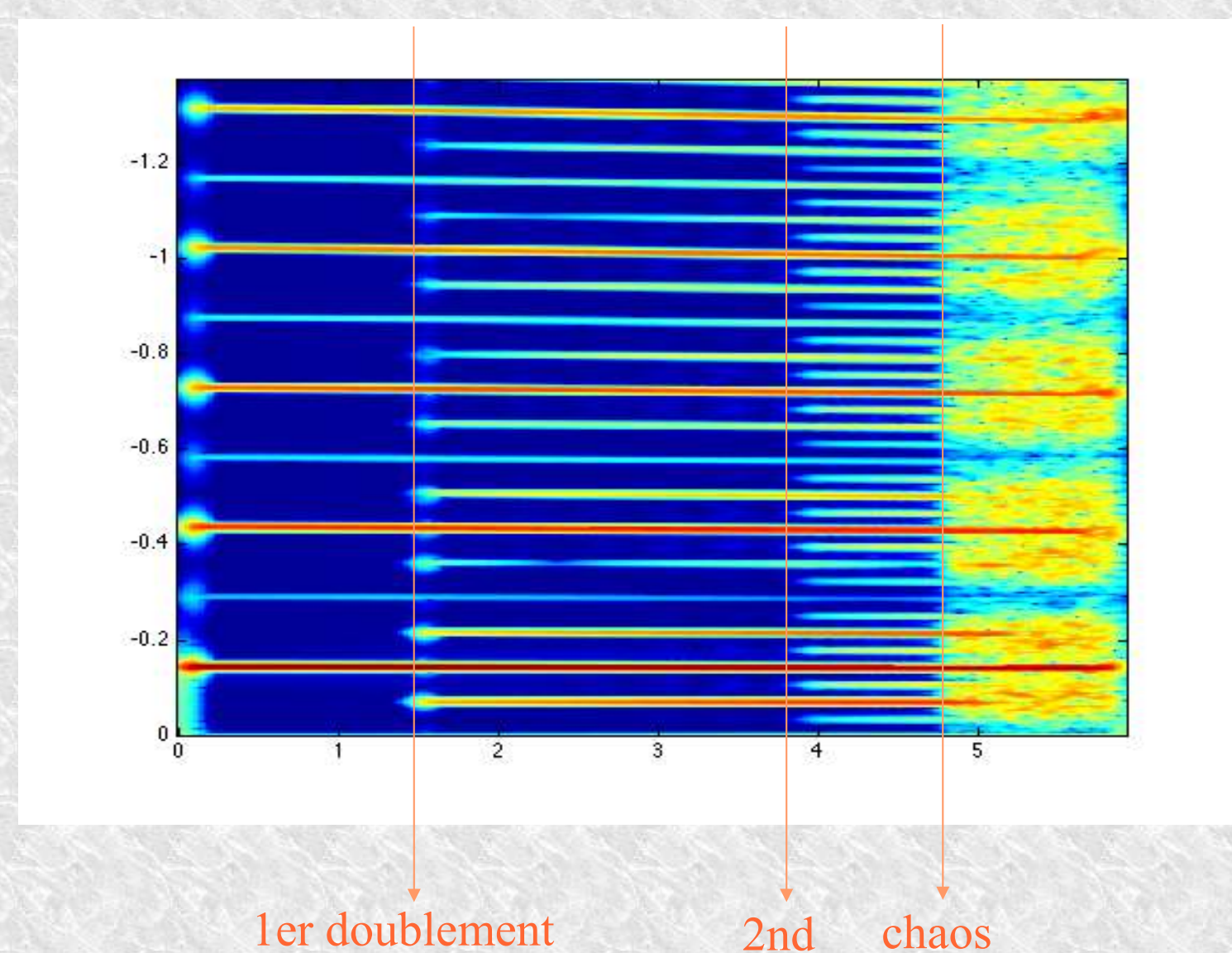
Ce sont des systèmes bouclés, d'où une description possible en termes de systèmes dynamiques non-linéaires: on s'intéresse aux régimes d'oscillation, et aux bifurcations.

DIFFÉRENTS RÉGIMES D'OSCILLATION (exemple des instruments à vent)

- × **statique** : lorsqu'on souffle à faible pression, aucun son n'est émis;
- × **périodique** : c'est le régime classique de fonctionnement d'un instrument de musique;
- × **sous-harmonique** : il est possible, pour certains jeux de paramètres de contrôle d'obtenir un son de période double (une octave plus bas); ce phénomène de doublement de période peut se produire successivement plusieurs fois en faisant varier un paramètre de jeu: on parle alors de cascade sous-harmonique;
- × **quasi-périodique** : ce régime correspond à l'émission de certains « multiphoniques »; plusieurs notes de hauteurs différentes sont perçues simultanément;
- × **chaotique** : traditionnellement évité dans un contexte musical, ce régime est parfois atteint, par exemple en terminaison d'un cascade sous-harmonique.

Les différents régimes sont séparés entre eux par des **bifurcations**.

Spectrogramme d'une simulation de clarinette présentant une cascade sous-harmonique: la fréquence est représentée en fonction de l'ouverture de l'embouchure; la pression dans la bouche est très élevée par rapport aux conditions normales de jeu (issu de [1])



ENJEUX de la THÈSE

Validation de modèles d'instruments

Les modèles utilisés dans la synthèse sonore par modèles physiques présentent-ils les mêmes régimes d'oscillation que l'instrument décrit?

OUI

NON

Modèle insuffisant

Comparaison qualitative du type de bifurcation: directe? inverse?
Si elle est satisfaisante, comparaison quantitative (expérimentale) des seuils de bifurcation pour un raccord des paramètres du modèle.
Ce type d'approche a notamment été abordé par N. Grand [2].

Cartographie du modèle

Intérêt particulier de la synthèse par modèle physique:

Modéliser le processus physique de production du son permet d'obtenir l'illusion d'un instrument virtuel réagissant avec un phrasé, une évolution de timbre, et une transition entre régimes usuels ou non (multiphoniques...) naturels.

Inconvénient principal:

Les difficultés de maîtrise de l'instrument sont comparables à celles rencontrées avec un instrument réel! Problème de l'apprentissage.
D'où l'intérêt pour le musicien d'avoir accès à une représentation des différents comportements du modèle et des bifurcations sous forme d'une « carte » du modèle.

Aide à la facture instrumentale

Un bassoniste, Nicolas Rihs [3], a modifié l'anche de son basson afin de pouvoir produire des doublements de période: il a ainsi pu jouer, en changeant uniquement l'anche de son instrument, la tessiture du contre-basson. Des modifications du même type pourraient permettre, par exemple de faciliter l'émission de multiphoniques.

SIMULER POUR COMPARER

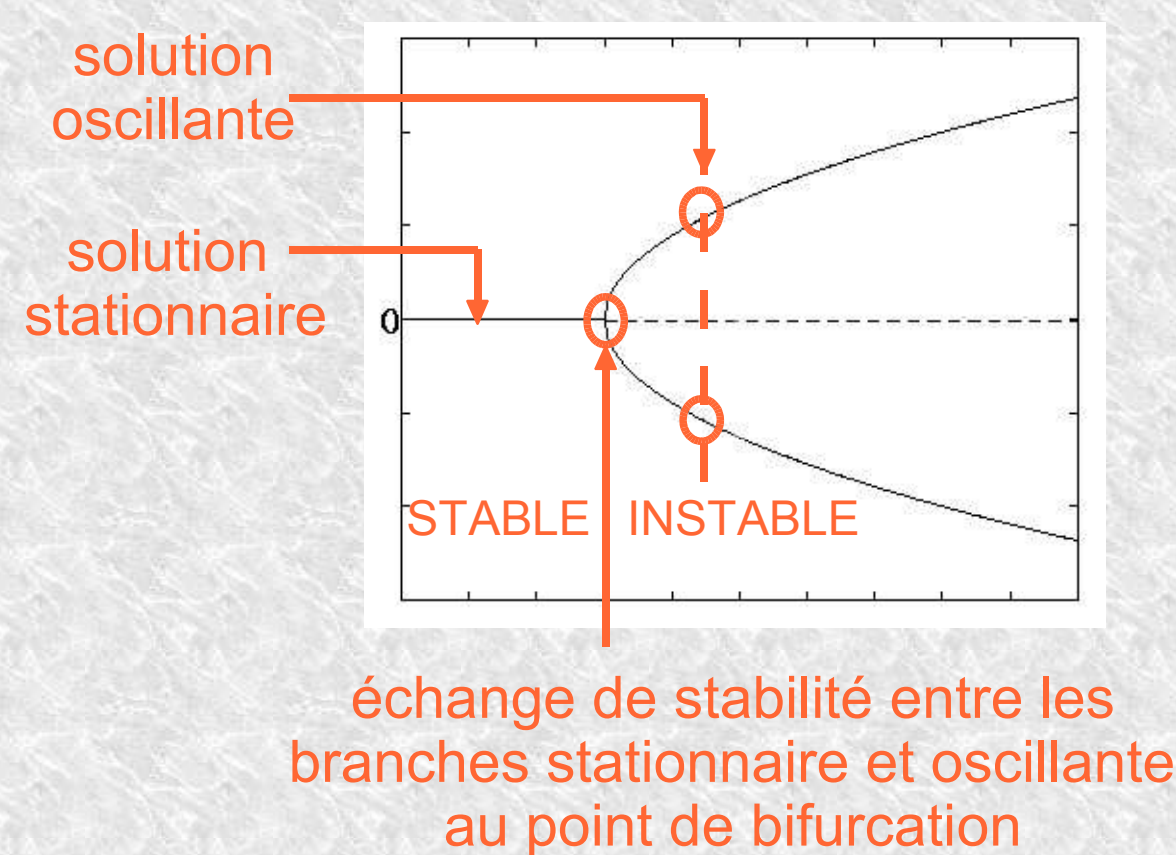
L'équilibrage harmonique

Méthode permettant de rechercher numériquement les solutions périodiques d'un système d'équations non-linéaires. Cette méthode s'intéresse au régime stationnaire de la solution et n'est donc pas adaptée à la synthèse sonore. Elle est par contre très efficace dans notre contexte de simulation. Elle présente la particularité de résoudre l'équation de couplage non-linéaire dans le domaine temporel, et les équations linéaires (dynamique de l'anche, résonateur) dans le domaine de Fourier.

Nous utilisons le programme *Harmbal* développé par S.Farner au LMA [4].

Question de la stabilité

L'équilibrage harmonique (contrairement aux méthodes purement temporelles) exhibe une solution périodique, sans s'occuper de sa stabilité. Or une solution instable ne peut être observée dans le monde physique. Il faut donc distinguer les solutions stables et instables afin de pouvoir procéder avec pertinence à une comparaison.



Bifurcation de Hopf directe représentant par exemple le comportement d'un instrument à anche au seuil d'oscillation (amplitude d'oscillation en fonction de la pression dans la bouche du musicien)
Les pointillés représentent les solutions instables.

Dans le cadre de la continuation (étude d'une branche) d'une solution trouvée par équilibrage harmonique, la donnée de sa stabilité est donc cruciale pour la détermination des seuils de bifurcation, sur lesquels repose l'analyse quantitative que nous nous proposons de réaliser.

STABILITÉ des SOLUTIONS OBTENUES PAR ÉQUILIBRAGE HARMONIQUE: DÉSÉQUILIBRAGE HARMONIQUE PERTURBATIF

Perturbations: théorie de Floquet

La théorie de Floquet (voir par ex. [5]) porte sur la stabilité asymptotique des solutions périodiques: après linéarisation du système autour du cycle limite, on obtient une équation du système linéarisé pour la perturbation. On s'intéresse alors à l'opérateur d'évolution (décrit par la matrice monodromique) qui permet de connaître la perturbation une période plus tard: ses valeurs propres (multiplicateurs de Floquet) déterminent la convergence ou la divergence de la solution perturbée par rapport au cycle limite. Pratiquement, la perturbation s'écrit:

$$x^p(t) = e^{\nu t} \phi(t)$$

Si ν a une partie réelle négative, la solution perturbée se rapproche exponentiellement de la solution périodique de départ: celle-ci est stable; inversement si ν est positif.

Et dans le domaine de Fourier?

Il est dommage, connaissant la solution dans le domaine fréquentiel, de repasser dans le domaine temporel pour l'étude de stabilité. En effet, le jacobien qui permet la linéarisation est déjà calculé pendant le calcul de la solution par équilibrage harmonique. Nous modifions donc la méthode de Floquet [6,7] par une projection harmonique (car ϕ est de même période que la solution).

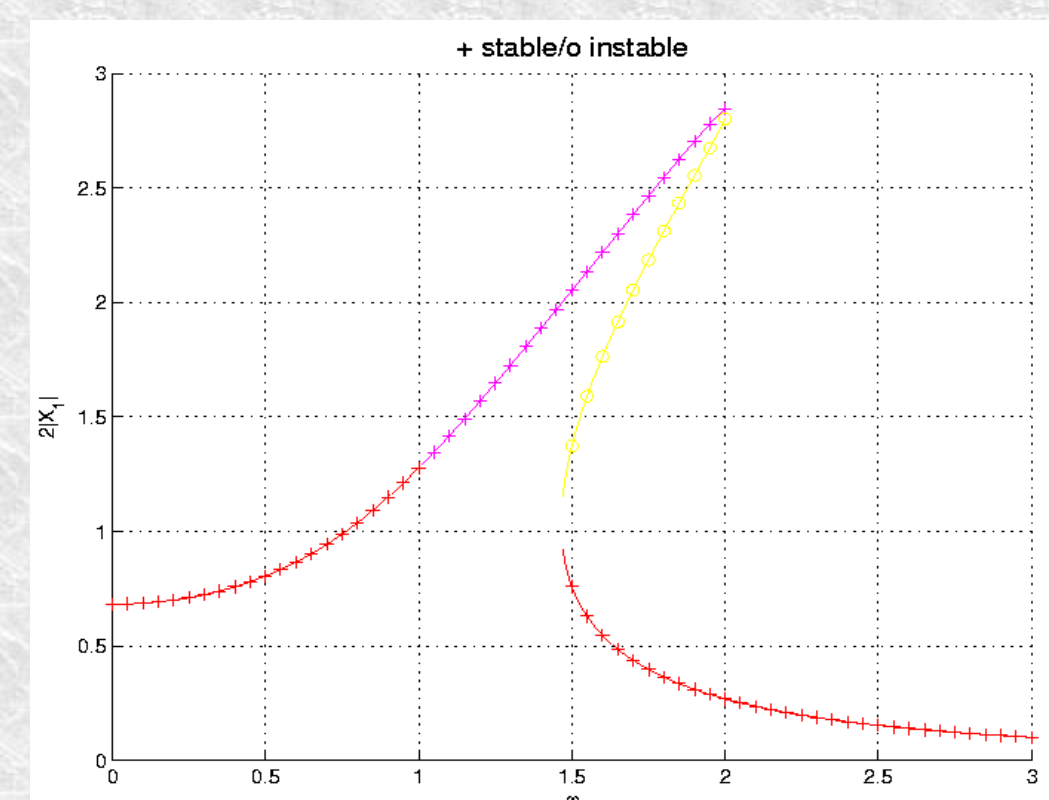
Premiers résultats: oscillateur de Duffing

Premier test de la méthode: l'oscillateur de Duffing forcé.

$$\ddot{X} + 2\eta\dot{X} + X = -\epsilon X^3 + f \cos(\omega t)$$

Cet exemple peut être traité de manière analytique à un harmonique; la fréquence d'oscillation étant connue, le problème est d'autant simplifié. Nous retrouvons le résultat attendu, à savoir l'alternance des branches stable/instable/stable à une fréquence donnée.

Diagramme de bifurcation de l'oscillateur de Duffing;
 $\epsilon=0.5$, $\eta=0.07$, $f=0.8$.



A venir: oscillateur de Van der Pol

Cet oscillateur, dont la stabilité est bien connue, nous donne un premier exemple d'auto-oscillations. Comme les instruments que nous étudions, il possède une non-linéarité au niveau de la résistance; c'est lorsque celle-ci devient négative que les auto-oscillations peuvent apparaître. Très concrètement, l'oscillateur de Van der Pol décrit une clarinette dont le résonateur présenterait un mode unique [8].

Bibliographie

- [1] Kergomard J, Dalmont JP, Gilbert J, Guillemain P, *Period Doubling on Cylindrical Reed Instruments*, CFA 2004.
- [2] Grand N, *Etude du seuil d'oscillation des systèmes acoustiques non-linéaires de type instrument à vent*, Thèse de l'Université Paris 7, 1994.
- [3] Rihs N, Gibiat V, Castellengo M, *Period doubling production on a basson*, CFA 1995.
- [4] Farner S, Vergez C, Kergomard J, Lizée A, *Contributions to harmonic balance calculations of periodic oscillation for self-sustained musical instruments*, soumis au JASA, 2005.
- [5] Nayfeh AH, Balachandran B, *Applied nonlinear dynamics*, 1995.
- [6] Von Groll G, Ewins DJ, *The harmonic balance method with arc-length continuation in rotor/stator contact problems*, Journal of Sound and Vibration, 2001.
- [7] Vergez C, Lizée A, *Stability analysis of harmonic balance solutions*, en préparation pour Forum Acusticum, 2005.
- [8] Debut V, Kergomard J, *Analysis of the self-sustained oscillations of a clarinet as a Van der Pol oscillator*, ICA 2004.